

**საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის
2021 წელს გაწეული სამეცნიერო-კვლევითი საქმიანობის ანგარიში**

1. პროგრამული დაფინანსებით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები (სამეცნიერო-კვლევითი მუშაობის გეგმა)

1) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით

1. მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია / ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები/ მათემატიკა, ინფორმატიკა

2) პროექტის დაწყებისა და დამთავრების წლები

1. 2018 - 2022

3) პროექტის შესრულებაში მონაწილე პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. პროექტის შესრულებაში მონაწილეობს ინსტიტუტის სამეცნიერო პერსონალი და პროგრამისტები სრული შემადგენლობით (იხილეთ დანართი ბოლოში).

კვლევითი პროექტის 2021 წლის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

საანგარიშო 2021 წელს ინსტიტუტში მიმდინარეობდა ხუთწლიანი პროექტის გარდამავალი ეტაპის (მეოთხე წლის) გეგმით გათვალისწინებულ ამოცანებზე მუშაობა.

პროექტით განსაზღვრულია 4 მთავარი სამეცნიერო მიმართულება:

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის.

მიმართულება 1 ძირითადად მუშავდება გამოთვლითი მეთოდების განყოფილებაში განყოფილების გამგის, მ. ზაქარაძის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან მ. კუბლაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მ. მირიანაშვილი, ედ. აბრამიძე, ზ. თაბაგარი (მეცნიერი თანამშრომლები), ჯ. სანიკიძე (კონსულტანტი), ნ. კობლიშვილი (პროგრამისტი), თ. საღინაძე (ასისტენტ-მკვლევარი).

ამ მიმართულებით მუშავდებოდა საანგარიშო წლის გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 1.1. სააპროქსიმაციო გამოთვლითი სქემების აგება და შესწავლა მათემატიკური ფიზიკის გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების შესაბამის კომის გულის მქონე სინგულარული ინტეგრალისათვის.

ამოცანა 1.1 ტრადიციულია განყოფილებისთვის. მიმდინარე საანგარიშო წელს გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისთვის განხილული იყო კომის ტიპის სინგულარულ ინტეგრალთან დაკავშირებული ზოგიერთი კვადრატურული პროცესი. სახელდობრ, მნიშვნელოვანი ყურადღება დაეთმო მასაპროქსიმირებელი სქემის სიზუსტესა და სიმარტივეს, რაც უკავშირდება შესაბამის აპროქსიმაციაზე დაფუძნებულ სასაზღვრო ინტეგრალურ ამოცანებს. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა 1 ნაშრომი საქართველოში [6.5.1], გაკეთდა 1 მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.1].

პუასონის განტოლებისათვის განხილული იყო ამოცანა, სადაც მართკუთხა არის მოპირდაპირე გვერდებზე მოცემულია დირიხლეს პირობები, ხოლო დანარჩენ გვერდებზე კი მოცემულია ინტეგრალური ტიპის არალოკალური შეზღუდვები. დამტკიცდა ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა სობოლევის წონიან სივრცეში. შედეგების ამსახველი სტატია [6.5.2] გამოქვეყნდა 2020 წლის მიწურულს და, ამის გამო არ მოხვდა წინა წლის ანგარიშში.

ამოცანა 1.2. ჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთ სივრცით განზოგადებულ სასაზღვრო ამოცანათა რიცხვით ამოხსნებში ალბათური მეთოდის გამოყენების შესახებ.

საანგარიშო წელს განხილული იყო დირიხლეს ერთი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანა მართი, წრიული, ღერძსიმეტრიული ცილინდრული რგოლისათვის. შესწავლილია ანალიზური სახით აგებული ამონახსნი. ნაჩვენებია, რომ განხილული ამოცანა ხსენებული ამონახსნით შეიძლება გამოყენებული იქნეს ტესტური ამოცანის როლში. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა ერთი სტატია საქართველოში [6.5.3], გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.2].

საანგარიშო წელს, აგრეთვე შესწავლილია წესიერი n -კუთხა პირამიდის სახის არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა. ტერმინის "განზოგადებული" ქვემოთ იგულისხმება შემთხვევა, როდესაც სასაზღვრო ფუნქციას აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირების სასრული რაოდენობა. აღნიშნული ტიპის ამოცანები მიეკუთვნება რთულ ამოცანათა კატეგორიას, რადგან მათი რიცხვითი ამოხსნისათვის კლასიკური მიახლოებითი მეთოდების გამოყენება სიზუსტის თვალსაზრისით არ იძლევა სასურველ შედეგს. განხილულ ამოცანებში წყვეტის წირებს წარმოადგენს პირამიდის წიბოები. სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის მოცემულია ალგორითმი, რომელიც შედგება სამი ძირითადი საფეხურისაგან:

- 1) ალბათური მეთოდის გამოყენება, რომელიც გულისხმობს ვინერის პროცესის კომპიუტერულ მოდელირებას (ეს მეთოდი დაფუძნებულია და აპრობირებულია ჩვენს ინსტიტუტში);
- 2) მოდელირებული ვინერის პროცესის ტრაექტორიისა და ამოცანის არის ზედაპირის კვეთის წერტილის პოვნა;
- 3) ამოცანის არის ნებისმიერ წერტილში განზოგადებული ამონახსნის რიცხვითი მნიშვნელობის პოვნა.

ალგორითმის ეფექტურობის საილუსტრაციოდ განხილულია რიცხვითი მაგალითები. ამ საკითხებთან დაკავშირებით მომზადდა სტატია, რომელმაც გაიარა რეცენზირების სტადია და მიღებულია დასაბეჭდად [9.1]. აღნიშნული ნაშრომი მოხსენებული იყო საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.3].

ზედა ამოცანის ანალოგიური ამოცანა განხილული იყო ცილინდრული ხერხელის მქონე ზოგიერთი ღერძსიმეტრიული სხეულისათვის. აქაც, შესწავლილია დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის ალბათური მეთოდის გამოყენების საკითხი. განხილულია რამდენიმე რიცხვითი მაგალითი. ჩატარებულმა გამოთვლებმა აჩვენა, რომ ალბათური მეთოდი საიმედოა და შესაბამისობაშია დასმულ ამოცანასთან. მიღებული შედეგების სიზუსტე საკმარისია პრაქტიკულ ამოცანათა ფართო წრისათვის. ჩატარებულია მიღებული ალგორითმის ტესტირება ლიტერატურიდან ცნობილი ამოცანის ცხადი ანალიზური ამონახსნის გამოყენებით. სიზუსტე საკმაოდ მაღალია და შედეგები შესაბამისობაშია რეალურ სურათთან. ამ საკითხებზე მომზადებულია ნაშრომი [11.1].

ამოცანა 1.3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა.

საანგარიშო წელს მიმდინარეობდა ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა. დაზუსტებული თეორიის ერთი ვარიანტის საფუძველზე, ფენოვან გოფირებულ ცილინდრულ გარსზე ზედაპირული ძალისა და ტემპერატურული ველის ზემოქმედების შემთხვევაში, არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის მიღებულია ამ კლასის ამოცანების ამომხსნელი დიფერენციალურ განტოლებათა არაწრფივი სისტემა. განხილულია დეფორმაციის კერძო მაგალითი. მოყვანილი მაგალითის რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების საფუძველზე ჩატარებულია სათანადო ანალიზი. შედეგები ასახულია საქართველოში გამოქვეყნებულ 1 სტატიაში [6.5.4], მოხსენებულია საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.4].

ამოცანა 1.4. რიცხვითი ალგორითმების დამუშავება საინჟინრო მექანიკის ამოცანებისთვის.

საანგარიშო წელს მიმდინარეობდა საინჟინრო ამოცანების დამუშავება სასრულსხვაობიანი მეთოდის გამოყენებით. განხილული იყო ტელიორის მწკრივის "კოეფიციენტების შერჩევის" მეთოდის ანალოგიური სქემა, გარკვეული მოდიფიცირებით ერთი ცვლადის ფუნქციისათვის. მიღებული იქნა ახალი, $O(h^2)$ სიზუსტის, ნეიმანის სასაზღვრო პირობის შესაბამისი სასრული სხვაობა, რომელიც იყენებს მხოლოდ სააპროქსიმაციო სქემაში მოცემულ წერტილებს. შემდგომში შესაძლებელია კვლევის განზოგადება ორი ცვლადის ფუნქციისათვის. შედეგები მოხსენებულია საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.5].

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

მიმართულება 2 ძირითადად მუშავდება მათემატიკური მოდელირების განყოფილებაში განყოფილების გამგის დ.უგულავას ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან: დ.ზარნაძე, მ. მენტემაშვილი, პ. წერეთელი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), მ. ნაჭყეია, გ. ბალათურია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომლები), მ. ნიკოლეიშვილი (მეცნიერ თანამშრომელი), ჯ. გიორგობიანი (კონსულტანტი), ნ. მეტონიძე (სპეციალისტი).

