

2020 წელს გაწეული სამეცნიერო-კვლევითი საქმიანობის ანგარიში

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

1. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიითითებით	პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები	პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მიითითებით)
1	2	3	4
1	მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია/ ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები/ მათემატიკა, ინფორმატიკა	2018 - 2022	პროექტში ჩართულია ინსტიტუტის მთელი სამეცნიერო პერსონალი და პროგრამისტები

2. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტების შესრულების შედეგები

2.1.

№	გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიითითებით	პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მიითითებით)
1	2	3	4
1	მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია. ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები/ მათემატიკა, ინფორმატიკა	2018 - 2022	პროექტში ჩართულია ინსტიტუტის მთელი სამეცნიერო პერსონალი და პროგრამისტები
<p>გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2020 წლის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)</p> <p>საანგარიშო 2020 წელს ინსტიტუტში მიმდინარეობდა ხუთწლიანი პროექტის „მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია“ გარდამავალი ეტაპის, მესამე წლის, გეგმით გათვალისწინებულ ამოცანებზე მუშაობა.</p> <p>პროექტით განსაზღვრულია 4 მთავარი სამეცნიერო მიმართულება:</p>			

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

მიმართულება 3. მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

ქვემოთ მოცემულია ინსტიტუტის სამეცნიერო ანგარიში მიმართულებების მიხედვით.

მიმართულება 1

მიმართულება 1 ძირითადად მუშავდება გამოთვლითი მეთოდების განყოფილებაში განყოფილების გამგის, მ. ზაქრამის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან მ. კუბლაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მ. მირიანაშვილი, ედ. აბრამიძე, ზ. თაბაგარი (მეცნიერი თანამშრომლები), ჯ. სანიკიძე (კონსულტანტი), ნ. კობლიშვილი (პროგრამისტი), თ. საღინაძე (ასისტენტ-მკვლევარი).

ამ მიმართულებით მუშავდებოდა საანგარიშო წლის გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 1.1. სააპროქსიმაციო გამოთვლითი სქემების აგება და შესწავლა მათემატიკური ფიზიკის გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების შესაბამის კომის გულის მქონე სინგულარული ინტეგრალებისათვის.

განყოფილებაში შეისწავლება სააპროქსიმაციო გამოთვლითი სქემების აგების საკითხები სინგულარული ინტეგრალებისათვის. აგებულია წონიანი სინგულარული ინტეგრალებისათვის, გახსნილი კონტურების შემთხვევაში, მაღალი რიგის სიზუსტის კვადრატურული ფორმულები, რომლებიც ეფექტურად გამოიყენება პირველი გვარის სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი განტოლებებისათვის. ამ უკანასკნელზე მიიყვანება მექანიკისა და მათემატიკური ფიზიკის ბევრი მნიშვნელოვანი გამოყენებითი ტიპის ამოცანა. შედგენილია და რეალიზებულია კომპიუტერული პროგრამები სიმბოლურ ენაზე „Mathematica”. ამ საკითხებთან დაკავშირებით მომზადებულია 1 ნაშრომი (იხ. მომზადებული ნაშრომები [1]).

თემის ფარგლებში ელიფსური განტოლებისთვის განხილული იქნა ამოცანა, როცა მართკუთხედის ორ მოპირდაპირე გვერდზე დირხლეს პირობებია მოცემული, დანარჩენ ორზე კი ინტეგრალური სახის არალოკალური შეზღუდვები. დამტკიცებულია ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა წონიან სობოლევის სივრცეში. შესაბამისი სტატია მზადდება გამოსაქვეყნებლად.

ამოცანა 1.2. დირიხლეს ჩვეულებრივი და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების მიახლოებით ამოხსნა ალბათური მეთოდით, ერთი ზედაპირით შემოსაზღვრული სივრცითი სასრული არეების შემთხვევაში.

ელექტრული და თერმული სტაციონარული ველების განსაზღვრისათვის განხილულია დირიხლეს ჩვეულებრივი და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანები. ტერმინ "განზოგადებულის" ქვეშ იგულისხმება, რომ სასაზღვრო ფუნქციას ამოცანის საზღვარზე აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირთა სასრული რაოდენობა. სასაზღვრო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია ალბათური მეთოდი, რომელიც თავის მხრივ გულისხმობს ვინერის პროცესის მოდელირებას. შემოთავაზებული ალგორითმი არ მოითხოვს სასაზღვრო ფუნქციის აპროქსიმაციას, რაც არის ძირითადი მისი მნიშვნელოვანი თვისებებიდან. მეთოდის ეფექტურობის და სიმარტივის საილუსტრაციოდ განხილულია ოთხი რიცხვითი მაგალითი - ელექტრული და თერმული ველების განსაზღვრაზე. არეების როლში აღებულია: სასრული მართი წრიული სრული და წაკვეთილი კონუსები; მართკუთხა პარალელები. ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგებმა გვიჩვენა, რომ შემოთავაზებული ალგორითმი ხასიათდება სიზუსტით, რომელიც მისაღებია პრაქტიკულ ამოცანათა ფართო სპექტრისთვის. შედეგები ასახულია გამოქვეყნებულ სტატიაში (იხ. 7.4 [1]), მომზადებულია 1 ნაშრომი (იხ. მომზადებული ნაშრომები [2]).

განხილულია დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანა წესიერი n -გვერდა სრული და წაკვეთილი პირამიდისათვის, იმ შემთხვევაში, როცა პირამიდის წიბოები წარმოადგენენ პირველი გვარის წყვეტის წირებს სასაზღვრო ფუნქციისათვის. მოყვანილი ამოცანა რიცხვითი ამოხსნის თვალსაზრისით მიეკუთვნება რთულ ამოცანათა კატეგორიას. სასაზღვრო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის შემოთავაზებულია ალგორითმი, რომელიც შედგება სამი ძირითადი საფეხურისაგან:

- ა) ალბათური მეთოდის გამოყენება, რომელიც თავის მხრივ დაფუძნებულია ვინერის პროცესის მოდელირებაზე;
- ბ) მოდელირებული ვინერის პროცესის ტრაექტორიისა და პირამიდის ზედაპირის კვეთის წერტილის პოვნა;
- გ) განზოგადებული ამოცანების ალბათური ამონახსნის პოვნა ამოცანის არის ფიქსირებულ წერტილებში.

ალგორითმი არ მოითხოვს სასაზღვრო ფუნქციის აპროქსიმაციას და რაიმე განტოლებათა სისტემის ამოხსნას. შემოთავაზებული მეთოდის ეფექტურობის და სიმარტივის საილუსტრაციოდ განხილულია რამდენიმე რიცხვითი მაგალითი. წარმოდგენილია ექსპერიმენტების შედეგები და ჩატარებულია სათანადო ანალიზი. ამ საკითხებთან დაკავშირებით მომზადებულია 1 ნაშრომი (იხ. მომზადებული ნაშრომები [3]).

განყოფილებაში მიმდინარეობს კვლევა კონფორმულ გადასახვათა საკითხებთან დაკავშირებით. განხილულია ზოგიერთი ასპექტი, რომელიც წამოიჭრება სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნისას კონფორმულ ასახვათა მეთოდით. აღნიშნული მეთოდით სასაზღვრო ამოცანათა ამოხსნისათვის შემოთავაზებულია ახალი მიდგომა, რომელიც ხასიათდება სიმარტივით და მაღალი სიზუსტით. ამ საკითხებს მიეძღვნა მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში (იხ. 8.1 [1]).

ჩატარებულია კვლევა კონფორმულ გადასახვათა თეორიის ძირითად შებრუნებულ ამოცანასა და მასთან დაკავშირებულ საკითხებზე. შექმნილია სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფა Wolfram Mathematica სისტემაში. შესაბამისი ნაშრომის გაფორმება დაგეგმილია მომავალ საანგარიშო წელს.

ამოცანა 1.3. ფენოვანი ცილინდრული გარსის დეფორმაციის ამოცანის შესწავლა ლოკალური ზედაპირული ძალებით დატვირთვის შემთხვევაში.

განხილულია ზედაპირული ძალის ზეგავლენით გამოწვეული ფენოვანი გოფირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი განსხვავებული თეორიების საფუძველზე. მოყვანილია კერძო მაგალითი, რომლის რიცხვითი რიალიზაციით მიღებული ამოხსნები იძლევა ფენოვანი გოფირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაციის პროცესის შეფასების საშუალებას. ამ საკითხებს მიეძღვნა მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში (იხ. 8.1 [2]); მომზადებულია 1 ნაშრომი (იხ. მომზადებული ნაშრომები [4]).

ამოცანა 1.4. რიცხვითი ალგორითმების დამუშავება საინჟინრო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისათვის.

საკვლევი თემის ფარგლებში მიმდინარეობდა მუშაობა ამოცანაზე - რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება კონკრეტული სახის (მაგ. კოლინეარული, თერმოიზოლირებული და ა.შ.) ბზარების მქონე დრეკადი სხეულის შემთხვევაში. შესწავლილია სამოქალაქო ნაგებობების ყოფაქცევა დინამიკურ სეისმიკურ მოქმედებებზე. აღნიშნული პროცესი მიიყვანება გარკვეული ტიპის ტრანსცენდენტულ განტოლებაზე. ამ განტოლებისათვის აგებულია რიცხვითი ამოხსნის მათემატიკური მოდელი. შედგენილია და რეალიზებულია კომპიუტერული პროგრამა სიმბოლურ ენაზე “Mathematica”. მიღებული შედეგები სწორად ასახავს მიმდინარე რეალურ ფიზიკურ პროცესებს. ამ საკითხებთან დაკავშირებით იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომი [1].

მიმართულება 2

მიმართულება 2 ძირითადად მუშავდება მათემატიკური მოდელირების განყოფილებაში განყოფილების გამგის, დ. უგულავას ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან: დ. ზარნაძე, მ. მენთემაშვილი, პ. წერეთელი

(მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), მ. ნაჭყებია, გ. ბაღათურია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომლები), მ. ნიკოლეიშვილი (მეცნიერი თანამშრომელი), ჯ. გორგობიანი (კონსულტანტი), ნ. მეტონიძე (სპეციალისტი). მათემატიკური მოდელირების განყოფილების 2018-2022 ხუთწლიანი გეგმით დასახულია ოპერაციულ, არა-წრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

ამ მიმართულებით მუშავდებოდა საანგარიშო წლის გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებულ და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

დამუშავებულია მატრიცულ თამაშთა ამოხსნის იტერაციული მეთოდი. მეთოდი დაფუძნებულია თამაშთა ამოხსნის ახალ გეომეტრიულ წარმოდგენაზე და კაჩმაჟის იდეაზე. ეს არის წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის მეთოდი და მიეკუთვნება ე.წ. სწრაფდაშვების მეთოდთა ჯგუფს. თამაშის მატრიცა $\{a_{ij}\}$ ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$) განხილულია როგორც b_j ვექტორ-სვეტების ერთობლიობა. პირველი მოთამაშის ნებისმიერი შერეული $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ სტრატეგიისთვის სკალარული ნამრავლი $V^j = (X, b_j)$ წარმოადგენს პირველი მოთამაშის მოგებას, როცა ის ირჩევს X შერეულ სტრატეგიას, ხოლო მეორე - b_j სვეტს (წმინდა სტრატეგია). თამაშის ამოხსნა ნიშნავს მოიძებნოს თამაშის მნიშვნელობა $V^* = \max_x \min_j V^j$ და პირველი მოთამაშის შერეული სტრატეგია X , რომელზეც მიიღწევა მაქსიმუმი. m – განზომილებიანი ევკლიდური სივრციდან წერტილებით $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ხდება გადასვლა $m + 1$ განზომილებიან სივრცეზე წერტილებით $(X, V) = (x_1, x_2, \dots, x_m, V)$. ამ სივრცეში ტოლობები $V^i = (X, b_j)$ წარმოადგენენ კოორდინატთა სათავეზე გამავალ m განზომილებიან ჰიპერსიბრტყეებს და ამავე დროს წრფივ ფუნქციურ დამოკიდებულებას V ორდინატსა და x_i არგუმენტებს შორის. ამ ფუნქციების მნიშვნელობები გვანტერესებს მხოლოდ ფუნდამენტური სიმპლექსის წერტილებზე. ამრიგად, ჩვენთვის საძიებო წერტილი მდებარეობს ფუნდამენტური სიმპლექსის შესაბამის $H^0 = \{\sum_{i=1}^m x_i = 1\}$ სიბრტყეზე, უფრო ზუსტად, $\min_j (b_j, X)$ -ის შესაბამისი წერტილები წარმოადგენენ ჩაზნექილი მრავალწახნაგას ქვედა მოძვლებს, რომელსაც გააჩნია ჩვენთვის საინტერესო ექსტრემუმის წერტილი. შემდეგში ხდება კაჩმაჟის იდეის განზოგადება ისე, რომ საძებნი კუთხური წერტილი მდებარეობდეს H_0 ჰიპერსიბრტყეზე. იტერაციული პროცესის ყოველ ბიჯზე გავდივართ მოძვლების მოძვენო წერტილზე V ცვლადის უფრო მეტი მნიშვნელობით. V სიდიდის მნიშვნელობათა მიმდევრობა ზრდადია და ზემოდან შემოსაზღვრული, ამიტომ იგი კრებადია.