საანგარიშო წელს მუშავებოდა გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებულ და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

2021 წელს დამუშავდა მატრიცულ თამაშთა ამოხსნის ახალი მეთოდი. მატრიცული ანუ მართკუთხა თამაშის ამოხსნა ნიშნავს მოთამაშეთა ოპტიმალური სტრატეგიების და თამაშის მნიშვნელობის პოვნას. ანტაგონიზმის ფაქტორის გამო (პირველი მოთამაშის მოგება არის მეორე მოთამაშის წაგება) ასეთ თამაშებში, მოთამაშეთა ოპტიმალურ ყოფაქცევად მიიჩნევა „პესიმისტური“ ანუ მაქსიმინური მიდგომა. შერეული სტრატეგიების შემოტანით გაფართოვდა მოთამაშეთა სტრატეგიათა სიმრავლეები და დამტკიცდა ოპტიმალური სტრატეგიების და წონასწორობის არსებობა. მათი პოვნის საკითხი გადატანილი იქნა რესურსების ოპტიმალური განაწილების ცნობილი ამოცანის ჩარჩოებში. რესურსის როლში ახალ მოდელში წარმოდგება პირველი მოთამაშის შერეულ სტრატეგიათა სიმრავლე ანუ სრული ალბათობა. ეს რესურსი პირველი მოთამაშის მიერ ამოცანის ამოხსნის სასურველი სიზუსტის შესაბამისად დაიყოფა 10^k ნაწილად (სტრიქონის არჩევის ალბათობა მიიღება 10^{-k} რიცხვის ჯერადი რიცხვით). რესურსის დისკრეტულობა საშუალებას იძლევა გამოვიყენოთ დინამიკური დაპროგრამების პრინციპი - დაიწეროს რეკურენტული განტოლება და მიღებული იქნას საბოლოო პასუხი. შემოთავაზებული მიდგომა ძალზე ეფექტური იქნება „თამაშებისთვის ბუნების წინააღმდეგ“, სადაც მკვლევარის სტრატეგიათა რაოდენობა როგორც წესი მცირეა, ბუნების კი - უსასრულო, მაგრამ მათი დისკრეტიზაცია შესაძლებელია ა. ვალდის რეკომენდაციით, ϵ -ზადის აგებით ბუნებრივ მეტრიკაში. შედეგების ამსახველი პუბლიკაცია მომზადების პროცესშია.

საანგარიშო წელს დამუშავდა თემა - მათემატიკური დაპროგრამების ოპტიმიზაციის ზოგადი ამოცანის მაქსიმალური მნიშვნელობის პოვნის ალგორითმი არაერთგვაროვანი შეზღუდვის პირობებში. კერძოდ, განხილული იყო ქვესიმრავლეთა შეჯამებადობის შემდეგი ამოცანა, რომელიც, როგორც ცნობილია [Gerey, Johson, 1979], არის NP-რთული:

მოცემულია დადებითი მთელი რიცხვების (წონების) სასრული სიმრავლე $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ და დადებითი მთელი რიცხვი $B > 0$, $\min\{a_1, a_2, \dots, a_k\} < B < \sum_1^k a_i$.

ამოცანა 1. არსებობს თუ არა ისეთი $A' \subset A$, რომლისთვისაც $P(A') := \sum_{a_i \in A'} a_i = B$.

ამოცანა 2. $A' \subset A$ ქვესიმრავლეს ვუწოდოთ მადომინირებელი, თუ $P(A') \leq B$ და $P(A') + a_j > B$ ნებისმიერი $a_j \in A \setminus A'$ -სთვის. განვსაზღვროთ მადომინირებელი ქვესიმრავლეების რაოდენობა მოცემული A სიმრავლისა და მოცემული B რიცხვისათვის.

ამოცანა 3. ვიპოვოთ ისეთი A' სიმრავლე, რომლისთვისაც სიდიდე $|B - \sum_{a_i \in A'} a_i|$ არის მინიმალური.

ამ მიმართულებით აღწერილია ალგორითმი, რომელიც შეიძლება გამოყენებული იქნას ისეთი ცნობილი მოდელისათვის, როგორცაა მომხმარებლის არჩევანის გაკეთების მოდელი და სტონის მოდელი. აღწერილი იქნა ისეთ არაუარყოფით მთელ რიცხვთა ნამრავლის მაქსიმალური მნიშვნელობის მოძებნის ალგორითმი, რომელთა ჯამი მოცემული ფიქსირებული რიცხვია. მიღებული შედეგები ასახულია 1 სტატიაში საქართველოში [6.5.7]; მოხსენებულია 2 საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.9, 8.1.10].

მიმდინარეობდა მუშაობა აგებული ალგორითმის პროგრამული უზრუნველყოფის შესაქმნელად პარალელური დაპროგრამების მეთოდების გამოყენებით.

ამოცანა 2.2. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელები, მათი პროგრამული უზრუნველყოფა და რიცხვითი რეალზაცია.

აგებულია წრფივი ოპერატორისათვის განსაზღვრული ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმები სასრულო ორბიტის და ყველა ორბიტის შემცველ ფრემს სივრცეში. განხილულია $Au = f$ განტოლება წრფივი სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული $A: D(A) \subset H \rightarrow H$ ოპერატორით, რომელსაც აქვს დისკრეტული სპექტრი და მკვრივი ანასახი ჰილბერტის კომპლექსურ სეპარაბელურ H სივრცეში. განტოლება გადატანილია სასრულ ორბიტა $D(A^n)$ სივრცეში და აგრეთვე ყველა ორბიტის ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც არის $\{D(A^n)\}$ სივრცეთა მიმდევრობის პროექციული ზღვარი. A -ს შებრუნებული ოპერატორის შემცველი განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის კონსტრუირებულია წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმი. დამტკიცებულია მიახლოებითი ამონახსნების მიმდევრობის ზუსტი ამონახსნისაკენ კრებადობა. მიღებული შედეგები გამოყენებულია კვანტური ჰარმონიული ოსცილატორის $Au(t) = -u''(t) + t^2u(t)$, $t \in R$, ოპერატორისათვის სასრულო ორბიტების $D(A^n)$ ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე ყველა ორბიტის ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც განხილულ შემთხვევაში ემთხვევა სწრაფად კლებად ფუნქციათა შვარცის სივრცეს. მოცემულია მიღებული შედეგების კვანტურ-მექანიკური სხვა ინტერპრეტაციები. შედეგები გამოყენებულია \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორბიტალური \mathcal{H}_n ოპერატორის შემცველი $\mathcal{K}_n \text{ orb}_n(\mathcal{H}, \psi) = \text{orb}_n(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის სასრულო ორბიტების $D(\mathcal{H}^n)$ სივრცეში და აგრეთვე \mathcal{H} ჰამილტონიანის \mathcal{H}^∞ ორბიტალური ოპერატორის შემცველი $\mathcal{K}^\infty \text{ orb}(\mathcal{H}, \psi) = \text{orb}(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის. შედეგები ასახულია საზღვარგარეთ გამოქვეყნებულ სტატიაში [7.4.1].

ამოცანა 2.3. არაკორექტული შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ჰილბერტის სივრცეში ორბიტალური სივრცეებისა და ორბიტალური ოპერატორების გამოყენებით.

განხილულია ჰილბერტის H და M სივრცეებს შორის მოქმედი ოპერატორი A , რომელიც უშვებს სინგულარულ გაშლას და არაკორექტული $Au = f$ განტოლებისათვის იძებნება განზოგადებული ამონახსნი მური -პენროუზის აზრით. შესწავლილია $A^*Au = A^*f$ განტოლება, რომელშიც A^* არის A ოპერატორის ჰილბერტის სივრცის აზრით შეუღლებული ოპერატორი. ეს განტოლება გადატანილია სპეციალურ ჰილბერტის $D((A^*A)^{-n})$, $n \in N_0$, n -ორბიტათა სივრცეში, რომელშიც შემოყვანილია სპეციალური ნორმა. ამ განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის მარჯვენა მხარეზე მოცემული არაადაპტური ინფორმაციისათვის აგებულია წრფივი სპლაინური ალგორითმი. განხილული ნორმის სპეციფიურობა იმაში მდგომარეობს, რომ მიახლოებითი ამონახსნი არის წაკვეთილი სინგულარული გაშლა და არ არის დამოკიდებული n -ზე. $n = 0$ -სათვის $D((A^*A)^{-n})$ სივრცე ემთხვევა H -ს და ჩვენ ვღებულობთ შედეგებს მოცემული სივრცისათვის. ყველა ორბიტის ფრემ-ჰილბერტის $D((A^*A)^{-\infty})$ ზღვრულ შემთხვევაში განტოლება ხდება კორექტული და ეს შემთხვევა წინა წლებშია შესწავლილი. აღსანიშნავია აგრეთვე, რომ $D((A^*A)^{-\infty})$ სივრცე არის $\{D((A^*A)^{-n})\}$ ჰილბერტის სივრცეთა მიმდევრობის პროექციული ზღვარი. მოცემულია მიღებული შედეგების გამოყენება კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანაში, ანუ რადონის გარდაქმნის შებრუნებისათვის, რისთვისაც გამოყენებული გვაქვს ა. ლუისის სინგულარული გაშლის ფორმულა. მიღებული შედეგები ასახულია დასაბეჭდად გადაცემულ სტატიაში [10.1].

განხილულია აგრეთვე კვანტურ მექანიკაში ცნობილი კანონიკური კომუტაციური თანაფარდობებისა და ჰეიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპის განზოგადების საკითხი კვანტურ ჰილბერტის სივრცეში ორბიტალური ოპერატორების შემოყვანის საშუალებით. განზოგადებულია კანონიკური კომუტაციური თანაფარდობა მდებარეობისა და იმპულსის ოპერატორების გაგრძელებებისათვის მკაცრ კვანტურ ფრემ-ჰილბერტის $L^2_{loc}(R)$ სივრცეზე. ამ მიმართულებებით მიღებული შედეგები მოხსენებულია 2 საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.6, 8.1.7].

ამოცანა 2.4. კვაზიწრფივი განტოლების ზოგადი ინტეგრალი და მისი გამოყენება არაწრფივი მახასიათებელი ამოცანის ამოსახსნელად.

2021 წელს შესწავლილია ზოგადი ინტეგრალების აგების ამოცანა ზოგიერთი შერეული ტიპის მეორე რიგის კვაზიწრფივი განტოლებისათვის. აგებულია ზოგადი ინტეგრალები მახასიათებელი დიფერენციალური თანაფარდობების გამოყენებით. პარაბოლურად გადაგვარებადი სხვადასხვა კვაზიწრფივი განტოლების შემთხვევაში ზოგადი ინტეგრალები გამოიყენება კოშის ამოცანის გამოკვლევისა და ამოხსნისათვის. ფუნქციები, რომლებიც წარმოადგენენ საწყის პირობებს, ზოგიერთ შემთხვევაში მოცემულია ჩაკეტილ წირზე. ასევე შესწავლილია შებრუნებული ამოცანის ერთი ვარიანტი და დამტკიცებულია, რომ გარკვეულ პირობებში ამ ამოცანას გააჩნია ამონახსნი. კონკრეტულ მაგალითებზე ნაჩვენებია კოშის და შებრუნებული ამოცანის ამონახსნის მიღება. ასევე ნაჩვენებია თუ როგორი

სტრუქტურა გააჩნია ამოცანის ამონახსნის განსაზღვრის არეს. ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში მახასიათებელ წირებს აქვთ საერთო მომენტები ან განსაკუთრებული წერტილები. შეზღუდული ამოცანისთვის აგებულია შესაბამისი რიცხვითი სქემა და დამტკიცებულია ამ სქემის კრებადობა. მიღებული შედეგები მოხსენებულია 2 საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.11, 8.1.12]. აღნიშნული შედეგები აგრეთვე მოხსენებული იყო საერთაშორისო ვორქშოფზე საზღვარგარეთ, სადაც სხვადასხვა ქვეყნებიდან მოწვეული იყვნენ პროფესორები და მაგისტრანტები. ავტორმა წაიკითხა მოხსენება, სადაც მიმოიხილა კვაზიწრფივ განტოლებათა ინტეგრების თეორია და ამ განტოლებებისთვის დასმული სხვადასხვა ამოცანების შესწავლისას განყოფილებაში მიღებული შედეგები [8.2.1].

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა თანამშრომლობა პოლონელ მეცნიერებთან. ერთობლივი კვლევა დაკავშირებულია დიფერენციალური განტოლებების გეომეტრიული მეთოდებით ანალიზის საკითხებთან. შესწავლილი იყო სპეციალური სახის ამონახსნები მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური ტიპის განტოლებისათვის. ასეთი ამონახსნები შეიძლება განხილულ იქნას როგორც რიმანის ტალღების ურთიერთქმედების შედეგი. ნაჩვენებია, რომ ასეთი განტოლებისთვის დასაშვებია ორმაგი ტალღის ტიპის ამონახსნები. შედეგები მოხსენებულია საერთაშორისო კონფერენციაზე საზღვარგარეთ [8.2.2].

გეგმით გათვალისწინებული ამოცანების გარდა, განყოფილებაში მიმდინარეობდა ლინგვისტიკის ზოგიერთი ამოცანის კვლევა ლოგიკის და სამართლის კუთხით. კვლევის შედეგები მოხსენებული იყო საერთაშორისო კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.8].

მიმართულება 3. მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

მიმართულება 3 ძირითადად მუშავდება ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში, განყოფილების გამგის, ვ. ტარიელაძის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან: ს. ჩობანიანი, ვ. კვარაცხელია, ბ. მამფორია, გ. გიორგობიანი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), გ. ჭელიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ზ. გორგაძე, ვ. ბერიკაშვილი (მეცნიერი თანამშრომლები).

ამ მიმართულებით მუშავდებოდა საანგარიშო წლის გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 3.1. მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალურ ანალიზში, უთანადობათა (discrepancy) თეორიის ამოცანების ალგორითმიზაციაში, სახეთა ამოცნობასა და დიდ მონაცემთა ანალიზში.

განყოფილებაში გრძელდება მწკრივის გადანაცვლებებთან და ნიშნების განლაგებებთან დაკავშირებული ამოცანების კვლევა. ს. ჩობანიანის გადატანის ლემაზე (Transference Lemma) დაყრდნობით მიღებული მაქსიმალური უტოლობები და ოპტიმალური გადანაცვლების პოვნის ალგორითმები საინტერესოა როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით და აქვს გამოყენებები მათემატიკურ ანალიზში, უთანადობათა თეორიაში, დიდ მონაცემთა ანალიზში და სხვა.

საანგარიშო წელს მიღებული იყო ლემის ახალი ვარიანტი და მაქსიმალური უტოლობა, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს ფუნქციონალური მწკრივების ნიშნების და გადანაცვლებების მიმართ კრებადობებს. განზოგადებულია მორე-პიზიეს შედეგი ნიშნების და გადანაცვლებების ურთიერთკავშირზე, გარსია-ნიკიშინის ტიპის ლოკალური უტოლობები და ფუნქციონალური მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობის თეორემები. აგრეთვე მიღებულია ზოგიერთი მაქსიმალური უტოლობა, რომელსაც შესაძლებელია ჰქონდეს გამოყენება ორთოგონალური მწკრივების შესახებ კოლმოგოროვის თ. ყ. კრებადობის და გარსიას შესაბამისი ლოკალური ჰიპოთეზების კვლევისთვის. შედეგები ასახულია გამოსაქვეყნებლად მიღებულ ნაშრომში [9.2]. ამ საკითხებზე მომზადებულია კიდევ 1 სტატია [11.2].

არანაკლებ საინტერესოა და მნიშვნელოვანია ანალიზის კლასიკური შედეგების გავრცელება აბსტრაქტულ ალგებრულ სტრუქტურებში. დამტკიცდა, რომ რიმან-დირიხლეს კლასიკური შედეგი უპირობოდ კრებადი რიცხვითი მწკრივების შესახებ სამართლიანია ბევრად უფრო ზოგად შემთხვევაში. კერძოდ,

ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერ ტოპოლოგიზირებულ ნახევარჯგუფში უპირობოდ კრებადი კომპუტირებადი წევრებიანი მწკრივის ჯამი არაა დამოკიდებული შესაკრებთა რიგზე. შესაბამისი ნაშრომი გამოქვეყნებულია საზღვარგარეთ [7.4.2]

კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზა ორთოგონალური სისტემების გადანაცვლებებზე, რაც განყოფილებაში მიმდინარე კვლევის ერთ-ერთ ცენტრალურ ამოცანას წარმოადგენს, უშუალო კავშირშია მენშოვ-რადემახერის კლასიკურ თეორემასთან. ამ მიმართულებით დამტკიცებულია მენშოვ-რადემახერის თეორემის ანალოგი კანტოროვიჩის ფორმით ფუნქციების კაც-სალემ-ზიგმუნდის აზრით კვაზი-ორთოგონალური მიმდევრობებისათვის. ამ თემატიკაზე გამოქვეყნებულია ნაშრომი საქართველოში [6.5.5]; ავტორების მიერ წაკითხულია ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.13]. მონათესავე თემატიკაზე, იმავე ავტორების მიერ წაკითხულია კიდევ ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.14], სადაც მიმოხილულია მენშოვ-რადემახერის უტოლობისათვის საუკეთესო მუდმივის მოძებნის პრობლემასთან დაკავშირებული შედეგები.

განყოფილებაში მიმდინარეობს გადანაცვლებების მიმართ მწკრივების უნივერსალობის პრობლემატიკის კვლევა, სადაც ადრე მიღებული იყო რამდენიმე შედეგი მწკრივებისთვის, როგორც მეტრიზებად ვექტორული სივრცეში, ასევე კომპლექსური და კვადრნიონული შესაკრებებით. მიღებულია ახალი შედეგი დირიხლეს ტიპის კომპლექსური მწკრივების, მათ შორის, მარტივ რიცხვთა ხარისხოვანი მწკრივის, უნივერსალობის შესახებ კომპლექსურ ველში. ამასთან დაკავშირებით გაკეთდა მოხსენება საზღვარგარეთ [8.2.3]. მომზადებულია სტატია ამავე კონფერენციის შრომებში გამოსაქვეყნებლად [11.3].