წარმოდგენილი იტერაციული პროცესისთვის შედგენილია პროგრამა მატლაბის გარემოში და აპრობირებულია მაგალითებზე. დაგეგმილია პროცესის მოსინჯვა დიდი ზომის მაგალითებზე. **გამოსაქვეყნებლად მზადდება შედეგების ამსახველი სტატია.**

ოპტიმიზაციის ამოცანების ერთი კლასისათვის შესწავლილია პირობითი ექსტრემუმის პოვნის ამოცანა. განხილულია დადებითი, რაციონალური და მთელი რიცხვების ნამრავლის მაქსიმიზაციის საკითხი, როდესაც მათი ჯამი ცნობილია. დამუშავებულია აგებული ალგორითმის პროგრამული უზრუნველყოფა. მიღებული შედეგები გამოიყენება რესურსების განაწილების ამოცანებში. **მიღებული შედეგებს მიეძღვნა სტატია (იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები [2]) და მოხსენება (8.1 [3]).**

ამოცანა 2.2. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის ახალი წრფივი სპლანური ცენტრალური ალგორითმი.

ამ თემასთან დაკავშირებით დასრულებულია წინა წელს დაწყებული კვლევა. განხილულია ჰილბერტის H და M სივრცეებს შორის მოქმედი სინგულარული დაშლის მქონე A ოპერატორი. არაკორექტული $Au = f$ განტოლებისათვის იძებნება მისი ამონახსნი მური-პენროუზის აზრით, რომელიც აკმაყოფილებს $A^*Au = A^*f$ განტოლებას, სადაც A^* არის A ოპერატორის შეუღლებული ჰილბერტის სივრცეში. ეს განტოლება გადაგვაქვს n -ურ ორბიტათა სპეციალურ $D((A^*A)^{-n})$, $n \in N_0$ (N_0 არის არაუარყოფით მთელ რიცხვთა სიმრავლე) სივრცე-

ში, რომელიც აღჭურვილია სპეციალური ნორმით. მარჯვენა მხარეზე დადებული არაადაპტური ინფორმაციისათვის აგებულია წრფივი სპლაინური ალგორითმი. განხილულ ნორმათა სპეციფიურობა იმაში მდგომარეობს, რომ მიახლოებითი ამონახსნები წარმოადგენენ წაკვეთილ სინგულარულ გამლებს და არ არიან დამოკიდებული n -ზე. $n = 0$ შემთხვევაში ორბიტათა განხილული სივრცე ემთხვევა გამოსავალ H სივრცეს და ჩვენს შედეგების გამოყენება შესაძლებელია ამ სივრცეში. მოცემული გვაქვს მიღებული შედეგების გამოყენება კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის, ან რაც იგივეა, რადონის გარდაქმნის შებრუნებისათვის, რისთვისაც გამოყენებული გვაქვს ა. ლოუსის სინგულარული გამლის ფორმულა. მიღებული შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები [3]).

ამოცანა 2.3. არაკორექტული შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ჰილბერტის სივრცეში ორბიტალური სივრცეებისა და ორბიტალური ოპერატორების გამოყენებით.

2020 წელს ჩატარებული კვლევის თემაა ჰარმონიული ოსცილატორის შებრუნებულის გამოთვლა ორბიტების სივრცეში. განხილულია ჰილბერტის სივრცეში წრფივი სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული დისკრეტულ სპექტრიანი და მკვრივი ანასახის მქონე A ოპერატორის შემცველი $Au = f$ განტოლება. ეს განტოლება გადატანილია სასრულო ორბიტების ჰილბერტის $D(A^n)$ სივრცეში და ყველა ორბიტების ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც წარმოადგენს სივრცეთა $\{D(A^n)\}$ მიმდევრობის პროექციულ ზღვარს. ამ სივრცეებში შებრუნებული ოპერატორის მიახლოებისათვის აგებულია წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმი. განხილულია მიახლოებითი ამონახსნების ზუსტი ამონახსნისაკენ კრებადობის და ცდომილების შეფასების საკითხი. მიღებული შედეგები გამოყენებულია კვანტური ჰარმონიული ოსცილატორისათვის სასრულო ორბიტების ჰილბერტის $D(A^n)$ სივრცეში და ყველა ორბიტების ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც ემთხვევა შვარცის სწრაფად კლებად ფუნქციათა სივრცეს. მოცემულია აგრეთვე ამოცანის კვანტურ მექანიკური ინტერპრეტაციები. მიღებული შედეგები გამოყენებულია \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორბიტალური \mathcal{H}_n ოპერატორის შემცველი $\mathcal{H}_n orb_n(\mathcal{H}, \varphi) = orb_n(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის სასრულო ორბიტების $D(\mathcal{H}^n)$ ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორბიტალური ოპერატორის შემცველი $\mathcal{H}^\infty orb(\mathcal{H}, \varphi) = orb(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის ფრემს $D(\mathcal{H}^\infty)$ სივრცეში. ამ თემასთან დაკავშირებით წარდგენილია გამოსაქვეყნებლად 1 სტატია (იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები [4]); გაკეთდა 1 მოხსენება საქართველოში (8.1 [4]).

ამოცანა 2.4. კვაზიწრფივი განტოლების ზოგადი ინტეგრალი და მისი გამოყენება არაწრფივი მახასიათებელი ამოცანის ამოსახსნელად.

საანგარიშო წელს განხილულია კერძოწარმოებულებიან კვაზიწრფივ განტოლებათა კონკრეტული კლასები. მოცემული განტოლებებისთვის შესწავლილია კომის შებრუნებული ამოცანის არაწრფივი ანალიზი. დამტკიცებულია შებრუნებული ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. ნაჩვენებია შემთხვევები, როცა შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება გურსას მახასიათებელი ამოცანის ამოხსნაზე. წარმოდგენილი მეთოდების ეფექტურობა ნაჩვენებია კონკრეტულ მაგალითებზე. აგებულია რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმი, დამტკიცებულია სხვაობიანი სქემის კრებადობა. შედეგების ამსახველი ნაშრომი მომზადების პროცესშია; გაკეთდა 1 მოხსენება საქართველოში (8.1 [5]).

მიმართულება 3

მიმართულება 3 ძირითადად მუშავდება ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში, განყოფილების გამგის, ვ. ტარიელაძის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან: ს. ჩოხანიანი, ვ. კვარაცხელია, ბ. მამფორია, გ. გორგობიანი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), გ. ჭელიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ზ. გორგაძე, ვ. ბერიკაშვილი (მეცნიერი თანამშრომლები).

ამ მიმართულებით მუშავდებოდა საანგარიშო წლის გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

მოცანა 3.1. მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალურ ანალიზში, უთანადობათა (discrepancy) თეორიის ამოცანების ალგორითმიზაციაში, სახეთა ამოცნობასა და დიდ მონაცემთა ანალიზში.

განყოფილებაში გრძელდება კვლევები ვექტორული შესაკრებების გადანაცვლებებთან, ნიშნების განლაგებებთან და შესაბამის მაქსიმალური უტოლობებთან დაკავშირებული ამოცანების გარშემო. ამ ამოცანებს მრავალი გამოყენება აქვთ როგორც მათემატიკაში, ასევე სხვადასხვა პრაქტიკულ ამოცანებში.

მიღებულია მაქსიმალური უტოლობები სასრულგანზომილებიანი ვექტორების ჯამების ნორმების მაქსიმუმების შესაფასებლად ნიშნების განლაგებისთვის. გამოყენებულია ალბათური მეთოდი, რაც ასევე გვამძლევს ნიშნების „კარგი“ ერთობლიობების სიმრავლის ალბათურ შეფასებებს. მიღებულია მატრიცული ნორმების ზედა საზღვრები ორთოგონალური მატრიცებისთვის. მიღებული უტოლობები, ჩოზანიანის ცნობილი „გადატანის თეორემის“ გამოყენებით, გავრცელებულია ვექტორული შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის. ადამარის მატრიცებისთვის ანალოგიური შეფასებები მიიღება როგორც კერძო შემთხვევა. ჩვენი ინტერესი ადამარის მატრიცებისადმი განპირობებულია მათი მრავალმხრივი გამოყენებით, როგორცაა, მაგალითად სახეთა ამოცნობის, სიგნალის აღდგენის, სატელიტური და ფიჭური გადაცემების, ქიმიური ფიზიკის, კოდირების თეორიის და სხვა ამოცანები. **ამ საკითხებთან დაკავშირებით გამოქვეყნდა 1 სტატია (იხ. 7.4 [2]).**

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა შტაინიცის $St(X) = \sup_{A \subset B_X} \inf_{\pi \in Sym(n)} \max_{k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k a_{\pi(i)} \right\|$ და დვორეცკი-ჰანანის $ss(X) = \sup_{A \subset B_X} \inf_{\theta_i = \pm 1} \max_{k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k \theta_i a_i \right\|$ კონსტანტების ურთიერთკავშირის კვლევა, სადაც $\pi \in Sym(n)$ გადანაცვლებებია, B_X არის X სასრულგანზომილებიანი ნორმირებული სივრცის ერთეულოვანი ბურთი და $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\} \subset B_X, 1 < m < \infty$. ჩვენი კვლევებიდან გამომდინარეობს, რომ $St(X) \leq ss(X)$, რასაც ფართო გამოყენება აქვს გეომეტრიული განსხვავებების (Geometric Discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებაში, სტატისტიკური დასკვნების თეორიაში დიდი ამონარჩევებისთვის და სხვა. მიმდინარეობს შებრუნებული უტოლობის კვლევა, რაც არანაკლებ მნიშვნელოვანია ზემოაღნიშნული დისციპლინებისთვის. ეს წარმოადგენს ძველ, ღია პრობლემას. დღეისათვის $St(X)/ss(X)$ ფარდობის შემოსაზღვრულობაც კი არ არის ცნობილი. **ამ საკითხებზე ჩატარდა 2 სასემინარო მოხსენება აშშ-ში (იხ. მივლინებები [2]); შესაბამისი ნაშრომი მომზადების პროცესშია.**

განყოფილებაში დამუშავებული მეთოდები გამოყენებულია ანალიზის ისეთ კლასიკურ ამოცანაში, როგორცაა დირიხლეს მწკრივების უნივერსალობა. განვითარებულია ახალი მიდგომა, კერძოდ, დირიხლეს ნიშნებიანი მწკრივებისთვის შემოღებულია ახალი ცნება - „ლოკალურად უნივერსალურობა“. დამტკიცებულია, რომ $\frac{1}{2} < Re z < 1$ კრიტიკულ ზოლში განსაზღვრული ნებისმიერი ჰოლომორფული ფუნქცია (კერძოდ, მაგალითად რიმანის ძეტა ფუნქცია) არის გადანაცვლებული დირიხლეს ნიშნებიანი მწკრივის ჯამი კომპაქტზე თანაბარი კრებადობის ტოპოლოგიაში. ამავე დროს ასეთი ნიშნების სიმრავლე სრული ზომისაა, რაც განპირობებულია დირიხლე-რადემახერის მწკრივის თითქმის ყველგან კრებადობით გარკვეულ ბერგმანის სივრცეში. ანალოგიური თეორემა სამართლიანია მარტივი რიცხვების ხარისხოვანი მწკრივისთვისაც. **შედეგები ასახულია (გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომი [5]; მოხსენება საქართველოში (8.1 [6]).**

იგივე ამოცანა $0 < Re z \leq \frac{1}{2}$ კრიტიკულ ზოლში მოითხოვს განსხვავებულ მიდგომას. ამ შემთხვევაში ჰოლომორფული ფუნქციების სივრცეს განვიხილავთ როგორც ბირთვულ ფრემეს სივრცეს, სადაც ჯ. ბეკის 2017 წლის ერთ მნიშვნელოვან შედეგზე დაყრდნობით, ვამტკიცებთ ბირთვული სივრცეების დამახასიათებელ ასევე მნიშვნელოვან შედეგს, კერძოდ ბანაშჩიკის ერთ ჰიპოთეზას. დამტკიცებულია, რომ ლოკალურად უნივერსალურობის თეორემა ამ შემთხვევაშიც სამართლიანია როგორც დირიხლეს მწკრივისთვის, ასევე მარტივი რიცხვების ხარისხოვანი მწკრივისთვისაც. უნდა აღინიშნოს, რომ „კარგი“ ნიშნების სიმრავლე აღარ არის სრული ზომის, თუმცა ყველგან მკვრივია მეტრიზებად სიმრავლეში $\{-1, 1\}^{\mathbb{N}}$. **მომზადებულია ამ შედეგების ამსახველი სტატია (იხ. მომზადებული ნაშრომები [5]).**

ამოცანა 3.2. უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევის ახალი ასპექტები. ზოგიერთი გამოყენება.