ამოცანა 3.2. უსასრულო განზომილებიან სივრცეებში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევის ახალი ასპექტები. ზოგიერთი გამოყენება.

საანგარიშო წელს შესწავლილია სტოქასტურად არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალების სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხები. აღმოჩნდა, რომ ფუნქციონალის სიგლუვის მოთხოვნა შეიძლება შესუსტდეს და შეიცვალოს მისი პირობითი მათემატიკური მოლოდინის სიგლუვის მოთხოვნით. ო. ლლონტმა და ო. ფურთუხიამ (2017) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა ამ შემთხვევისათვის და დაადგინეს ინტეგრანდის ცხადი სახით პოვნის მეთოდი. განხილული იქნა ფუნქციონალები, რომლებიც არ აკმაყოფილებენ ამ შესუსტებულ პირობებსაც კი. ფუნქციონალების ამ კლასში შედის ისეთი არაგლუვი ფუნქციონალები, რომელთათვის შეუძლებელია არა მხოლოდ კლარკ-ოკონეს ცნობილი ფორმულის, არამედ არც მისი ლლონტი-ფურთუხიას განზოგადების გამოყენება. ამასთანავე, მიღებული შედეგიდან მარტივად შეგვიძლია მივიღოთ კლარკ-ოკონეს ფორმულა გლუვი ფუნქციონალებისთვის. ამ თემატიკაზე გამოქვეყნებულია ერთი ნაშრომი საქართველოში [6.5.6], გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.15].

საზოგადოდ, როგორც ცნობილია, კლარკ-ოკონეს ფორმულა სტოქასტურად გლუვი ვინერის ფუნქციონალებისთვის სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის მიღების ყველაზე ცნობილი მეთოდია, სადაც ინტეგრანდი წარმოადგენს ფუნქციონალის სტოქასტური წარმოებულის ოფციონურ პროექციას (პირობით მათემატიკურ ლოდინს ვინერის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ). თუმცა მისი გამოყენება მოითხოვს ძალიან დიდ ძალისხმევას და შესაბამისად, ცალკე განხილვის საგანია ინტეგრანდის დადგენა ცხადი სახით. საანგარიშო წელს განხილული იყო ინტეგრალური ტიპის ვინერის ფუნქციონალების ერთი კლასი. დადგენილია კლარკ-ოკონეს ტიპის სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულა ინტეგრანდის ცხადი გამოსახულებით. გარდა ამისა, ცალკე განხილულია ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხები ე.წ. აზიური ოფციონის გადასახადის ფუნქციისათვის ბაშელიეს ფინანსური ბაზრის მოდელში. ამ თემატიკაზე გამოქვეყნებულია 1 ნაშრომი საზღვარგარეთ [7.4.3].

საანგარიშო წელს განხილული იყო იტოს იტერაციული ინტეგრალის არსებობის საკითხი ბანახის სივრცეში. მიღებულია არსებობის საკმარისი პირობა p -აბსოლუტურად შემკრები ოპერატორების ენაზე. ამ თემატიკაზე გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.16].

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა განყოფილების ტრადიციული თემის, ალბათური განაწილებები ვექტორულ სივრცეებში, დამუშავება. შესწავლილია დიდ რიცხვთა კანონი L_p -სივრცეში მნიშვნელობების მქონე, საზოგადოდ დამოკიდებულ, შემთხვევით ელემენტთა მიმდევრობებისათვის; განზოგადებულია ა. ხინჩინის ერთი ადრინდელი შედეგი. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი სიდიდეებისთვის სამართლიანია შემთხვევითი ელემენტებისთვის მნიშვნელობებით L_p -სივრცეში. ამ თემატიკაზე, გაკეთდა: 3 მოხსენება კონფერენციებზე საქართველოში [8.1.17, 8.1.18, 8.1.19]; 1 მოხსენება საზღვარგარეთ [8.2.4]; გამოსაქვეყნებლად გადაცემულია 1 სტატია [10.2].

გლივენკოს, კანტელის და კოლმოგოროვის შრომებით ინიცირებული შედეგების მიმოხილვას მიეძღვნა 1 მოხსენება საზღვარგარეთ [8.2.5].

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა ადამარის მატრიცების თვისებების კვლევა. ამ თემატიკაზე გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში, სადაც მოკლედია მიმოხილული თემატიკა და დამტკიცებულია ადამარის მატრიცის რამდენიმე თვისება [8.1.20].

საანგარიშო წელს გრძელდებოდა 2020 წელს დაწყებული კვლევა ქალაქ თბილისის ავტობუსების სატრანზიტო სისტემის ეფექტურობის შესახებ სტატისტიკური მეთოდებით. კერძოდ, გამოკვლეულია ქალაქ თბილისის ავტობუსების სატრანზიტო სისტემის ეფექტურობა 2019 წლის განმავლობაში მგზავრთა ნაკადის სტატისტიკური ანალიზის საფუძველზე. კვლევის შედეგები ასახულია ერთ სტატიაში საზღვარგარეთ [7.4.4].

ბანახის სივრცის ერთმანეთში ჩალაგებული ქვესიმრავლეების თანაკვეთის პრობლემის კვლევასთან დაკავშირებით, ნ. ვახანიას და ი. ქარცივაძის ნაშრომში (1968) შემოღებული იყო ერთი რიცხვითი პარამეტრი და მის ტერმინებში მიღებული იყო გარკვეული შედეგები. პრობლემის კვლევა განყოფილებაში შემდგომშიც გრძელდებოდა. საანგარიშო წელს დამტკიცდა, რომ თუ ბანახის სივრცის ყოველ შემოსაზღვრულ სიმრავლეს გააჩნია ჩებიშევის ცენტრი, მაშინ ასეთ სივრცეში ერთმანეთში ჩალაგებულ, შემოსაზღვრულ, ჩაკეტილ სიმრავლეთა თანაკვეთა არაცარიელია პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობისთვის. ეს შედეგი აზოგადებს ადრე მიღებულ საკმარის პირობებს ზემოთ აღნიშნული პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობის შემთხვევაში. ასევე, ნაწილობრივ პასუხი გაეცა კითხვას, რომელიც დასმული იყო სტატიაში [G. Chelidze, P. Papini, 2006] და რომელიც შეეხებოდა შეუღლებულ სივრცეებში ჩალაგებულ სიმრავლეთა თანაკვეთის არაცარიელობის საკითხს მოდიფიცირებული პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობის შემთხვევაში. კერძოდ მიღებულ იქნა, რომ ერთმანეთში ჩალაგებულ, ჩაკეტილ, შემოსაზღვრულ სიმრავლეთა თანაკვეთა ყოველთვის არაცარიელია მოდიფიცირებული პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობისთვის ისეთ შეუღლებულ სივრცეებში, რომლებიც აკმაყოფილებენ ოპიალის თვისებას სუსტი* ტოპოლოგიისთვის. კვლევის შედეგები ასახულია ერთ სტატიაში, რომელიც მიღებულია დასაბეჭდად [9.3].

გრძელდება ნაყოფიერი თანამშრომლობა ესპანელ კოლეგებთან. საანგარიშო წელს გამოკვლეული იყო პირობები რომელთა შესრულების შემთხვევაში ქვეჯგუფის და მის მიმართ ფაქტორ-ჯგუფის ლოკალურად კვაზი-ამოხსნელობიდან გამოდის საწყისი ჯგუფის ლოკალურად კვაზი-ამოხსნელობა. კვლევის შედეგები ასახულია ერთ სტატიაში საზღვარგარეთ [7.4.5].

საანგარიშო წელს განხილული იყო ერთი მიდგომა საქართველოში ელექტრონული (დისტანციური) მართლმსაჯულების მოდელის ეფექტურობის კვლევისთვის. ამ მიზნით შესწავლილი იყო საზოგადოებრივი აზრი დისტანციური მართლმსაჯულების დადებითი და უარყოფითი მხარეებისა და პერსპექტივების გათვალისწინებით. კვლევის შედეგები ასახულია ერთ სტატიაში, რომელიც გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად [10.3].

განყოფილების 3 თანამშრომელი მონაწილეობს შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტში DI-18-1429, რომლის თემატიკა მჭიდრო კავშირშია განყოფილებისთვის ტრადიციულ, ალბათური განაწილებების კვლევებთან (იხილეთ ქვემოთ).

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

მიმართულება 4 ძირითადად მუშავდება ინფორმატიკის განყოფილებაში განყოფილების გამგის ჰ. მელაძის ხელმძღვანელობით. შემსრულებლები არიან გ. ცერცვაძე, მ. ფხოველიშვილი, ქ. ყაჭიაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), ზ. ყიფშიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), გ. ლლონტი, ა. ჩახვაძე (მეცნიერი თანამშრომლები), გ. სილაგაძე, ც. ჯავახიშვილი, მ. პაპიაშვილი (პროგრამისტები), ვ. კორჭი (IT მენეჯერი).

ინფორმატიკის განყოფილების 2018-2022 ხუთწლიანი გეგმით დასახულია შემდეგი 4 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 4.1. მონაცემთა დამუშავება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.

მიმდინარე საანგარიშო წელს გრძელდებოდა მუშაობა კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე მონაცემთა დამუშავების მიმართულებით. გამოკვლეულია კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლეების დეკარტული ნამრავლის ალბათური მოდელის აგებასთან დაკავშირებული ამოცანა. დეტალურად განიხილება ორი არამკაფიო ქვესიმრავლის დეკარტული ნამრავლის შემთხვევა ფერების გამოყენებით. ნაჩვენებია, რომ მოდელი ყველაზე სრულად ასახავს ორი კანონიკურად შეუღლებული ფერის კავშირის განსაკუთრებულ, „დამატებით“ ბუნებას. შედეგები ასახულია ერთ სტატიამში საზღვარგარეთ [7.4.6], გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საზღვარგარეთ [8.2.7].

ამოცანა 4.2. არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკური ფიზიკის წრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის.

საანგარიშო წელს შესწავლილი იქნა არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები წრფივი, ცვალებადკოეფიციენტებიან ელიფსური და პარაბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის. დამტკიცებული იქნა განხილული ამოცანების ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა. აგებული იქნა რიცხვითი ამოხსნის იტერაციული ალგორითმები. დამტკიცებულია ამ მეთოდების კრებადობა და შეფასებულია კრებადობის სიჩქარე. აგებული და შესწავლილი იქნა ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემები ჰიპერბოლურ განტოლებათა სისტემებისათვის (მათ შორის, დრეკადობის თეორიის ორგანზომილებიანი არასტაციონარული ამოცანისათვის). ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა ერთი სამეცნიერო სტატია საქართველოში [6.5.8]. გაკეთდა 2 მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.22, 8.1.23]; მომზადებულია 1 სტატია [11.7].

საანგარიშო წელს განხილული იყო რთული ტექნიკური სისტემის სტრუქტურული კონტროლის ამოცანა და მისი მათემატიკური ინტერპრეტაცია. სისტემის საიმედოობისა და ფუნქციონირების ანალიზისთვის ჩაკეტილი და შერეული ექსპონენციალური რიგების მოდელი აგებულია ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლებების სასრული და უსასრულო სისტემის სახით. მდგრად მდგომარეობაში ის დადის წრფივი ალგებრული განტოლებების სისტემამდე. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა ერთი სამეცნიერო სტატია საზღვარგარეთ [7.4.7]; გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საზღვარგარეთ [8.2.8].

განხილული იყო საინჟინრო სისტემების მუშაობასთან დაკავშირებული სხვადასხვა ფიზიკური სტოქასტიკური პროცესის მათემატიკური მოდელირების საკითხები. შემუშავებული და შესწავლილია მათემატიკური მოდელი, რომელიც ეყრდნობა უნივერსალურ სტრუქტურულ კონცეპტუალურ საინჟინრო სისტემის მოდელს, რაც თავის მხრივ, წარმოდგენილია მიმართული გრაფის სახით და ასახავს საინჟინრო სისტემის სტრუქტურასა და მოდელირებულ ფიზიკურ პროცესებს. განხილულია ამოხსნის მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია განზოგადებული ნორმალური ამოხსნის კონცეფციაზე. მეთოდის

გამოყენებამ პრაქტიკულ ამოცანებზე აჩვენა მისი ადეკვატურობა და ეფექტურობა. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა ერთი სამეცნიერო სტატია საქართველოში [8.1.9].

ამოცანა 4.3. დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

გრძელდებოდა მუშაობა დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად პარალელური თვლის ალგორითმების აგების მიმართულებით. შესწავლილია აგრეთვე პროგნოზირების არსებული მოდელების გაუმჯობესების საკითხები, რისთვისაც გამოიყენება პარალელური მონაცემები.

საანგარიშო წელს განხილული იყო ბლოკჩეინში დამატებითი კრიპტოგრაფიის გამოყენების და საარჩევნო სისტემებში დანერგვის შესაძლებლობა. შემოთავაზებულია, დღეისათვის არსებულ ბლოკჩეინ ტექნოლოგიაზე დაფუძნებულ საარჩევნო სისტემებში დამატებით გამოყენებული სხვადასხვა მონაცემების ნაცვლად კრიპტოგრაფიული დაშიფვრის გზით მიღებული ვერიფიკაციის გამოყენება, რაც კიდევ უფრო გაზრდის საარჩევნო სისტემის საიმედოობას. ასევე, მოცემულია ალგორითმები ბლოკჩეინების სახით ამომრჩევლის რეგისტრაციისა და ხმის მიცემის პროცესის რეალიზებისთვის. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა ერთი სტატია საქართველოში [8.1.10].

საანგარიშო წელს განხილული იყო არსებული პროგნოზირების მოდელების გაუმჯობესების საკითხები იმ პარალელური მონაცემების გამოყენებით, რომლებიც ერთდროულად ახდენენ გავლენას მოვლენის პროგნოზირებაზე. აღწერილია ამ მეთოდის გამოყენების ეტაპები. შემოთავაზებულია ეფექტური, ახალი ჰიბრიდული მოდელების აგება. მოცემულია მოდელების წყვილების არჩევის ალგორითმი და მისი უპირატესობა პროგნოზის ნებისმიერ საუკეთესო მოდელზე. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა 2 სტატია საზღვარგარეთ [7.4.8, 7.4.9]; გაკეთდა 2 მოხსენება კონფერენციაზე საზღვარგარეთ [8.2.9, 8.2.10].

განხილული იყო პროგნოზირების ამოცანა კორონავირუსის პანდემიასთან დაკავშირებით, სადაც დამატებით გათვალისწინებულია ვაქცინაციის გავლენა ვირუსის გავრცელებასა და სიკვდილიანობაზე. შემოთავაზებულია მოდელი, რომელიც დამოკიდებულია პარამეტრების გარკვეულ ერთობლიობაზე, რაც უნიკალურია ყოველი ქვეყნისთვის. ამ თემაზე გაკეთდა ერთი მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.24].

ამოცანა 4.4. ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის მართვის მხარდამჭერი კიბერ-ინფრასტრუქტურული პროექტი.

საანგარიშო წელს, ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის მართვის მხარდამჭერი კიბერ-ინფრასტრუქტურის პროექტის ფარგლებში დამუშავდა შემდეგი საკითხები: აგებულია ყოველწლიური სტატისტიკური საანგარიშო დოკუმენტის წარმოდგენა XML ფორმატში; მუშავდება მოდელი, რომელიც ორგანიზაციის ფარგლებში ინფორმაციის წარმოქმნის, გადაადგილების, დამუშავებისა და გამოყენების წერტილების იდენტიფიკაციას ახდენს; მუშავდება ინფორმაციული რესურსის სემანტიკური მოდელი. მუშავდება ხელოვნური ინტელექტის გამოყენების საკითხები საშუალო სკოლის სასწავლო პროცესში.

განყოფილებაში მიმდინარეობს კვლევა ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდებით მოდელირების მიმართულებით. საანგარიშო წელს განხილული იქნა ასიმეტრიული ჰიპოთეზების შემოწმების პრობლემა მათი წყვილ-წყვილად შემოწმების გზით. გადაწყვეტილების წესის ოპტიმალურობისთვის გამოყენებული იქნა შერეული მიმართულების არაქმმარტივი აღმოჩენის დონის (mdFDR) კრიტერიუმი. თეორიული შედეგების კორექტულობა და საიმედობის დადასტურების მიზნით გამოთვლილი იქნა კონკრეტული მაგალითები მიღებული თეორიული შედეგების MATLAB-ზე რეალიზაციისათვის შექმნილი პროგრამების გამოყენებით. შემუშავებული მეთოდი გამოყენებული იქნება აგრეთვე მრავალი ჰიპოთეზის შესამოწმებლად. გადაწყვეტილების ჭეშმარიტება გარანტირებული იქნება მთლიანი mdFDR-ის შეზღუდვით სასურველ დონეზე. მეთოდი ადაპტირებული იქნება ინდივიდუალური ჰიპოთეზების დიდი რაოდენობით ქვესიმრავლეების შესამოწმებლად მრავლობითი ჰიპოთეზების შემოწმებისას, რაც ზოგადას გამოთვლებისათვის საჭირო დროს და რესურსებს. ნაჩვენები იქნება დამუშავებული მეთოდის საიმედოობა და მოხერხებულობა დიდი მონაცემებისათვის გამოთვლილ პრაქტიკულ მაგალითებზე, რაც განხორციელდა მიღებული თეორიული შედეგების MATLAB-ზე რეალიზაციისათვის შექმნილი პროგრამების გამოყენებით. ამ საკითხებზე გამოქვეყნდა 2 სტატია საზღვარგარეთ [7.4.10, 7.4.11]; გაკეთდა 2 მოხსენება კონფერენციაზე საქართველოში [8.1.25, 8.1.26], 2 მოხსენება კონფერენციაზე საზღვარგარეთ [8.2.11, 8.2.12]. გადაცემულია დასაბეჭდად ერთი სტატია [10.4].