შესწავლილია ერთგანზომილებიანი ვინერის პროცესის ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე ფუნქციონალის იტოს სტოქასტური ინტეგრალით წარმოდგენადობის ამოცანა ზოგად შემთხვევაში. სუსტი მეორე რიგის ფუნქციონალისთვის ნაპოვნია ინტეგრანდი, როგორც განზოგადოებული შემთხვევითი პროცესი; განზოგადოებულია შირიაევის შედეგი ერთგანზომილებიანი შემთხვევისთვის და მიღებული შედეგის ანალოგი დამტკიცებულია ბანახის სივრცის შემთხვევაში. **ამ საკითხებთან დაკავშირებით გამოქვეყნებულია სტატია (იხ. 7.4 [9]).**

განხილულია ინტეგრალური ტიპის ერთგანზომილებიანი ვინერის ფუნქციონალი და მიღებულია მისი სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენა. ინტეგრანდი მიღებულია კლარკ-ოკონეს ტიპის ფორმულის მეშვეობით. **ამ საკითხებთან დაკავშირებით გამოქვეყნებულია სტატია (იხ. 7.4 [10]).**

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა განყოფილების ტრადიციული თემის, ალბათური განაწილებები ვექტორულ სივრცეებში, დამუშავება. შესწავლილია ბანახის სეპარაბელურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტის თვისებები. განხილულია სუსტად სუბგაუსის, T -სუბგაუსის და F -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტები. მიღებულია სუბგაუსობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები როგორც ინდეფინირებული ოპერატორის, ასევე გაუსის სტანდარტის კვადრატების მწკრივის კრებადობის ტერმინებში. **ამ საკითხებთან დაკავშირებით გამოქვეყნდა 1 სტატია (იხ. 7.4 [3]).**

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა ადამარის მატრიცების კვლევა. განვითარებულია განსხვავებული მიდგომა მათ გამოსაკვლევად. შემოღებულია ერთი ფუნქციონალი, შესწავლილია მისი ზოგიერთი თვისება და ნაპოვნია მისი ექსტრემუმი. ადამარის მატრიცის სტრიქონების გადანაცვლებებთან დაკავშირებით ჩამოყალიბებულია ერთი ჰიპოთეზა. **ამ შედეგებთან დაკავშირებით (იხ. იბეჭდება ნაშრომები [2]; მოხსენებები (8.1 [7], 8.2 [1]).**

გამოკვლეულია ქალაქ თბილისის ავტობუსების სატრანზიტო სისტემის ეფექტურობა 2019 წლის განმავლობაში მგზავრთა ნაკადის სტატისტიკური ანალიზის საფუძველზე. გარდამავალ 2018-2019 წლების პერიოდში სისტემაში ცვლილებების გამოსავლენად, ამ პერიოდის ზოგიერთი სტატისტიკური მონაცემები შედარებულია 2017 წლის ანალოგიურ მონაცემებთან, რომელთა გამოკვლევა მოხდა ქალაქ თბილისის მერიის და საერთაშორისო საინჟინრო-კონსალტინგური ჯგუფის SYSTRA-ს ერთობლივ პროექტში. 2019 წლის მგზავრთა ნაკადის ანალიზი ხდება როგორც სამუშაო და სადღესასწაულო დღეების, ასევე სეზონური ტენდენციების გათვალისწინებით. **ამ შედეგებთან დაკავშირებით (იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები [6]; მოხსენება საქართველოში (8.1 [8]).** იხილეთ აგრეთვე თავი: „თანამშრომლობა სხვა ორგანიზაციებთან“, ქვეთავი „თანამშრომლობა ა(ა)იპ - სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან“.

განყოფილებაში გრძელდება ტოპოლოგიური ჯგუფების კვლევა. მომეზინილია პირობები აბელის ტოპოლოგიური ჯგუფის ქვეჯგუფზე და ფაქტორ-ჯგუფზე, რომელთა შესრულების შემთხვევაში მათი ლოკალურად კვაზი-ამზნეცილობიდან გამოვა საწყისი ჯგუფის ლოკალურად კვაზი-ამოზნეცილობა (იხ. გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომი [7]).

მიმართულება 4

მიმართულება 4 ძირითადად მუშავდება ინფორმატიკის განყოფილებაში განყოფილების გამგის ჰ. მელაძის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან გ. ცერცვაძე, მ. ფხოველიშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), ზ. ყიფშიძე, ქ. ყაჭიაშვილი (უფროსი მეცნიერი თანამშრომლები), გ. ლლონტი, ა. ჩახვაძე (მეცნიერი თანამშრომლები), გ. სილაგაძე, ც. ჯავახიშვილი, მ. პაპიაშვილი (პროგრამისტები), ვ. კორჭი (IT მენეჯერი).

ინფორმატიკის განყოფილების 2018-2022 ხუთწლიანი გეგმით დასახულია დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია. მიმდინარეობდა 4 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 4.1. მონაცემთა დამუშავება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.

არაზუსტი მონაცემების ადეკვატური წარმოდგენის მიზნით შემოღებულია არამკაფიო ქვესიმრავლის ახალი მახასიათებელი - არამკაფიო ფერი და შესწავლილია მასთან დაკავშირებული ძირითადი რიცხვითი მახასიათებლების თვისებები. ნაჩვენებია, რომ ჰილბერტის სივრცეში არამკაფიო ფერი და მისი კანონიკურად შეუღლებული შეიძლება წარმოდგენილი იყოს არაკომპლუტირებადი წრფივი ოპერატორების სახით, რომელთა საკუთრივი მნიშვნელობების ერთობლიობა შეიძლება იყოს როგორც დისკრეტული, ისე უწყვეტი. სპეციალური განხილვის საგანია ფერის ოპერატორის საკუთრივი საინფორმაციო ფუნქციებისათვის ნორმირების, ორთოგონალურობისა და სისრულის საკითხები. აღმოჩნდა, რომ ფერის ოპერატორის საკუთრივი მნიშვნელობების და ე.წ. “შერეული” სპექტრის შემთხვევაში ფუნქციათა სრულ სისტემას ქმნის ორივე სპექტრის საკუთრივი ფუნქციების ერთობლიობა. დადგენილია გადანაცვლებადობის წესები კანონიკურად შეუღლებული ფერების ოპერატორებისათვის. **მომზადებულია ამ შედეგების ამსახველი სტატია (იხ. მომზადებული ნაშრომები [7]).**

ამოცანა 4.2. არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკური ფიზიკის წრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის.

ა. სამარსკის რეგულარიზაციის მეთოდის გამოყენებით აგებულია და გამოკვლეულია მაღალი რიგის ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა მუდმივკოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური ტიპის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისათვის შერეული წარმოებულების გარეშე. ეს სქემა მიეკუთვნება ეკონომიური სხვაობიანი სქემების კლასს. მოცემული ალგორითმის კომპიუტერზე რეალიზაციისათვის საჭირო არითმეტიკული ოპერაციების რაოდენობა $O(n)$ რიგისაა, სადაც n ბადის კვანძების რაოდენობაა. დამტკიცებულია სხვაობიანი სქემის მდგრადობა და თანაბარი კრებადობა. განხილულია სხვაობიანი ამოცანის ამოხსნის ამოხსნის ალგორითმი, რომლის რეალიზაციაც ეფექტურად შესაძლებელია პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. **შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. 6.5 [1]).**

მათემატიკის თანამედროვე მეთოდები, მათ შორის ისინიც, რომლებიც არსებითად იყენებს ამოზნექილი სიმრავლეების თვისებებს, მნიშვნელოვან როლს თამაშობს ეკონომიკის ბევრი ამოცანის მათემატიკური მოდელების აგების პროცესში. ეს გამოწვეულია იმით, რომ ევკლიდეს სივრცის მნიშვნელოვანი სტრუქტურული თვისებები, რომელთა საშუალებითაც აგებენ ეკონომიკის მათემატიკურ მოდელებს, ხშირად მჭიდროდ არის დაკავშირებული ამოზნექილი სიმრავლეების ტოპოლოგიურ თვისებებთან. ნაჩვენებია, რომ ეკონომიკის უმარტივესი მათემატიკური მოდელების შესწავლაც კი მოითხოვს მათემატიკის ფუნდამენტური ცნებების გამოყენებას. ამ მიზნით განხილულია ერთი ეკონომიკური ამოცანა, კერძოდ, ადამიანური რესურსების ოპტიმალურად განაწილების ამოცანა, რომლის მაგალითზე ნაჩვენებია, თუ როგორ შეიძლება იქნეს გამოყენებული ამოზნექილი სიმრავლეების თვისებები. **შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. 6.5 [2]).**

გამოკვლეულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა სითბოგამტარებლობის განტოლებებისათვის როგორც მუდმივი, ისე ცვალებადი კოეფიციენტების შემთხვევაში. მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში გამოიყენება ცვლადების განცალკევების მეთოდი (ფურიეს მეთოდი). დამტკიცებულია ამ ამოცანების რეგულარული ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში აგებულია იტერაციული პროცედურა, რომლის საშუალებითაც საწყისი ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება კლასიკური საწყის-სასაზღვრო ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნამდე. **შედეგებს მიეძღვნა სტატია და მოხსენება უცხოეთში (იხ. 7.4 [4], 8.2 [2]).**

რთული საინჟინრო სისტემების ფუნქციონირება დამოკიდებულია სხვადასხვა ფიზიკურ პროცესებზე, მათ შორისაა თერმული, ელექტრო, ჰიდროდინამიკური, მექანიკური, ელექტრომაგნიტური და ა.შ. საინჟინრო სისტემის ელემენტების პარამეტრები და იგივე პროცესები არის სტოქასტური, რაც გამომდინარეობს როგორც ელემენტების პარამეტრების სტოქასტური ხასიათიდან, ისე გარემოსა და გარე პარამეტრების შემთხვევითი ხასიათიდან. შემუშავებული სტოქასტიკური საინჟინრო სისტემების მათემატიკური მოდელირება ემყარება

საინჟინრო სისტემის უნივერსალურ სტრუქტურულ კონცეპტუალურ მოდელს, რომელიც წარმოდგენილია მიმართული გრაფის სახით, რომელიც ასახავს საინჟინრო სისტემის სტრუქტურას და მოდელირებულ ფიზიკურ პროცესებს. ნაშრომი შემოთავაზებული მეთოდი დაფუძნებულია განზოგადებული ნორმალური ამოხსნის ცნებაზე, ფსევდომებრუნებულ მატრიცულ და განზოგადოებულ მებრუნებულ მატრიცულ მეთოდზე, რომელიც საშუალებას იძლევა ჩაწერილ იქნეს განტოლება სტატისტიკური მახასიათებლებისათვის. **იბეჭდება შედეგების ამსახველი სტატია (იხ. იბეჭდება ნაშრომები [2]).**

ამოცანა 4.3. დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

განყოფილებაში გრძელდება მუშაობა პარალელური მონაცემების გამოყენების სხვადასხვა მიმართულებით. ერთ-ერთი გამოყენება შესაძლოა იყოს მიწისძვრის პროგნოზის გაუმჯობესება. ამისათვის საჭიროა მოძიებული იქნეს მიწისძვრის სხვადასხვა წინამორბედების მონაცემების დიდი ბაზა და პარალელური მონაცემების ალგორითმის საშუალებით გამოიყოს ისეთი წყვილები (სამეულები და ა.შ.) რომლებიც ერთობლიობაში იძლევიან ბევრად უკეთეს პროგნოზს ვიდრე ყველა ცალკე არსებული პროგნოზი. **შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. 7.4 [5]).**

ამოცანა 4.4. ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის მართვის მხარდამჭერი კიბერ-ინფრასტრუქტურული პროექტი.

აფრიკა მსოფლიოს იმ კონტინენტების რიცხვს ეკუთვნის, რომლებზეც ყველაზე მეტად არის გავრცელებული შიდსის დაავადება. ჯანდაცვის ერთ-ერთ მთავარ ამოცანას, ამ ქვეყნებში, მისი პრევენცია და მკურნალობა წარმოადგენს. კვლევის მიზანი იყო ინფორმაციული ტექნოლოგიების პოტენციალის შესწავლა ჯანდაცვის მართვის პრობლემებისთვის საჭარის სამხრეთით მდებარე მალავის რესპუბლიკაში. გეოგრაფიული ინფორმაციული სისტემებისა (გის) და ონლაინ რეჟიმში მონაცემთა ანალიტიკური დამუშავების (OLAP) მეთოდების გამოყენების საფუძველზე მიღწეულია შემდეგი შედეგები: შიდსის გავრცელების სიმკვრივის გადატანა რუკაზე, შიდსის გავრცელების ტენდენციების მონიტორინგი, შიდსის ტესტირების სამსახურების მონიტორინგი და ჯანდაცვის სხვადასხვა რესურსების განთავსებისა და ეფექტურობის შეფასება. კვლევები განხორციელდა სამაგისტრო კვლევების ფარგლებში შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტში. მონაცემები მოწოდებული იქნა მალავის რესპუბლიკის ჯანდაცვის სამინისტროს დემოგრაფიული და ჯანმრთელობის პროგრამის მიერ. **იბეჭდება შედეგების ამსახველი სტატია (იხ. იბეჭდება ნაშრომები [3]).**

გამოქვეყნდა სახელმძღვანელო „დიდი მონაცემების ანალიტიკა“ (იხ. 6.2 [1]), რომელშიც განხილულია საინფორმაციო სისტემებში გამოყენებული დიდი მონაცემების ანალიზის, მეთოდებისა და ალგორითმების, პლატფორმების, ფრეიმვორქებისა და ბიბლიოთეკების პრაქტიკული გამოყენების საკითხები. სახელმძღვანელო გამიზნულია ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების სპეციალობის სტუდენტების, მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისთვის.

განყოფილებაში მიმდინარეობს კვლევა სხვადასხვა ამოცანის მათემატიკური მოდელირების პროცესში ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების გამოყენების მიმართულებით.

გამოკვლეულია ისეთი მნიშვნელოვანი პრაქტიკული ამოცანები, როგორცაა:

- კომპიუტერული ტექნოლოგიების დამუშავება ბუნებრივი წყლის ობიექტების ეკოლოგიური მდგომარეობის კონტროლისა და მართვისთვის. **შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. 7.4 [6]).**
- საქართველოს კიბოს რეესტრის 2015-2016 წწ-ის მონაცემთა სტატისტიკური დამუშავების გზით განხორციელდა საქართველოს დასახლებული პუნქტების კლასტერიზაცია (დაჯგუფება) კიბოს დაავადების გავრცელების ინტენსივობის მიხედვით ქვეყანაში არსებული რესურსების და საშუალებების პრიორიტეტული განაწილებისა და დაავადებულთა საერთო რაოდენობის შემცირებისა და მკურნალობის ხარისხის ამაღლების მიზნით. **შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. 7.4 [7]).**

განხილულია მარტივი ძირითადი ჰიპოთეზის შემოწმების ამოცანა რთულ ალტერნატივთან მიმართებაში, როდესაც საჭიროა ალტერნატიულ ჰიპოთეზასთან დაკავშირებით არა მარტო გადაწყვეტილების მიღება, არამედ, აგრეთვე, პარამეტრის მნიშვნელობებს შორის განსხვავებების მიმართულების გარკვევა, რომელიც განპირობებულია ძირითადი და ალტერნატიული ჰიპოთეზებით, ანუ მნიშვნელოვანია გადაწყვეტილების მიღება პარამეტრი ასწრებს თუ ჩამორჩება ძირითადი ჰიპოთეზით განსაზღვრულ მნიშვნელობას. ასეთი პრობლემა აქტუალურია, მაგალითად, მიკროარეების მონაცემთა ანალიზისას, გამოსახულებათა ანალიზისას, ბიოლოგიურ გამოყენებებში და გენეტიკურ კვლევებში. ამ ამოცანასთან დაკავშირებით განხილულია პირობითი ბაიესის მეთოდის (პბმ (CBM)) გამოყენებები ასიმეტრიული ჰიპოთეზების შემოწმებისათვის და მრავლობითი ჰიპოთეზების ტესტირებისათვის. **შედეგები ასახულია სტატიაში და 2 მოხსენებაში (იხ. 7.4 [8], 8.2 [3, 4]).**

განხილულია მრავალგანზომილებიანი შემთხვევითი მწკრივის მოდელირების ამოცანა კომპიუტერის დახმარებით, რომელიც ფართოდ გამოიყენება მრავალი გამოყენებითი ამოცანის გასაწყვეტად. მოცემულია დამოკიდებულება, რომელიც განსაზღვრავს შესაბამისი მწკრივის საჭირო სიზუსტით მოდელირებისათვის საჭირო დაკვირვებების რაოდენობას, რომლითაც განისაზღვრება მოდელირებისათვის საჭირო კოვარიაციული მატრიცები. **შედეგები ასახულია მოხსენებაში (იხ. 8.1 [9]).**

განხილულია არაწრფივი რეგრესიული დამოკიდებულებების იდენტიფიკაციის ზოგადი წესი, რომელიც აგრეთვე მიზნად ისახავს 2 ძირითადი სირთულის დამღვევას: პრობლემის არაწრფივობას და მრავალგანზომილებიანობას. დამუშავებულია უცნობი რეგრესიის პარამეტრების შემცველი ინტერვალების განსაზღვრის უნივერსალური ალგორითმი. **შედეგები ასახულია მოხსენებაში (იხ. 8.1 [10]).**

2.2.

№	დასრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
---	--	---	--

3. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

3.1.

№	გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი	პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
1	ალბათური მეთოდების გამოყენება დისკრეტული ოპტიმიზაციის და განრიგების თეორიის ამოცანებში/ ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები/ მათემატიკა. DI-18-1429	2018 -2021	ნ. ვახანია (ხელმძღვანელი, მექსიკა), ვ. ტარელაძე (თანახელმძღვანელი). შემსრულებლები: ბ. მამფორია, ზ. სანიკიძე, ვ. ბერიკაშვილი, ა. ჩახვაძე
გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2020 წლის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)			

საანგარიშო 2020 წელს მიმდინარეობდა მუშაობა პროექტის გეგმა-გრაფიკით განსაზღვრულ განრიგების თეორიის სხვადასხვა ამოცანებზე. გარკვეული ყურადღება დაეთმო შემთხვევას, როცა პროცესორის მიერ დავალებათა შესრულების დროები შემთხვევითი სიდიდეა. ამ დროს, გაუსის კანონით განაწილებულმა შემთხვევითმა სიდიდემ შეიძლება მიიღოს რაგინდ დიდი აბსოლუტური სიდიდის მქონე უარყოფითი მნიშვნელობა, რამაც შეიძლება მოგვცეს დავალების შესრულების დროის უარყოფითი მნიშვნელობა. ამ პრობლემის დასაძლევად შერჩეულ იქნა სიმეტრიულად წაკვეთილი ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდეები, რითაც, ამოცანის შინაარსიდან გამომდინარე, წაკვეთის დონის შერჩევით, გამოირიცხება დავალების შესრულების დროის უარყოფითობა და შესაძლებელი ხდება მათემატიკური მოდელის რეალურ სიტუაციასთან უფრო დაახლოება, ხოლო არსი კი არ იცვლება.

აგრეთვე, ჩამოყალიბებული და დამტკიცებულია თეორემები, სადაც ნაჩვენებია საუკეთესო განრიგების შერჩევის შესაძლებლობა შესაბამისი ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნების სიმრავლისა და რაოდენობის განსაზღვრის პირობებში.

პროექტის მონაწილეთა მიერ 2020 წლის განმავლობაში რეფერირებად ჟურნალებში გამოქვეყნდა 2 სტატია (იხ. 6.5, [3], 7.4 [11]), გაკეთდა 2 მოხსენება (იხ. 8.1. [11, 12]).

3.2.

№	დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი	პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
---	--	--	--

4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

4.1.

№	გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დამფინანსებელი ორგანიზაცია/ სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა	პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
---	---	--	--

4.2.

№	დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი, დამფინანსებელი	პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები	პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)
---	--	--	--

ორგანიზაცია/სამეცნიერო ფონდი, ქვეყანა		
--	--	--

5. პატენტები:

5.1. საერთაშორისო პატენტები:

№	საპატენტო თემატიკის სათაური	გამომგონებელი/ები და პატენტმფლობელი/ები	პატენტის საიდენტიფიკაციო კოდი
---	--------------------------------	--	----------------------------------

5.2. ეროვნული პატენტები

№	საპატენტო თემატიკის სათაური	გამომგონებელი/ები და პატენტმფლობელი/ები	პატენტის საიდენტიფიკაციო კოდი
---	--------------------------------	--	----------------------------------

6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

6.1. მონოგრაფიები/წიგნები

№	ავტორი/ავტორები	მონოგრაფიის/წიგნის სათაური, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	-----------------	---	-----------------------------------	---------------------

6.2. სახელმძღვანელოები

№	ავტორი/ავტორები	სახელმძღვანელოს სახელწოდება, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	ბ. მეფარიშვილი, გ. ცერცვაძე, გ.ჯანელიძე	დიდი მონაცემების ანალიტიკა, ISBN: 9941821615	საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2020 წ.	244

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. სახელმძღვანელოში წარმოდგენილია საინფორმაციო სისტემებში გამოყენებული დიდი მონაცემების ანალიზის, მეთოდებისა და ალგორითმების, პლატფორმების, ფრეიმვორქებისა და ბიბლიოთეკების პრაქტიკული გამოყენების საკითხები. სახელმძღვანელო სასარგებლო სამსახურს გაუწევს ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების სპეციალობის სტუდენტებს, მაგისტრანტებს და დოქტორანტებს დიდ მონაცემთა მართვის საფუძვლების შესწავლაში.

6.3. კრებულები

№	ავტორი/ავტორები	კრებულის სახელწოდება, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	-----------------	--	-----------------------------------	---------------------

6.4. სტატიები ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდის (DOI) მითითებით

№	ავტორი/ ავტორები	სტატიის სათა- ური, ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI	ჟურნალის/ კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	---------------------	--	---	--------------------------------------	------------------------

6.5. სტატიები ISSN-ის მითითებით

№	ავტორი/ ავტორები	სტატიის სათა-ური, ISSN	ჟურნალის/ კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	H. Meladze, T. Davitashvili	The Scheme of Increased Order of Precision for System of Differential Equations of Hyperbolic Type with Constant Coefficients without Mixed Derivatives, ISSN: 2233-3363	Tskhum-Abkhazian Academy of Sciences, Proceedings, 2020, vol. XIX-XX.	Tbilisi, Georgia	6
2	თ. დავითაშვილი, ზ. მელაძე	ამოზნეკილი სიმრავლეები და ეკონომიკური მოდელები (ადამიანური რესურსების ოპტიმალური განაწილება). ISSN 2298-0938	სამეცნიერო-პოპულარული ჟურნალი „მათემატიკა“ #6, გვ.12-19, 2020	თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა	8
3	B. Mamporia, Z. Sanikidze, N. Vakhania	On Number of Optimal Solutions in some Scheduling Problems, ISSN 1512-0082	Bulletin of TICMI, vol. 24, No. 1, 2020, pp. 13-25	Georgia, TSU, Tbilisi University Press	13

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. ნაშრომში ა. სამარსკის რეგულარიზაციის მეთოდის გამოყენებით აგებულია და გამოკვლეულია მაღალი რიგის ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა მუდმივკოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური ტიპის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემისათვის შერეული წარმოებულების გარეშე. დამტკიცებულია სხვაობიანი სქემის მდგრადობა და თანაბარი კრებადობა. განხილულია სხვაობიანი ამოცანის ამოხსნის ამოხსნის ალგორითმი, რომელიც ეფექტურია პარალელური გამოთვლებისთვის.

2. სტატიაში ნაჩვენებია, რომ ეკონომიკის უმარტივესი მათემატიკური მოდელების შესწავლაც კი მოითხოვს მათემატიკის ფუნდამენტური ცნებების გამოყენებას. ამ მიზნით ავტორები განიხილავენ ერთ ეკონომიკურ ამოცანას. კერძოდ, ადამიანური რესურსების ოპტიმალურად განაწილების ამოცანის მაგალითზე ნაჩვენებია თუ როგორ შეიძლება იქნეს გამოყენებული ამოზნეკილი სიმრავლეების თვისებები ამ ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად.

3. ნაშრომში განხილულია განრიგების თეორიის ამოცანებში ოპტიმალური ამონახსნების რაოდენობის დადგენასთან და შესაბამისი ოპტიმალური განრიგების წარმოდგენასთან, აგრეთვე, სრული ოპტიმალური დასრულების დროის სიდიდის განსაზღვრასთან დაკავშირებული საკითხები. განხორციელებულია ალბათობის გამოთვლა იმ ხდომილებისა, რომ შესაძლო დასაშვები განრიგებიდან შემთხვევით აღებული განრიგება არის ოპტიმალური. აღნიშნული პრობლემატიკა შესწავლილია შემთხვევებისათვის, როცა

ა) განრიგების ამოცანებში დავალებათა შესრულების დაწყების შესაძლო დრო არის იდენტური ყველა დავალებისთვის;

ბ) დავალებათა შესრულების შესაძლო დაწყების დროთა სიმრავლე ორ ელემენტია და შესრულებული დავალების მომხმარებლამდე მიწოდების დროთა ხანგრძლივობაც წარმოადგენს ორ ელემენტთან სიმრავლეს.