გამოქვეყნდა 1 სახელმძღვანელო [6.2.1]. სახელმძღვანელო შეიცავს სემინარული მუშაობის მეთოდურ მითითებს მანქანური სწავლების ისეთ საკითხებზე, როგორცაა გადაწყვეტილების თეორია, ინფორმაციის თეორია, ალბათური განაწილებები, რეგრესიის წრფივი მოდელები, ბაიესური მოდელები, კლასიფიკაციის წრფივი მოდელები, მანქანური სწავლების ალგორითმები, ნეირონული ქსელები და სხვა. მეთოდურ მითითებებში შემოთავაზებულია აღნიშნული თეორიული საკითხების განხილვა და შესაბამისი პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტა დოქტორანტებთან ერთად სემინარულ მეცადინეობებზე. მეთოდური მითითებები რეკომენდებულია ინფორმატიკის სპეციალობის დოქტორანტებისათვის.

მომზადებულია 1 სახელმძღვანელო, მანქანური სწავლების ლექციების კურსი უნივერსიტეტის სტუდენტებისათვის.

3. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

3.1.

1) გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი

1. 2021 წლის სსიპ უმაღლესი საგანმანათლებლო დაწესებულებების დამოუკიდებელი სამეცნიერო-კვლევითი ერთეულების მატერიალურ ტექნიკური ბაზის განახლების ხელშეწყობის კონკურსში გამარჯვებული პროექტი RIM-2-21-132 - „ძვირადღირებული სამეცნიერო დანადგარები და აღჭურვილობა.“

2) პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები

2. 2021 - 2022

3) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ვახტანგ კვარაცხელია (პროექტის ხელმძღვანელი). შემსრულებლები: გიორგი გიორგობიანი, ბექარ ოიკაშვილი, ზაზა სანიკიძე, ცოტნე ჯავახიშვილი.

გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის 2021 წლის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

გამოთვლით რესურსებს გადამწყვეტი როლი ენიჭება თანამედროვე სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანების გადასაჭრელად, კვლევების ისეთი მიმართულებების გასავითარებლად, როგორცაა ხელოვნური ინტელექტი, მანქანური სწავლება, თავდაცვა, კრიპტოგრაფია, სხვადასხვა ტიპის მოდელირება და სიმულაცია, მედიცინა, ბიოლოგია და ა.შ.

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო კვლევითი მუშაობის ერთ-ერთ მთავარ მიზანს წარმოადგენს ქვეყანაში მძლავრი გამოთვლითი ცენტრის შექმნა, რასაც, ჩვენი აზრით, არსებითი მნიშვნელობა აქვს. აღსანიშნავია, რომ ინსტიტუტი ადრეულ წლებში ასრულებდა ასეთი ცენტრის როლს.

პროექტით RIM-2-21-132 გათვალისწინებულია მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული კომპიუტერული სერვერის შექმნა და ინსტიტუტში გამართვა. სატენდერო წინადადება შედგენის პროცესშია. ტენდერი სავარაუდოდ გამოცხადდება 2021 წელს. შექმნა და დამონტაჟება დაგეგმილია 2022 წელს.

ინსტიტუტში მზადდება ახალი საპროექტო წინადადებები, რომელიც დაკავშირებულია სოციალურ-ეკონომიკური პრობლემების მათემატიკურ მოდელირებასთან და ოპტიმიზაციის ამოცანების კვლევასთან. პროექტი არანაკლებ მნიშვნელოვანი იქნება წმინდა სამეცნიერო თვალსაზრისით. ის ხელს შეუწყობს საერთაშორისო კოლაბორაციებში (CERN, KEK, Jülich და სხვა) ჩვენი მეცნიერების ჩართვას საკუთარი გამოთვლითი რესურსებით და ისეთი თანამედროვე სამეცნიერო დარგების განვითარებას, როგორცაა ხელოვნური ინტელექტის, მანქანური სწავლების, ღრმა სწავლების მოდელები, დიდი მონაცემების (Big Data) დამუშავება/ანალიზი და სხვა. კიდევ ერთი მნიშვნელოვანი ფუნქცია, რომელსაც შეასრულებს გამოთვლითი ცენტრი, არის საუნივერსიტეტო სასწავლო პროგრამების განხორციელება, საშუალო სკოლებში მეცნიერების პოპულარიზაცია.

3.2.

1) დასრულებული (მრავალწლიანი) პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით, პროექტის საიდენტიფიკაციო კოდი

1. ალბათური მეთოდების გამოყენება დისკრეტული ოპტიმიზაციის და განრიგების თეორიის ამოცანებში/ ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებები/მათემატიკა. DI-18-1429.

2) პროექტის დაწყების და დამთავრების წლები

1. 2018 -2021

3) პროექტში ჩართული პერსონალი (თითოეულის როლის მითითებით)

1. ნ. ვახანია (ხელმძღვანელი, მექსიკა), ვ. ტარიელაძე (თანახელმძღვანელი). შემსრულებლები: ბ. მამფორია, ზ. სანიკიძე, ვ. ბერიკაშვილი, ა. ჩახვაძე

დასრულებული კვლევითი პროექტის 2021 წლის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

განრიგების ამოცანებში დავალების შესრულების და შესრულებული დავალების მიტანის (მიწოდების) დრო, როგორც წესი, შემთხვევითი სიდიდეებია და, როგორც გაზომვის შედეგი, ნორმალურადაა განაწილებული. რადგანაც ნორმალურად განაწილებული შემთხვევითი სიდიდე ეტაპობრივ რაგინდ მცირე უარყოფით სიდიდეზე ნაკლებ მნიშვნელობებს დადებითი ალბათობით, რეალურთან ადეკვატური მოდელების ასაგებად ბუნებრივია სიმეტრიულად წაკვეთილი შემთხვევითი სიდიდეების გამოყენება.

საანგარიშო წელს შესწავლილი იყო ასეთი შემთხვევითი სიდიდეების ზოგიერთი თვისება. ერთ კერძო შემთხვევაში დამტკიცებულია ოპტიმალობის თეორემა საშუალო შემთხვევისთვის (average case) და მიღებულია უარესი შემთხვევის (worst case) შეფასებები. ამ საკითხებთან დაკავშირებით მომზადებულია ერთი სტატია [11.4].

პროცესორებზე დავალებების ოპტიმალური განაწილების ამოცანა, იმ შემთხვევაშიც კი როცა დავალებების შესრულების დრო მხოლოდ ორი განსხვავებული სიდიდეა, NP-რთულია. საანგარიშო წელს მიღებულია ოპტიმალურობის პირობები ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში და აგებულია ასევე ევრისტიული ალგორითმი. ამ საკითხებთან დაკავშირებით მომზადებულია ერთი სტატია [11.5].

საანგარიშო წელს განხილული იყო ქვესიმრავლეთა ჯამის ამოცანა. ეს ამოცანაც NP-რთულია, თუმცა, შესამოწმებელი სიმრავლეებიდან ისეთი ქვესიმრავლეების წინასწარ გამორიცხვა, რომლებიც არ შეიძლება შეიცავდეს ამონახსნს და დარჩენილი ქვესიმრავლეების პროცესორებზე ეფექტურად გადანაწილება, რთული ამოცანების რეალურად დასაშვებ დროში გადაწყვეტის საშუალებას იძლევა. ასეთ მიდგომასთან დაკავშირებით მომზადებულია ერთი სტატია [11.6].

4. უცხოური გრანტებით დაფინანსებული სამეცნიერო პროექტები

5. პატენტები:

6. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა საქართველოში

6.1. მონოგრაფიები/წიგნები

6.2. სახელმძღვანელოები

1. ქ.ი. ყაჭიაშვილი. (2021) მანქანური სწავლების მეთოდები და ალგორითმები (სემინარული სამუშაოს მეთოდური მითითებანი). ISBN 978-9941-8-1753-3. სტუ-ს „ITკონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრი“, თბილისი, მ.კოსტავას 77 (ქართულად). გვ. 28. https://gtu.ge/book/14_kachiashviliMetod_Doctr.pdf

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. განხილულია მანქანური სწავლების ძირითადი მეთოდები, მათი რეალიზაციის ალგორითმები და გამოყენების მაგალითები. კერძოდ, ისეთი საკითხები, როგორიცაა დამოკიდებულების აღდგენა, გადაწყვეტილების თეორია, ინფორმაციის თეორია, ალბათური განაწილებები, ალბათური მოდელები, რეგრესიის წრფივი მოდელები, ბაიესური მოდელები, კლასიფიკაციის წრფივი

მოდელები, მანქანური სწავლების ალგორითმები, ნეირონული ქსელები და ბირთვული მეთოდები. მეთოდურ მითითებებში შემოთავაზებულია აღნიშნული თეორიული საკითხების განხილვა და შესაბამისი პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტა დოქტორანტებთან ერთად სემინარულ მეცადინეობებზე. მეთოდური მითითებები რეკომენდებულია ინფორმატიკის სპეციალობის დოქტორანტებისათვის.