7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

7.1. მონოგრაფიები/წიგნები

№	ავტორი/ავტორები	მონოგრაფიის/წიგნის სათაური, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	-----------------	--	--------------------------------	---------------------

7.2. სახელმძღვანელოები

№	ავტორი/ავტორები	სახელმძღვანელოს სახელწოდება, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	-----------------	---	--------------------------------	---------------------

7.3. კრებულები

№	ავტორები	კრებულის სახელწოდება, საერთაშორისო სტანდარტული კოდი ISBN	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
---	----------	--	--------------------------------	---------------------

7.4. სტატიები

№	ავტორი/ავტორები	სტატიის სათაური, ციფრული (დიגיტალური) საიდენტიფიკაციო კოდი DOI ან ISSN	ჟურნალის/კრებულის დასახელება და ნომერი/ტომი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	M. Zakradze, M. Kublashvili, N. Koblishvili, A. Chakhvadze	The method of probabilistic solution for determination of electric and thermal stationary fields in conic and prismatic domains.	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute	Copyright © 2020 Ivane Javakhishvili Tbilisi State	12

		ISSN 2346-8092	Vol.174(2020), issue 2, 235-246”	University. Production and hosting by Elsevier B.V.	
2	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia	Maximal inequalities and their applications to orthogonal and Hadamard matrices. DOI 10.1007/s10998-020-00314-5.	Periodica Math. Hungarica (2020) 81:88-97.	Springer	9
3	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze	Notes on Sub-Gaussian Random Elements. doi.org/10.1007/978-3-030-56356-1_11	In: Jaiani G., Natroshvili D. (eds) Applications of Mathematics and Informatics in Natural Sciences and Engineering. AMINSE 2019. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 334. p. 197 – 203, (2020) Springer, Cham.	Springer	7
4	Г. Меладзе, Т. Давиташвили	Нелокальные контактные задачи для одномерных уравнений теплопроводности, ISBN 978-966-641-797-1	Proceedings of the XII International Scientific-Practical Conference, May 26-29, 2020	Ukraine, Vinnytsia, VNTU	3
5	Z. Gasitashvili, M.Pkhovelishvili, N. Archvadze	Prediction of events means of data parallelism, DOI:10.1109/MACISE.2019.00013	Proceedings, Conference - Mathematics and Computers in Science and Engineering, MACISE, 2019, 8944725	Madrid, Spain	4
6	K.J. Kachiashvili	Information Technologies for Control and Management of Environmental Water Quality. ISSN: 2581-3226	Acta Scientific Microbiology, (2020) 3(11)	<i>Acta Scientific</i> IF = 1.125	6
7	K.J. Kachiashvili, J.K. Kachiashvili	Indexes for Classification of Populations According to the Intensity of Cancer Diseases. ACRCI. MS. ID..000543. DOI: 10.33552/ACRCI.2020.02.000543	Advances in Cancer Research & Clinical Imaging, (2020) 2(4)	Ris Publishers	6
8	K.J. Kachiashvili, J.K. Kachiashvili, I.A. Prangishvili	CBM for Testing Multiple Hypotheses with Directional Alternatives in Sequential Experiments. DOI: 10.1080/07474946.2020.1727166	(2020) Sequential Analysis, 39(1)	Taylor & Francis IF = 0.567	7
9	B. Mamporia, O. Purtukhia	Banach space valued functionals of the Wiener process. ISSN 2346-8092	Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, 174, pp. 207-216 (2020)	Copyright © 2020 Ivane Javakishvili Tbilisi State University. Production and	11

				hosting by Elsevier B.V.	
10	B. Mamporia, O. Purtukhia	On the Clark-Ocone Type Formula for Integral Type Wiener Functional. ISBN 978-9943-18-262-2	Abstracts of communications of the Conference "Modern stochastic models and problems of actuarial mathematics". Karshi, Uzbekistan, pp. 42-44 (2020).	Publishing house Nasaf. Karshi State University, Uzbekistan	3
11	N. Vakhania, B. Mamporia.	Fast Algorithms for Basic Supply Chain Scheduling Problems. doi.org/10.3390/math8111919	Mathematics 2020, 8(11), 1919	MDPI, Basel, Switzerland	19

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. ელექტრული და თერმული სტაციონარული ველების განსაზღვრისათვის განხილულია დირიხლეს ჩვეულებრივი და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანები. ტერმინ "განზოგადებულს" ქვეშ იგულისხმება, რომ სასაზღვრო ფუნქციას ამოცანის საზღვარზე აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირთა სასრული რაოდენობა. სასაზღვრო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია ალბათური ამოხსნის მეთოდი, რომელიც თავის მხრივ გულისხმობს ვინერის პროცესის მოდელირებას. შემოთავაზებული ალგორითმი არ მოითხოვს სასაზღვრო ფუნქციის აპროქსიმაციას, რომელიც არის ძირითადი მისი მნიშვნელოვანი თვისებებიდან. მეთოდის ეფექტურობის და სიმარტივის საილუსტრაციოდ განხილულია ოთხი რიცხვითი მაგალითი ელექტრული და თერმული ველების განსაზღვრაზე. არეების როლში აღებულია: სასრული მართი წრიული სრული და წაკვეთილი კონუსები; მართკუთხა პარალელეპიპედი. ჩატარებული რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგებმა გვიჩვენა, რომ შემოთავაზებული ალგორითმი ხასიათდება სიზუსტით, რომელიც მისაღებია პრაქტიკულ ამოცანათა ფართო სპექტრისთვის.

2. მიღებულია მაქსიმალური უტოლობები ნიშნებიანი ვექტორული შესაკრებებისთვის. „გადატანის“ მეთოდის გამოყენებით, შესაბამისი უტოლობები აგრეთვე მიღებულია გადანაცვლებებისთვის. მოცემულია გამოყენებები ორთოგონალური და ადამარის მატრიცებისთვის.

3. შესწავლილია ჰილბერტის სეპარაბელურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტის თვისებები. კერძოდ, მიღებული იქნა შემდეგი შედეგები:

- ვთქვათ, ξ არის სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი მნიშვნელობებით X ბანახის სივრცეში. თუ ξ არის T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი, მაშინ ინდუცირებული ოპერატორი $T_\xi: X^* \rightarrow SG(\Omega)$ არის 2-აბსოლუტურად შემკრები. შებრუნებული დებულებაც სწორია, თუ X არის ტიპი 2-ის მქონე რეფლექსური ბანახის სივრცე;
- ჰილბერტის სეპარაბელურ H სივრცეში ξ შემთხვევითი ელემენტი არის T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა H -ის ყველი (e_n) ორთონორმირებული ბაზისისათვის სრულდება პირობა: $\sum_{n=1}^{\infty} \tau^2(\langle e_n, \xi \rangle) < \infty$,
- ყოველი F -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტისათვის ინდუცირებული ოპერატორი $T_\xi: X^* \rightarrow SG(\Omega)$ არის 2-აბსოლუტურად შემკრები ოპერატორი;
- ჰილბერტის სეპარაბელურ სივრცეში არსებობს შემოსაზღვრული და სიმეტრიული შემთხვევითი ელემენტი, რომელიც არ არის T -სუბგაუსის;
- ჰილბერტის სეპარაბელურ სივრცეში არსებობს შემოსაზღვრული და სიმეტრიული ξ შემთხვევითი ელემენტი, რომლის შესაბამისი ინდუცირებული ოპერატორი $T_\xi: X^* \rightarrow SG(\Omega)$ არ არის 2-აბსოლუტურად შემკრები;

- ვთქვათ, H არის ჰილბერტის უსასრულოგანზომილებიანი სეპარაბელური სივრცე, (e_n) არის H -ის ორთონორმირებული ბაზისი. მაშინ არსებობს შემოსაზღვრული და სიმეტრიული $\xi: \Omega \rightarrow H$ შემთხვევითი ელემენტი, რომლისთვისაც:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \| \langle e_n, \xi \rangle \|_{L_p}^2 < \infty$ ყოველი $p \in]0, \infty[$ -სათვის;

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \tau^2(\langle e_n, \xi \rangle) = \infty$;

(c) ინდუცირებული ოპერატორი $T_\xi: H \rightarrow SG(\Omega)$ არ არის 2-აბსოლუტურად შემკრები.

4. ნაშრომში გამოკვლეულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა სითბოგამტარებლობის განტოლებებისათვის როგორც მუდმივი, ისე ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში. მუდმივი კოეფიციენტების შემთხვევაში გამოიყენება ცვლადების განცალკევების მეთოდი (ფურიეს მეთოდი). დამტკიცებულია ამ ამოცანების რეგულარული ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. ცვლადი კოეფიციენტების შემთხვევაში აგებულია იტერაციული პროცედურა, რომლის საშუალებითაც საწყისი ამოცანის ამოხსნა დაიყვანება კლასიკური საწყის-სასაზღვრო ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნამდე.

5. სტატიაში აღწერილია მიწისძვრის პროგნოზის გასაუმჯობესებლად პარალელური მონაცემების გამოყენების შესაძლებლობა. ამისათვის საჭიროა მოძიებულ იქნეს მიწისძვრის სხვადასხვა წინამორბედებით არსებული მონაცემების დიდი ბაზა და პარალელური მონაცემების ალგორითმის საშუალებით გამოიყოს ისეთი წყვილები (სამეულები და ა.შ.) რომლებიც ერთობლიობაში იძლევიან ბევრად უკეთეს პროგნოზს, ვიდრე ყველა ცალკე არსებული პროგნოზები.

6. სტატიაში აღწერილია ორიგინალური კომპიუტერული ტექნოლოგიები ბუნებრივი წყლის ობიექტების ეკოლოგიური მდგომარეობის კონტროლისა და მართვისათვის, რომელიც შემუშავებულია ავტორის ხელმძღვანელობითა და უშუალო მონაწილეობით. კერძოდ, მოკლედ აღწერილია მათი მიზანი, შესაძლებლობები და თავისებურებები. ასევე მოკლედ არის მოცემული მათი გამოყენებით გადაჭრილი პრობლემების მოკლე აღწერა.

7. საქართველოს კიბოს რეესტრის 2015-2016 წწ-ის მონაცემთა სტატისტიკური დამუშავების გზით განხორციელდა საქართველოს დასახლებული პუნქტების კლასტერიზაცია (დაჯგუფება) კიბოს დაავადების გავრცელების ინტენსივობის მიხედვით ქვეყანაში არსებული რესურსების და საშუალებების პრიორიტეტული განაწილებისა და დაავადებულთა საერთო რაოდენობის შემცირებისა და მკურნალობის ხარისხის ამაღლების მიზნით. კვლევისათვის გამოყენებული იქნა მათემატიკური სტატისტიკის კლასტერ-ანალიზის მეთოდები უნივერსალური სტატისტიკური პროგრამული პაკეტის SPSS-ის გამოყენებით. დასახული მიზნის მისაღწევად შემოტანილი იქნა დაავადების ინდექსის ცნება და განისაზღვრა მისი რამდენიმე ვარიანტი. ინდექსების გამოყენებით კვლევის შედეგებმა აჩვენა, რომ მათი საშუალებით შეიძლება ობიექტურად მოვახდინოთ ქვეყნის დასახლებული პუნქტებისა და რეგიონების დაჯგუფება სიმსივნური დაავადების გავრცელების ინტენსივობის მიხედვით.

8. მარტივი ძირითადი ჰიპოთეზის შემოწმება რთულ ალტერნატივთან მიმართებაში არის კარგად შესწავლილი პრობლემა მრავალ სამეცნიერო შრომაში (Marden, 2000; Anderson, 1982; Wijsman, 1967; Berger and Pericchi, 1996; Kass and Wasserman, 1996; Gomez-Villegas et al., 2009; Duchesne and Francq, 2014; Bedbur et al. 2013). არც ისე დიდი ხნის წინ, მრავალ გამოყენებებში, დაიწყო პრობლემების განხილვა, როდესაც საჭიროა ალტერნატიულ ჰიპოთეზასთან დაკავშირებით არა მარტო გადაწყვეტილების მიღება არამედ, აგრეთვე, პარამეტრის მნიშვნელობებს შორის განსხვავებების მიმართულების გარკვევა, რომელიც განპირობებულია ძირითადი და ალტერნატიული ჰიპოთეზებით, ანუ მნიშვნელოვანია გადაწყვეტილების მიღება პარამეტრი ასწრებს თუ ჩამორჩება ძირითადი ჰიპოთეზით განსაზღვრულ მნიშვნელობას (Kaiser, 1960; Leventhal and Huynh, 1996; Finner, 1999; Jones and Tukey, 2000; Shaffer, 2002; Bansal and Sheng, 2010; Bansal et al., 2016). ასეთი პრობლემა აქტუალურია, მაგალითად, მიკროარეების მონაცემთა ანალიზისას, გამოსახულებათა ანალიზისას, ბიოლოგიურ გამოყენებებში და გენეტიკურ კვლევებში (Bansal and Miescke, 2013; Bansal and Sheng, 2010).

პარამეტრული მოდელებისათვის ეს პრობლემა შეიძლება ასე იქნეს ფორმულირებული:

$$H_0 : \theta = \theta_0 \text{ vs. } H_- : \theta < \theta_0 \text{ or } H_+ : \theta > \theta_0, \quad (1)$$

სადაც θ არის მოდელის პარამეტრი, θ_0 არის ცნობილი. ამ ალტერნატიულებს ეწოდებათ ასიმეტრიული ან მიმართული ალტერნატიულები.

ბევრ გამოყენებაში მრავალი ასიმეტრიული ჰიპოთეზის შემთხვევა არის განხილული, ანუ შესამოწმებელი ჰიპოთეზებს აქვს შემდეგი სახე (Bansal et al., 2016; Bansal and Miescke, 2013; Benjamini and Hochberg, 1995; Finner, 1999; Shaffer, 2002; Kachiashvili et al., 2020):

$$H_i^{(0)} : \theta_i = 0 \text{ vs } H_i^{(-)} : \theta_i < 0 \text{ or } H_i^{(+)} : \theta_i > 0, i = 1, \dots, m. \quad (2)$$

სადაც m არის $\theta_1, \dots, \theta_m$ პარამეტრებთან დაკავშირებით ინდივიდუალური ჰიპოთეზების რაოდენობა, რომლებიც უნდა შემოწმდეს $X = (X_1, \dots, X_m)$ ტესტ-სტატისტიკით, სადაც $X_i \approx f(x_i | \theta_i)$.

მრავალ შემთხვევაში, განსაკუთრებულად ბიო-სამედიცინო გამოკვლევებისას, ჰიპოთეზების რაოდენობა არის ძალზე დიდი (Bansal et al., 2016). დიდი რაოდენობის მრავლობითი ჰიპოთეზების შესამოწმებლად, დასახული მიზნისაგან დამოკიდებულებით, მრავალი სხვადასხვა კრიტერიუმი გამოიყენება. მაგალითად, შედარების ტიპის შეცდომის დონე (შტმდ (CWER)), ოჯახური ტიპის შეცდომის დონე (ოტმდ (FWER)) და არა-ჭეშმარიტი აღმოჩენის დონე (აად (FDR)) ან დადებითი არაჭეშმარიტი აღმოჩენის დონე (დაად (pFDR)) (Benjamini and Yekutieli, 2005; Chow, 2011). კარგად არის ცნობილი, რომ ამ კრიტერიუმებს შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულება: „როდესაც ძალზე ბევრი ტესტი უნდა იქნეს გამოყენებული, დაად (FDR) (ან სხვა ალტერნატიული ფორმა, როგორცაა დაად (pFDR)) წარმოადგენს იმედისმომცემ ალტერნატივას (ხშირად უფრო მაღალი სიმძლავრის მქონეს) შედარების ტიპის შეცდომებს (შტმ (CWE)) შორის“ (იხ., მაგალითად, პროფესორ დ. ედვარდსის კომენტარი სტატისტიკისათვის (Benjamini and Yekutieli, 2005)).

როდესაც ალტერნატივები არიან ასიმეტრიულები, მიმართული არაჭეშმარიტი აღმოჩენის დონე (მაად (DFDR)) ან შერეული მიმართული არაჭეშმარიტი აღმოჩენის დონე (შმაად (mdFDR)) არის გამოყენებული (Bansal et al., 2016). ოპტიმალური პროცედურები, რომლებიც აკონტროლებენ მაად (DFDR) ან შმაად (mdFDR) იყენებენ ორ ბოლიან პროცედურებს იმ პირობით, რომ ასიმეტრიული ალტერნატივები არიან სიმეტრიულად განაწილებული. ამიტომ, გადაწყვეტილების წესი არის სიმეტრიული ძირითადი ჰიპოთეზით განსაზღვრული პარამეტრის მნიშვნელობის მიმართ (Shaffer, 2002; Benjamini and Yekutieli, 2005). ექსპერიმენტებისათვის, რომლებშიც ალტერნატიული ჰიპოთეზების განაწილებები არიან ასიმეტრიულები, ასიმეტრიული გადაწყვეტილების წესი, რომელიც დაფუძნებულია ასიმეტრიულ ნორმალურ პრიორულ ალბათობებზე და ტესტირებისათვის იყენებს ბაიესის მეთოდოლოგიას, შემოთავაზებულია შრომაში (Bansal et al., 2016). აქ თეორიულად დამტკიცებულია „რომ ასიმეტრიული პრიორული ალბათობები იძლევა მაღალ სიმძლავრეს სწორი აღმოჩენების რაოდენობაში ვიდრე სიმეტრიული პრიორული ალბათობები“. ეს შედეგი დადასტურებულია იმიტაციური მოდელირებით განხორციელებული გამოკვლევით, რომლითაც დარდება შემოთავაზებული წესი სიხშირულ წესთან და ნაშრომში (Benjamini and Yekutieli, 2005) შემოთავაზებულ წესთან.

პბმ (CBM)-ზე დაფუძნებული მიმდევრობითი მეთოდი მრავლობითი ჰიპოთეზების შესამოწმებლად განხილული იყო ნაშრომში (Kachiashvili, 2014), სადაც ნაჩვენებია იყო, რომ ორივეს, ოჯახური ტიპის შეცდომის დონის და ოჯახური ტიპის სიმძლავრის საკონტროლებლად ის იყენებს ამონარჩევს მნიშვნელოვნად მცირე დაკვირვების შედეგებით ვიდრე ბონფერონის ან ურთიერთ გადაკვეთის სქემა, რომელიც იყენებს მაღალ ადამავალ და დაბალ დადმავალ მეთოდებს მრავლობითი შედარებისას მიმდევრობით დამუშავებებში. ახალი მეთოდი აღემატება ადრე შემოთავაზებულ ტესტირების მეთოდებს ამონარჩევის მოსალოდნელი ზომის არსებითი შემცირებით. რადგან პირობითი ბაიესის მეთოდი (პბმ (CBM)) შეიძლება გამოყენებული იქნეს სიმეტრიული და ასიმეტრიული ჰიპოთეზებისათვის რაიმე ცვლილების გარეშე და იმის მხედველობაში მიღებით, რომ მას შეუძლია გაითვალისწინოს ასიმეტრიულობა მარტივად როგორც პრიორულ განაწილებებში, ასევე შეზღუდვების დონეებში, ვფიქრობთ, რომ პბმ (CBM)-ის მიდგომის გამოკვლევა ასიმეტრიული მრავლობითი ჰიპოთეზებისათვის საინტერესო და პერსპექტიულია. აღნიშნულზე დაყრდნობით, პბმ (CBM)-ის გამოყენება

ორივე, ინდივიდუალური და მრავლობითი ასიმეტრიული ჰიპოთეზებისათვის არის განხილული ქვემოთ აად (FDR)–თან კონტექსტში.

პბმ (CBM)–ის ერთ–ერთი შესაძლო ფორმულირება ასიმეტრიული ჰიპოთეზების შემოწმებისათვის განხილულია პარაგრაფ 2–ში და დამტკიცებულია, რომ შეიძლება პბმ (CBM)–თვის სასურველ დონეზე კონტროლირებული იყოს არაჭეშმარიტი აღმოჩენის დონე (აად (FDR)). აქ აგრეთვე დამტკიცებულია, რომ მიმდევრობითი ტესტი შექმნილი პბმ (CBM)–ის განხილული ფორმულირებისათვის ყოველთვის იძლევა მარტივ გადაწყვეტილებას შემოსაზღვრული შმაად (mdFDR)–ით. პარაგრაფ 3–ში მოცემულია პბმ (CBM)–ის გამოყენება მრავლობითი ჰიპოთეზების ტესტირებისათვის. ამასთანავე, მოცემულია თეორემები, რომლებიც ამტკიცებენ, რომ შესაძლებელია აად (FDR)–ის კონტროლი სასურველ დონეზე. პარაგრაფ 2–ში მიღებული ფორმულების ზოგიერთი კონკრეტიზაცია ნორმალური (ძირითადი ჰიპოთეზისას) და წაკვეთილი ნორმალური (ალტერნატიული ჰიპოთეზისას) განაწილებებისათვის მოცემულია პარაგრაფ 4–ში. შემოთავაზებული თეორიული შედეგების გამოკვლევები სიმულაციით, ინდივიდუალური და მრავლობითი ასიმეტრიული ჰიპოთეზებისათვის, მოცემულია პარაგრაფ 5–ში. ზოგიერთი გამოთვლის შედეგების განხილვა და დასკვნები მოცემულია, შესაბამისად, პარაგრაფებში 6 და 7.

9. განხილულია ერთგანზომილებიანი ვინერის პროცესის ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე ფუნქციონალის იტოს სტოქასტური ინტეგრალით წარმოდგენადობის ამოცანა. ადრე ეს ამოცანა განხილული იყო იმ შემთხვევისთვის, როცა ვინერის პროცესს და მისი ფუნქციონალს აქვთ ერთობლივი გაუსის განაწილება. აქ განიხილება ზოგადი შემთხვევა. სუსტი მეორე რიგის ფუნქციონალისთვის ნაპოვნია ინტეგრანდი, როგორც განზოგადოებული შემთხვევითი პროცესი; განზოგადოებულია შირიაევის შედეგი ერთგანზომილებიანი შემთხვევისთვის და მიღებული შედეგის ანალოგი დამტკიცებულია ბანახის სივრცის შემთხვევაში.

10. განხილულია ინტეგრალური ტიპის ერთგანზომილებიანი ვინერის ფუნქციონალი და მიღებულია მისი სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენა. ინტეგრანდი მიღებულია კლარკ–ოკონეს ტიპის ფორმულის მეშვეობით.

11. განხილულია დავალებების განუსაზღვრელი მოცულობის პარტიებად ოპტიმალურად გადაგზავნის ამოცანა. თითოეული პარტიის გადაგზავნას სჭირდება ფიქსირებული დრო D, თუ დავალება დანიშნულ დროზე გვიან გაიგზავნა, შესაბამისი ჯარიმა ფიქსირდება, რომელიც ტოლია დავალების ლოდინის დროის. განიხილება პარტიების გადაგზავნის სრული დროის და დავალებების დაგვიანებების ჯამის მინიმიზაციის ამოცანა. აგებულია ამ ამოცანის ამოხსნის ალგორითმი, რომელიც უფრო სწრაფია ვიდრე აქამდე ცნობილი სხვა ალგორითმები.

8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

8.1. საქართველოში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მომხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	M. Zakradze, M. Kublashvili	On some aspects of solving boundary problems by the method of conformal mapping	The XXXIV International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, 16-19 September, 2020. 41-42.
2	ე. აბრამიძე	ფენოვანი გოფრირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური

		ამოცანის რიცხვითი ანალიზი დაზუსტებული თეორიის საფუძველზე	საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020
3	მ. ნიკოლეიშვილი, ვ. ტარიელაძე, გ. ჭელიძე	AM -GM უტოლობის შესახებ ნატურალური რიცხვებისათვის	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020
4	დ. ზარნაძე, დ. უგულავა	Approximate solution of Schrodinger equation in the spaces of orbits	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020
5	გ. ბალათურია, მ. მენტეშაშვილი	Inverse problems for nonlinear hyperbolic equation	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020.
6	გ. გიორგობიანი, ვ. კვარაცხელია, ნ. მანჯავიძე.	დირიხლეს მწკრივის უნივერსალობა.	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020.
7	გ. გიორგობიანი, ვ. კვარაცხელია,	ადამარის მატრიცები და მასთან დაკავშირებული ამოცანები.	კონფერენცია „შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში V“. ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი, ბიზნესის სკოლა, ბიზნეს კვლევების სამეცნიერო ცენტრი, თბილისის მეცნიერებებისა და ინოვაციების 2020-წლის ფესტივალი. თბილისი, 19-20 ნოემბერი, 2020.
8	გ. გიორგობიანი, ქ. კანდელაკი, ვ. კვარაცხელია, მ. ცაცანაშვილი.	ქალაქ თბილისის მუნიციპალური ტრანსპორტის მოძრაობის სტატისტიკური ანალიზი.	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020.
9	Kachiashvili K.J.	Modeling of Multidimensional Gaussian Markov Real Processes Having Memory with Given Accuracy	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020
10	Kachiashvili K.J.	Identification of regression dependences at passive and active experiments	The XXXIV International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics of Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia, 16-19 September, 2020. 41-42.