6.3. კრებულები

6.4. სტატიები ციფრული (დიგიტალური) საიდენტიფიკაციო კოდის (DOI) მითითებით *ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)*

6.5. სტატიები ISSN-ის მითითებით

1. J. Sanikidze, M. Kublashvili, M. Mirianashvili. On Application of Direct Computational Methods to Numerical Solution of Singular Integral Equations with Cauchy Kernel. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I.Vekua Appl. Math., 47 (2021), 71-74.
2. G. Berikelashvili, B. Midodashvili, M. Mirianashvili. On Solvability of Poisson's Equation with Mixed Dirichlet and Nonlocal Integral Type Conditions. e-ISSN 1512-3391. International Workshop QUALITDE – 2020, 31-34, December 19 – 21, 2020, Tbilisi, Georgia.
3. M. Zakradze, M. Kublashvili, Z. Tabagari. On the Investigation of an Analytical Solution of a Certain Dirichlet Generalized Harmonic Problem. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math., 47 (2021), 81-86.
4. Ed. Abramidze, El. Abramidze. Numerical Analysis of Nonlinear Deformation of Corrugated Layered Cylindrical Shell by Surface Force and Temperature Field Influence Based on Distinct Theories. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I.Vekua Appl. Math., Volume 35, 2021, 3-6.
5. M. Bakuridze, S. Chobanyan, V. Tarieladze. On Menshov-Rademacher theorem in the quasi-orthogonal case. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I.Vekua Appl. Math., 35, 2021, 23 – 26.
6. B. Mamporia, E. Namgalauri, O. Purtukhia. Stochastic integral representation of path-dependent Non-smooth Brownian Functionals. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math., 35, 2021, 63-66.
7. G. Chelidze, M. Nikoleishvili, V. Tarieladze. On a problem of integer valued optimization. ISSN 1512-0066. Rep. Enlarged Sess. Semin. I. Vekua Appl. Math., 47, 2021, 21-25.
8. T. Davitashvili, H. Meladze, Non-local Contact Problem for Linear Differential Equations with Partial Derivatives of Parabolic Type with Constant and Variable Coefficients. ISSN 1512-0511. Lecture Notes of TICMI, vol. 22, 73–90, 2021.
9. A. Madera, H. Meladze, M. Surguladze and E. Grebennikova. Mathematical modeling of stochastic systems using the generalized normal solution method. ISSN 2346-8092. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute, 175 (2021), no. 1, 69-74. [http://www.rmi.ge/transactions/TRMI-volumes/175-1/v175\(1\)-7.pdf](http://www.rmi.ge/transactions/TRMI-volumes/175-1/v175(1)-7.pdf)
10. ნ. ფილია, მ. ფხოველიშვილი, ნ. არჩვაძე. დამატებითი კრიპტოგრაფიის გამოყენება ბლოკჩეინში და მისი რეალიზება საარჩევნო სისტემაში. ISSN 0135-0765. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის არჩილ ელიაშვილის სახელობის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომათა კრებული, <https://gtu.ge/msi/Pages/About-Collections.php>

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. განხილულია გარკვეული ტიპის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნასთან მიმართებით კომის ტიპის სინგულარულ ინტეგრალთან დაკავშირებული ზოგიერთი კვადრატურული პროცესი. სახელდობრ, მნიშვნელოვანი ყურადღება ეთმობა მაპროქსიმირებელი სქემის სიზუსტესა და სიმარტივეს, რაც უკავშირდება შესაბამის აპროქსიმაციაზე დაფუძნებულ სასაზღვრო ინტეგრალურ ამოცანებს.
2. ნაშრომში პუასონის განტოლებისათვის განხილულია ამოცანა, როდესაც მართკუთხა არის მოპირ-დაპირე გვერდებზე მოცემულია დირიხლეს პირობები, ხოლო დანარჩენ გვერდებზე კი მოცემულია ინტეგრალური ტიპის არალოკალური შეზღუდვები. დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა და

- ერთადერთობა სობოლევის წონიან სივრცეში (შენიშვნა: სტატია გამოქვეყნდა 2020 წლის მიწურულს და არ მოხვდა წინა წლის ანგარიშში).
3. ნაშრომი ეხება მართი წრიული ღერძსიმეტრიული ცილინდრული რგოლისათვის დირიხლეს ერთი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის ანალიზური სახით აგებული ამონახსნის შესწავლას. ნაჩვენებია, რომ განხილული ამოცანა ხსენებული ამონახსნით შეიძლება გამოყენებული იქნეს ტესტური ამოცანის როლში.
 4. დაზუსტებული თეორიის ერთი ვარიანტის საფუძველზე ფენოვანი გოფირირებული ცილინდრულ გარსზე ზედაპირული ძალისა და ტემპერატურული ველის ზემოქმედების შემთხვევაში, გოფირირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნისათვის მიღებულია ამ კლასის ამოცანების ამომხსნელი დიფერენციალურ განტოლებათა არაწრფივი სისტემა. განხილულია გოფირირებული ცილინდრული გარსის დეფორმაციის კერძო მაგალითი. მოყვანილი მაგალითის რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების საფუძველზე ჩატარებული სათანადო ანალიზი.
 5. დამტკიცებულია მენშოვ-რადემახერის თეორემის ანალოგი კანტოროვიჩის ფორმით ფუნქციების კაც-სალემ-ზიგმუნდის აზრით კვაზი-ორთოგონალური მიმდევრობებისათვის.
 6. შესწავლილია სტოქასტურად არაგლუვი ბროუნის ფუნქციონალების სტოქასტური ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხებს. აღმოჩნდა, რომ ფუნქციონალის სიგლუვის მოთხოვნა შეიძლება შესუსტდეს და შეიცვალოს მისი პირობითი მათემატიკური მოლოდინის სიგლუვის მოთხოვნით. ო. ლლონტმა და ო. ფურთუხიამ (2017) განაზოგადეს კლარკ-ოკონეს ფორმულა ამ შემთხვევისათვის და დაადგინეს ინტეგრანდის ცხადი სახით პოვნის მეთოდი. აქ განხილულია ფუნქციონალები, რომლებიც არ აკმაყოფილებდნენ ამ შესუსტებულ პირობებსაც. განსახილველი ფუნქციონალების კლასში შედის ისეთი არაგლუვი ფუნქციონალები, რომელთათვის შეუძლებელია არა მხოლოდ კლარკ-ოკონეს ცნობილი ფორმულის (1984), არამედ ასევე მისი ლლონტი-ფურთუხიას განზოგადების (2017) გამოყენება. ამასთანავე, მიღებული შედეგიდან მარტივად შეგვიძლია მივიღოთ კლარკ-ოკონეს ფორმულა გლუვი ფუნქციონალებისთვის.
 7. მოძებნილია გამოსახულება ისეთ არაუარყოფით მთელ რიცხვთა ნამრავლის მაქსიმალური მნიშვნელობისთვის, რომელთა ჯამი მოცემული ფიქსირებული რიცხვია.
 8. ნაშრომი ეძღვნება არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის დასმასა და გამოკვლევას პარაბოლური ტიპის წრფივი დიფერენციალური კერძოწარმოებულებიანი განტოლებისთვის. ნაშრომის პირველ ნაწილში განხილულია წრფივი პარაბოლური განტოლება მუდმივი კოეფიციენტებით. არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის გადასაჭრელად გამოიყენება ცვლადთა განცალების მეთოდი (ფურიეს მეთოდი). ამ ამოცანისათვის მიღებულია ანალიზური ამოხსნები. შემდეგ განხილულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა პარაბოლური განტოლებისთვის ცვლადი კოეფიციენტებით. იტერაციული მეთოდის გამოყენებით მტკიცდება პრობლემის კლასიკური გადაწყვეტის არსებობა და ერთადერთობა. ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის დამტკიცება ემყარება ჰარნაკის განზოგადებული თეორემის გამოყენებას, რომელიც ასევე მოქმედებს პარაბოლური ტიპის კერძოწარმოებულებიანი წრფივი დიფერენციალური განტოლებისთვის. მეთოდის ეფექტურობა დასტურდება რიცხვითი გამოთვლებით.
 9. რთული საინჟინრო სისტემების მუშაობა იწვევს სხვადასხვა ფიზიკურ, მათ შორის თერმულ, ელექტრო, ჰიდროდინამიკურ, მექანიკურ, ელექტრომაგნიტურ და ა.შ. პროცესებს. საინჟინრო სისტემის ელემენტების პარამეტრები და მასში მიმდინარე პროცესები სტოქასტურია, რაც შედეგადად როგორც ელემენტების პარამეტრების სტოქასტური ბუნების, ასევე პარამეტრების შემთხვევითი ბუნების და გარემოსა და გარე ფაქტორების გავლენისა. სტოქასტური საინჟინრო სისტემების მათემატიკური მოდელი, რომელიც ამ ნაშრომშია შემუშავებული, ეყრდნობა უნივერსალურ სტრუქტურულ კონცეპტუალურ საინჟინრო სისტემის მოდელს, რომელიც წარმოდგენილია მიმართული გრაფის სახით და ასახავს საინჟინრო სისტემის სტრუქტურასა და მოდელირებულ ფიზიკურ პროცესებს. მდგომარეობის ცვლადები სისტემის სტრუქტურულ კონცეპტუალურ მოდელში არის პოტენციალი გრაფის კვანძებში და ნაკადები გრაფის წიბოებზე, რომლებიც შეიძლება შეიცავდეს ელემენტებს, რომლებიც მოდელირებას უკეთებენ ენერჯის გაფრქვევის, პოტენციური ენერჯის დაგროვებისა და კინეტიკური ენერჯის შენახვის პროცესებს, ასევე დამოუკიდებელ წყაროებს, როგორცაა პოტენციალი და ფიზიკური სიდიდის ნაკადი წინასწარ ცნობილი მნიშვნელობით. სტოქასტური პროცესები საინჟინრო სისტემის მოდელის გრაფში