11	ბ. მამფორია, ვ. ტარიელაძე, ა. ჩახვაძე	სიმეტრიულად წაკვეთილი ნორმალური განაწილება სტოქასტური განრიგების ამოცანებში	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, 27 – 29 აგვისტო, 2020
12	ბ. მამფორია, ნ. ვახანია	სამუშაოების დაგეგმვის პრობლემის მათემატიკური ასპექტები დავალებათა შესრულების დროის ორი განსხვავებული მნიშვნელობისთვის იდენტურ პროცესორებზე.	საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია. ბათუმი, 27-29 აგვისტო, 2020
<p>მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში არ გამოქვეყნებულა)</p> <p>1. მოხსენება ეხება ზოგიერთ ასპექტს, რომელიც წამოიჭრება სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნისასკონფორ-მულ ასახვათა მეთოდით. აღნიშნული მეთოდით სასაზღვრო ამოცანათა ამოხსნისათვის შემოთავაზებულია ახალი მიდგომა, რომელიც ხასიათდება სიმარტივით და მაღალი სიზუსტით.</p> <p>2. მოხსენებაში განხილულია ზედაპირული ძალის ზეგავლენით გამოწვეული ფენოვანი გოფირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი განსხვავებული თეორიების საფუძველზე. მოყვანილია კერძო მაგალითი, რომლის რიცხვითი რიალიზაციით მიღებული ამოხსნე-ბი იძლევა ფენოვანი გოფირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაციის პროცესის შეფასების საშუა-ლებას.</p> <p>3. მოხსენება ეხება პირობითი ექსტრემუმის პოვნის ამოცანას ოპტიმიზაციის ამოცანების ერთი კლასისათვის. განხილულია დადებითი, რაციონალური და მთელი რიცხვების ნამრავლის მაქსიმიზაციის საკითხი, როდესაც მათი ჯამი ცნობილია. დამუშავებულია აგებული ალგორითმის პროგრამული უზრუნველყოფა. მიღებული შედეგები გამოიყენება რესურსების განაწილების ამოცანებში.</p> <p>4. \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორბიტალური \mathcal{H}_n ოპერატორის შემცველი შრედინგერის $\mathcal{H}_n orb_n(\mathcal{H}, \varphi) = orb_n(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის სასრულო ორბიტების $D(\mathcal{H}^n)$ ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორ-ბიტალური \mathcal{H}^∞ ოპერატორის შემცველი $\mathcal{H}^\infty orb(\mathcal{H}, \varphi) = orb(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისთვის ყველა ორბიტების $D(\mathcal{H}^\infty)$ ფრემს სივრცეში აგებულია წრფივი სპლაინური ცენტრალური (ძლიერად ოპტიმალური) ალგორით-მი.</p> <p>5. განხილულია კომის შებრუნებული ამოცანის ერთი ვარიანტი მეორე რიგის არაწრფივი შერეული ტიპის განტოლებისათვის. შესწავლილია ამონახსნის არსებობის პრობლემა, მიახლოებითი ამოხსნის განსაზღვრი-სათვის აგებულია შესაბამისი სხვაობიანი სქემა, შესწავლილია სხვაობიანი სქემის კრებადობა.</p> <p>6. შემოღებულია გადანაცვლებების მიმართ ლოკალური უნივერსალობის ცნება. დამტკიცებულია, რომ კრი-ტიკულ ზოლში განსაზღვრული ნიშნებიანი დირიხლეს და მარტივ რიცხვთა ხარისხების მწკრივები ლოკა-ლურად უნივერსალურია. კერძოდ, ყოველი კომპაქტისთვის კრიტიკული ზოლიდან, არსებობს ზემოაღნიშ-ნული მწკრივების ისეთი გადანაცვლებები, რომლებიც თანაბრად იკრიბებიან ამ კომპაქტზე რიმანის ძეტა ფუნქციისკენ.</p> <p>7. მოცემულია ადამარის მატრიცების მოკლე მიმოხილვა. დამტკიცებულია ადამარის მატრიცის თვისებები და ჩამოყალიბებულია ადამარის მატრიცებთან დაკავშირებით ერთი ჰიპოთეზა.</p>			

8. ქ. თბილისის მუნიციპალური ავტობუსების სისტემის მაგალითზე ჩატარებულია მგზავრთა ნაკადების სტატისტიკური ანალიზი 2019 წლის მონაცემებით. შესწავლილია სისტემის ზოგიერთი სტატისტიკური პარამეტრი, რომელიც შედარდა 2017 წლის ანალოგიურ პარამეტრებს. აგრეთვე შესწავლილია მგზავრთა ნაკადის დამოკიდებულება დასვენების დღეებზე და საზაფხულო სეზონზე. გამოყენებულია ჰიპოთეზების შემოწმების არაპარამეტრული ტესტები SPSS Statistics პროგრამული პაკეტის გარემოში.

9. მრავალგანზომილებიანი შემთხვევითი მწკრივის მოდელირება კომპიუტერის დახმარებით ფართოდ გამოიყენება მრავალი გამოყენებითი ამოცანის გასაწყვეტად. შემთხვევითი მწკრივების მოდელირების ყველა არსებული მეთოდი გულისხმობს გარკვეული აპრიორული ინფორმაციის არსებობას: მრავალგანზომილებიანი განაწილების ფუნქციის ან სპექტრალური სიმკვრივის, მათემატიკური ლოდინის ვექტორის, კოვარიაციული ფუნქციების და ა.შ., რომლებიც, როგორც წესი, უცნობია და მათი განსაზღვრა ხდება დაკვირვების შედეგების საფუძველზე. შეფასებისას დაშვებული შეცდომები, რა თქმა უნდა, გავლენას ახდენენ მოდელირების შედეგების სიზუსტეზე. სტაციონალური გაუსის მწკრივი სრულად განისაზღვრება მოცემული კოვარიაციის მატრიცით. ამიტომ, m –განზომილებიანი გაუსის ტიპის მარკოვის მწკრივი $X(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$, N –ის ტოლი კავშირის სიღრმით მოიცემა ფორმულით

$$x_p(t) = \sum_{i=1}^{p-1} b_i^p x_i(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N a_{ij}^p x_i(t-j) + \sigma_p \xi_p(t), \quad (1)$$

სადაც, b_i^p , a_{ij}^p კოეფიციენტები დამოკიდებული არიან m –განზომილებიანი შემთხვევითი მწკრივის $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$ ავტოკოვარიაციულ და ურთიერთკოვარიაციულ ფუნქციებზე; σ_p^2 არის არის $x_p(t)$ შემთხვევითი მწკრივის ნარჩენი დისპერსია; $\xi_p(t)$ არის ნორმალურად განაწილებული სტანდარტული შემთხვევითი სიდიდე. ნაშრომში მოცემულია დამოკიდებულება, რომელიც განსაზღვრავს (1) მწკრივის საჭირო სიზუსტით მოდელირებისათვის საჭირო დაკვირვებების რაოდენობას, რომლითაც განისაზღვრება მოდელირებისათვის საჭირო კოვარიაციული მატრიცები.

10. არაწრფივი რეგრესიული დამოკიდებულებების იდენტიფიკაციის ზოგადი წესი შემოთავაზებულია ნაშრომში. ის დამუშავებულია არა მხოლოდ რეგრესიული ანალიზის, არამედ მთელი თანამედროვე მათემატიკის ორი ძირითადი სირთულის დაძლევის მიზნით: პრობლემის არაწრფივობა და მრავალგანზომილებიანობა. დამუშავებულია უცნობი რეგრესიის პარამეტრების შემცველი ინტერვალების განსაზღვრის უნივერსალური ალგორითმი, რომელიც ერთთან ახლო ალბათობით შეიცავს პარამეტრების უცნობ მნიშვნელობებს. რეგრესიული დამოკიდებულებების იდენტიფიკაციის ხარისხი დამოკიდებულია ამ ინტერვალების წარმატებით განსაზღვრაზე. მეთოდი მისაღება პასიური ექსპერიმენტის დროს არაწრფივი რეგრესიების საკმაოდ ფართო კლასისთვის. ეს მნიშვნელოვნად ამცირებს იდენტიფიკაციის პრობლემების გადასაჭრელად საჭირო დროს და უზრუნველყოფს საჭირო საიმედოობას. მიღებული შედეგები ასევე სწორია აქტიური ექსპერიმენტის დროს, ხმაურის ხასიათზე დაწესებული შეზღუდვების გარკვეული გამკაცრებით.

11. მოხსენებაში განხილულია სიტუაცია, როცა პროცესორის მიერ დავალებათა შესრულების დროები შემთხვევითი სიდიდეებია. დასაბუთებულია, რომ ხელსაყრელია ამ მიზნით შემოღებული და გამოყენებული იქნეს სიმეტრიულად წაკვეთილი ნორმალური განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეები.

12. განხილულია იდენტურ პროცესორებზე დავალებათა შესრულების ოპტიმალური დაგეგმარების ამოცანა, როცა პროცესორებზე დავალებების შესრულების ორი განსხვავებული დროა მოცემული.

8. 2. უცხოეთში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მოხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
---	--------------------------------	--------------------	------------------------------------

1	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia	On a numerical characteristic of the Hadamard matrices	Statistics for Twenty-first Century - 2020 [ICSTC 2020] during 16-19 December 2020 at Trivandrum, India https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/icstc-2020/home?authuser=0 .
2	Г. Меладзе, Т. Давиташвили	Нелокальные контактные задачи для одномерных уравнений теплопроводности	IES-2020 New Informational and Computer Technologies in Education and Science. PROCEEDINGS Of the XII International Scientific-Practical Conference, Ukraine, Vinnytsia, VNTU, May 26-29, 2020
3	K.J. Kachiashvili, I.A. Prangishvili and J.K. Kachiashvili	Quasi-optimal rule of testing directional hypotheses	International conference “Strategic Management, Decision Theory & Data Science”, Kolkata, India, 4-6 January, 2020. 45-46.
4	K.J. Kachiashvili	Conditional Bayes method for different types of hypotheses testing	Statistics for Twenty-first Century - 2020 [ICSTC 2020] during 16-19 December 2020 at Trivandrum, India https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/icstc-2020/home?authuser=0 .
5		Asymptotics related with Cramer-Von Mises-Smirnov Statistics	Statistics for Twenty-first Century - 2020 [ICSTC 2020] during 16-19 December 2020 at Trivandrum, India https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/icstc-2020/home?authuser=0

მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში არ გამოქვეყნებულა)

1. განხილულია ადამარის მატრიცებთან დაკავშირებული ამოცანები. შემოღებულია ზოგიერთი რიცხვითი მახასიათებელი და ნაპოვნია მათი ზედა და ქვედა შეფასებები. ადამარის მატრიცის სტრუქტურის გადანაცვლებებთან დაკავშირებით ჩამოყალიბებულია ერთი ჰიპოთეზა.

2. იხ. სტატია (7.4 [4]).

3. შესწავლილია ასიმეტრიული ჰიპოთეზების შემოწმების პრობლემა ძირითადი და ალტერნატიული ჰიპოთეზების წყვილ-წყვილად განხილვით. გადაწყვეტილების წესის ოპტიმალურობისთვის გამოიყენება შერეული მიმართულების ყალბი აღმოჩენის დონის კონცეფცია (mdFDR). შემუშავებული მეთოდი გამოყენებულია მრავალი ჰიპოთეზის შესამოწმებლად. შემუშავებული მიდგომისთვის გადაწყვეტილების სასურველი დონეზე მიღების ხარისხის გარანტია თეორიულად დამტკიცებულია და პრაქტიკულად დადასტურებული კონკრეტული მაგალითების გამოთვლით. ასევე ნაჩვენებია, რომ შემოთავაზებული მეთოდი არის გაერთიანება-გადაკვეთა და გადაკვეთა-გაერთიანება ჰიპოთეზების შემოწმების პრობლემების კერძო შემთხვევა.

4. განხილულია პირობითი ბაიესის მეთოდი ჰბმ (CBM) სხვადასხვა ტიპის ჰიპოთეზების შესამოწმებლად. ნაჩვენებია, რომ ჰბმ წარმოადგენს ახალ ფილოსოფიას სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების თეორიაში, რომელიც მოიცავს ფიშერის, ნეიმან-პირსონის, ჯეფრისა და ვალდის მიდგომებს. ჰბმ-ის გამოყენებით შემოწმებულია სხვადასხვა ტიპის ჰიპოთეზები პარალელური და მიმდევრობითი ექსპერიმენტების დროს: მარტივი, რთული, ასიმეტრიული, მრავლობითი, გაერთიანება-თანაკვეთა და თანაკვეთა-გაერთიანება. მიღებული შედეგები ცხადად მიუთითებს ჩამოთვლილი მიდგომების მიმართ ჰბმ-ის უპირატესობაზე.

5. მოხსენებაში მოკლედ არის მიმოხილული კვლევის შედეგები, რომელსაც საფუძვლად დაედო ნ. კანდელაკის (ზღვართი თეორემა ჰილბერტის სივრცეში, 1965) და ვ. საზონოვის (ω^2 კრიტერიუმის შესახებ, 1968) ორიგინალური შრომები.

დამატებითი ინფორმაცია

თანამშრომლობა სხვა ორგანიზაციებთან

გარდა სახელმწიფო ბიუჯეტით დაფინანსებული 5 წლიანი პროექტით დასახული ამოცანებისა, ინსტიტუტის თანამშრომლები აგრეთვე მონაწილეობენ სხვა პროექტებში.

1. თანამშრომლობა დაავადებათა კონტროლისა და საზოგადოებრივი ჯანმრთელობის ეროვნული ცენტრთან.

ინსტიტუტის წარმომადგენელთა პირველი ვიზიტი დაავადებათა კონტროლისა და საზოგადოებრივი ჯანმრთელობის ეროვნულ ცენტრში შედგა 2020 წლის ივნისში. სამუშაო შეხვედრა-სემინარი გაიმართა 3 ივლისს საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში, რომელიც ძირითადად მიემდგვნა საქართველოში და მის საზღვრებს გარეთ არსებული ეპიდემიური მდგომარეობის შესწავლასთან დაკავშირებულ საკითხებს. დაავადებათა კონტროლისა და საზოგადოებრივი ჯანმრთელობის ეროვნული ცენტრის სპეციალისტთა მიერ მომზადებულ საინფორმაციო მასალებზე დაყრდნობით, წარმოდგენილი იქნა კოვიდ 19-ის ფარგლებში ქართული ჯანდაცვისათვის ამ ეტაპზე აქტუალური ამოცანები, რომელთა გადაწყვეტაც მოითხოვს მათემატიკური სტატისტიკის და მოდელირების მეთოდების გამოყენებას.

აღნიშნული პრობლემატიკის გადაწყვეტაში ჩაერთო გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის მეცნიერ-მკვლევართა ჯგუფი. ორგანიზაციებს შორის გაფორმდა „ურთიერთთანამშრომლობის მემორანდუმში“. სემინარებმა მიიღო რეგულარული ხასიათი, სადაც ხდებოდა ინფორმაციის გაცვლა-განახლება, ამოცანების დაზუსტება, კორონავირუსის ფარგლებში არსებული ინფორმაციის მათემატიკური დამუშავების მეთოდისათვის დაკავშირებული საკითხების განიხილვა. ჩვენს მიერ წარმოდგენილი იქნა სტატისტიკური კვლევის ზოგიერთი შედეგი. შეთავაზებული მიდგომა იძლევა რიცხვითი შედეგების სიზუსტის გაზრდის საშუალებას მონაცემთა სათანადო სტრუქტურისა და გარკვეული ოპტიმიზირების პირობებში.

კვლევა ჩატარდა მიმდინარე წლის გაზაფხულ-ზაფხულის მონაცემების მიხედვით. ქვეყნები დაჯგუფებული და შედარებული იქნა განხორციელებული ღონისძიებების და დაავადებულთა რაოდენობების მიხედვით. გარდა ამისა, ქვეყნები დაიყო დაახლოებით თანაბარი რაოდენობის მოსახლეობის მიხედვით და ყოველი ჯგუფისთვის ჩატარდა ზემოთ აღნიშნული გამოკვლევები. კვლევამ აჩვენა, რომ საქართველომ სხვა ქვეყნებთან შედარებით ყველაზე მეტი კოვიდ საწინააღმდეგო ღონისძიება განახორციელა დროულად, რის გამოც გაზაფხულ-ზაფხულის პერიოდში ეპიდემიის შემოტევა საქართველოში ნაკლებად იყო საგრძნობი.

2. თანამშრომლობა ა(ა)იპ - სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან.

2019 წლიდან საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი თანამშრომლობს ა(ა)იპ - სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან. თანამშრომლობის მიზანია ხელი შეუწყოს ჰუმანიტარული (და სხვა) მიმართულების კვლევებში მათემატიკური მეთოდების გამოყენებას და მათი რეალიზაციისთვის კვლევითი კომპეტენციების გამომუშავებას; სხვადასხვა დარგის მეცნიერთა შორის თეორიული და პრაქტიკული ცოდნის გაცვლას.

ამ მიზნით სხვადასხვა სპეციალობის დოქტორანტებისთვის სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან ერთად ორგანიზებული იქნა სასწავლო ტრენინგები, რომლებიც ტარდებოდა ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო განყოფილებებში და სასწავლო-სამეცნიერო ლაბორატორიაში წინასწარ შერჩეული საკითხების და ინდივიდუალური მეცადინეობების გეგმის შესაბამისად. პანდემიის პირობებში ტრენინგები ტარდებოდა დისტანციურ რეჟიმში.

პროგრამაში მონაწილეობდნენ სხვადასხვა სპეციალობის დოქტორანტები. ეს სპეციალობებია საჯარო მმართველობა, ბიზნესი, ფსიქოლოგია, მშენებლობა. თითოეული დოქტორანტის კვლევის ხასიათის გათვალისწინებით, ტრენინგების პროგრამებში ჩართული იქნა გამოყენებითი მათემატიკის შემდეგი საკითხები: გამოყენებითი სტატისტიკის ზოგიერთი მეთოდი, მათ შორის პარამეტრული და არაპარამეტრული ტესტები; გამოთვლითი მეთოდების საკითხები; პროგრამული პაკეტები SPSS, Excel, Wolfram Mathematica.

თანამშრომლობის ფარგლებში, ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის ბაზაზე, ინსტიტუტის მეცნიერების მონაწილეობით სულ განხორციელდა 7 პროექტი 7 დოქტორანტთან.

2020 საანგარიშო წელს სასწავლო ტრენინგები ჩატარდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ბიზნესტექნოლოგიების ფაკულტეტის დოქტორანტს, ქ. კანდელაკს, სადოქტორო თემა: ადგილობრივი თვითმმართველობის ორგანოებში მუნიციპალური ტრანსპორტის სისტემის მართვა (პრობლემები და გადაჭრის გზები). დოქტორანტთან ერთად მომზადდა ერთობლივი მოხსენება (იხ. **8.1 [8]**), სადაც განხილული იყო ქ. თბილისის მუნიციპალიტეტის ავტობუსების მარშრუტებთან დაკავშირებული ამოცანები და შესაბამისი სტატისტიკური ანალიზი. მოხსენების მასალებზე დაყრდნობით, პროგრამაში მონაწილე 2 დოქტორანტის თანაავტორობით მომზადდა ერთობლივი სამეცნიერო სტატია (იხ. **გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები [6]**). ნაშრომის პრეზენტაცია შედგა 2020 წლის 3 ნოემბერს ინსტიტუტის სხდომათა დარბაზში. შეხვედრას ესწრებოდნენ ინსტიტუტისა და ცენტრის ხელმძღვანელები და მეცნიერები. მუშაობის პროცესში დასმული იქნა ახალი ამოცანებიც, რომელსაც მიემდგვნება კიდევ ერთი სამეცნიერო ნაშრომი. შედგენილი იქნა შესაბამის მონაცემთა შეგროვების და დამუშავების გეგმა.

ცენტრთან თანამშრომლობა გრძელდება. ახალ პროგრამაში მონაწილეობენ საჯარო მმართველობის, ბიზნეს-ადმინისტრირებისა და იურიდიული ფაკულტეტების სტუდენტები.

იბეჭდება ნაშრომები:

1. G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. Hadamard matrices and some related problems. შრომების კრებული. კონფერენცია: „შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში V“. ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი. თბილისი, 19-20 ნოემბერი, 2020. <https://www.gau.edu.ge/ka/news-events/news/business-school-conference-2020>
2. Madera, H. Meladze, M. Surguladze. Mathematical Modeling of Stochastic Systems Using the Generalized Normal Solution Method, Transactions of A.Razmadze Mathematical Institute
3. G. Ghlonti, B. Singini. Some aspects of application of information technologies in healthcare management (case of republic of Malawi). Journal of Technical Sciences and Technologies", IBSU, Vol-8, No-1, 2020

გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები:

1. თ. ბაციკაძე, მ. კუბლაშვილი, ნ. მურდულია, ჯ. ნიჭარაძე მაღლივი შენობების დინამიკური მახასიათებლების განსაზღვრა . სამეცნიერო-ტექნიკური ჟურნალი „მშენებლობა“ №2(55) 2020წ.
2. G. Chelidze, M. Nikoleishvili, V. Tarieladze. On AM-GM and general problems of maximization of products. (გადაცემულია Expo. Math.).
3. D. Zarnadze, D. Ugulava. A linear spline algorithms of computerized tomography in the spaces of n -orbits (გადაცემულია Georgian Math. Journal).
4. D. Zarnadze, D. Ugulava. On calculation of the inverce of harmonic oszillator in the space of orbits (გადაცემულია Journal of complexity).

5. G. Giorgobiani, N. Manjavidze. Rearrangement universality of the Dirichlet and prime numbers' power series. (გადაცემულია Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica).
6. G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. Statistical analysis for efficient design of passenger transit system (გადაცემულია Bulletin of TICMI, ISSN 1512-0082; თანავტორები T. Giorgobiani, K. Kandelaki, M. Tsatsanashvili).
7. V. Tarieladze. On local quasi-convexity as a three-space property in topological abelian groups. (გადაცემულია Journal of Mathematical Analysis and Applications; თანავტორი X. Domonguez).

მომზადებული ნაშრომები:

1. J. Sanikidze, M. Kublashvili, M. Mirianashvili. On a question of application of direct computational methods to numerical solution of singular equations with Cauchy kernel.
2. M. Zakradze, Z. Tabagari, N. Koblishvili. On numerical solving of the Dirichlet generalized harmonic problem for regular n-sided pyramidal domains by the probabilistic method.
3. M. Zakradze, M. Kublashvili, N. Koblishvili, T. Saginadze. On solving the Dirichlet generalized harmonic problem for axisymmetric finite domains with cylindrical hole by the probabilistic method.
4. ე. აბრამიძე. ფენოვანი გოფორირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი დაზუსტებული თეორიის საფუძველზე.
5. G. Giorgobiani, N. Manjavidze, V. Tarieladze. Banaszchik-Beck theorem and universal Dirichlet and prime numbers' power series.
6. ქ. ყაჭიაშვილი. მანქანური სწავლება. სახელმძღვანელო.
7. Г.Церцвадзе, Г.Меладзе, Т.Давиташвили. Канонически сопряжённые представления операторов Заде.

პედაგოგიური საქმიანობა:

- ✓ საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი: პროფესორები - მ. კუბლაშვილი, დ. უგულავა, ვ. კვა-რაცხელია, ვ. ტარიელაძე, ქ. ყაჭიაშვილი; ასოცირებული პროფესორები - ე. აბრამიძე, ზ. სანიკიძე, მ. ნაჭყებია; მიწვეული პროფესორები - ჰ.მელაძე, გ. ცერცვაძე, გ. ბალათურია, მ. ფხო-ველიშვილი.
- ✓ ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ბ. მამფორია - ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მიწვეული პროფესორი.
- ✓ ქუთაისის ტექნოლოგიური უნივერსიტეტი - გ. ჭელიძე (ასოცირებული პროფესორი)
- ✓ შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი - გ. ლლონტი (ასოცირებული პროფესორი)
- ✓ საქართველოს საზოგადოებრივ საქმეთა ინსტიტუტი (GIPA) - მ. ნიკოლეიშვილი (პროფესორი)
- ✓ ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი (BTU) - ა. ჩახვაძე (ასისტენტ პროფესორი)
- ✓ სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - მ. მენტეშაშვილი (ასოცირებული პროფესორი)
- ✓ ვლადიმერ კომაროვის სახელობის თბილისის 199-ე მათემატიკური საჯარო სკოლა - ვ. ბერიკა-შვილი (მათემატიკის მიწვეული მასწავლებელი)
- ✓ სკოლა-პანსიონი „IB-მთიები“ - ჰ.მელაძე (მათემატიკის მიწვეული მასწავლებელი)

დისერტაციის რეცენზირება.

- ✓ რეცენზენტი პროფ. ჰ.მელაძე - დოქტორანტი ოთარ კემულარია, „საფრენი აპარატების მოდელი-რება“, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2020 წელი.

მივლინება

1. ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, მ. მენტეშაშვილი, ჰ. მელაძე, ვ. ტარიელაძე, ე. აბრამიძე. 27 – 29 აგვისტო, 2020, ბათუმი. საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის XI ყოველწლიური საერთაშორისო კონფერენცია.
2. ს. ჩოხანიანი - აშშ, სან-ფრანცისკო, კომპანია “Radio Gigabit”. ერთობლივი კვლევები.