ყოველი ელემენტარული ω ხდომილებისთვის ელემენტარულ ხდომილებათა Ω სივრციდან აღწერილია მათემატიკური მოდელით $H(\omega)X(\omega) = Y(\omega)$, $\omega \in \Omega$, სტოქასტური მატრიცით $H(\omega) = AG(\omega)AT$, სადაც A არის ინციდენტური მატრიცა და $G(\omega)$ არის ელემენტების ასეთი პარამეტრების სტოქასტური დიაგონალური მატრიცა. წინამდებარე ნაშრომში განხილულია მეთოდი, რომელიც დაფუძნებულია განზოგადებული ნორმალური ამოხსნის კონცეფციაზე, რომელიც ასევე ცნობილია როგორც ფსევდოამოხსნა, ფსევდოშებრუნებული მატრიცისა და განზოგადებული შებრუნებული მატრიცის მეთოდზე, რომელიც საშუალებას იძლევა განვსაზღვროთ განტოლება სტოქასტური საინჟინრო სისტემის მათემატიკური მოდელის $X(\omega)$ სტოქასტური ამოხსნის სტატისტიკური პარამეტრებისთვის (მოლოდინები, კოვარიანტები, დისპერსიები, სტანდარტული გადახრები), სისტემის $G(\omega)$ მატრიცის წინასწარ ცნობილი ელემენტებისა და სტოქასტური მარჯვენა მხარის $Y(\omega)$ ვექტორის გამოყენებით. მეთოდის გამოყენებამ სტოქასტური თერმული პროცესების მოდელირებაში და სტატისტიკურმა პარამეტრებმა რთული ელექტრონული სისტემებისთვის აჩვენა, რომ მეთოდი ადეკვატური და ეფექტურია.

10. წარმოდგენილი ნაშრომის მიზანია წარმოვაჩინოთ დამატებითი კრიპტოგრაფიის გამოყენება ბლოკჩეინში და საარჩევნო სისტემებში დანერგვის შესაძლებლობა. მიგვაჩნია, რომ დღეისათვის არსებულ ბლოკჩეინ ტექნოლოგიაზე დაფუძნებულ საარჩევნო სისტემებში დამატებით გამოყენებული სხვადასხვა მონაცემების ნაცვლად საჭიროა გამოვიყენოთ კრიპტოგრაფიული დაშიფვრის გზით მიღებული ვერიფიკაცია, რომელიც კიდევ უფრო გაზრდის საარჩევნო სისტემის საიმედოობას. არჩევნებში მონაწილე ადამიანს შესაძლებლობა ექნება, პირადობის დამადასტურებელი მოწმობის წარდგენის შემდეგ მიიღოს თავისი ინდივიდუალური კოდი, რომელიც მატრიცების მეშვეობით დაგენერირდება და დაიშიფრება. დაშიფრული მატრიცის ერთი ბლოკი შეინახება ბლოკჩეინის მონაცემთა ბაზაში, ხოლო მეორეს მიიღებს ამომრჩეველი. ეს იქნება მისი უნიკალური კოდი და მხოლოდ მას შეეძლება ამ შიფრის გამოყენება. ნაშრომში ასევე წარმოდგენილია ალგორითმები ბლოკ-სქემების სახით ამომრჩევლის რეგისტრაციისა და ხმის მიცემის პროცესის რეალიზებისთვის.

7. ბეჭდური პროდუქციის გამოცემა უცხოეთში

- 7.1. მონოგრაფიები/წიგნები
- 7.2. სახელმძღვანელოები
- 7.3. კრებულები

7.4. სტატიები

1. D. Ugulava, D. Zarnadze. On a central algorithm for calculation of the inverse of the harmonic oscillator in the space of orbits., DOI 10.1016/j.jco.2021.101599. (2021), Journal of Complexity.
2. A. Castejon, E. Corbacho, V. Tarieladze. Series with Commuting Terms in Topologized Semigroups. <https://doi.org/10.3390/axioms10040237>. Axioms 2021, 10(4), 237.
3. B. Mamporia, E. Namgalauri, O. Purtukhia. On the Clark-Ocone type formula for integral type Wiener functional. ISSN: 2248-9444. Global and Stochastic Analysis. Vol. 8 No. 3 (December, 2021), pp. 87-95. Special Issue: Modern Stochastic Models and Problems of Actuarial Mathematics.
4. T. Giorgobiani, K. Kandelaki, V. Kvaratskhelia, M. Tsatsanashvili. Passenger transit issues in the sustainable urban transport development strategy of the city Tbilisi. ISBN 978-1-73981-124-2. VII International Scientific and Practical Conference "Fundamental and applied research in the modern world", 17-19 February 2021, Boston, USA, Abstracts, p. 75-83. <https://sci-conf.com.ua>
5. X. Dominguez V. Tarieladze. On local quasi-convexity as a three-space property in topological abelian groups. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2021.125052>. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 499, 2021, 1-15

6. T. Davitashvili, G. Tsertsvadze, H. Meladze, On the Probabilistic Model of the Cartesian Product of Canonically Conjugate Fuzzy Subsets. ISBN 978-1-1339-5. 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2021), Yerevan, Armenia, September 27 - October 1, 2021, UDC 004. IIAP NAS RA 2021, Proceedings, pp.124-130. <https://csit.am/2021/>
7. H. Meladze, L. Trapaidze. Closed and Mixed-type Queuing Models for Structural Control of Complex Technical Systems. ISBN 978-1-1339-5. 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2021), Yerevan, Armenia, September 27 - October 1, 2021, UDC 004. IIAP NAS RA 2021, Proceedings, pp.204-206. <https://csit.am/2021/>.
8. Z. Gasitashvili, M. Phkhovelishvili, N. Archvadze. New Algorithms for Improvement of Prediction Models Using Data Parallelism. ISBN 978-1-1339-5. 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2021), Armenia, Yerevan, September 27 - October 1, 2021. UDC 004. IIAP NAS RA 2021, Proceedings. <https://csit.am/2021/index.php> (4 გვერდი).
9. Z. Gasitashvili, M. Phkhovelishvili, N. Archvadze. New algorithm for building effective model from prediction models using parallel data. ISBN 978-985-7198-07-8. Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2021). Proceedings of the 15th International Conference, 21-24 Sept. 2021, Minsk, Belarus. UIIP NASB, 2021. p. 25-28. https://www.prip.by/2021/assets/files/papers/2124092021PRIP_proceedings_A1-5.pdf
10. K.J. Kachiashvili. (2021) Constrained Bayesian Rules for Testing Statistical Hypotheses. https://doi.org/10.1007/978-981-16-1368-5_11. Ed-s B. K. Sinha and S. B. Bagchi, Strategic Management, Decision Theory, and Decision Science, Springer Nature book (ISBN 978-981-16-1368-5), 159-176.
11. K.J. Kachiashvili (2021). Existing Approaches and Development Perspectives for Inferences. ISSN (online): 1929-6029. International Journal of Statistics in Medical Research, 10, 63-71.

ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

1. განხილულია $Au = f$ განტოლება წრფივი სიმეტრიული დადებითად განსაზღვრული $A: D(A) \subset H \rightarrow H$ ოპერატორით, რომელსაც აქვს დისკრეტული სპექტრი და მკვრივი ანასახი ჰილბერტის კომპლექსურ სეპარაბელურ H სივრცეში. განტოლება გადატანილია სასრულ ორბიტა $D(A^n)$ სივრცეში და აგრეთვე ყველა ორბიტა ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც არის $\{D(A^n)\}$ სივრცეთა მიმდევრობის პროექციული ზღვარი. A -ს შებრუნებული ოპერატორის შემცველი განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის კონსტრუირებულია წრფივი სკლანინური ცენტრალური ალგორითმი. დამტკიცებულია მიახლოებითი ამონახსნების მიმდევრობის ზუსტი ამონახსნისაკენ კრებადობა. მიღებული შედეგები გამოყენებულია კვანტური ჰარმონიული ოსცილატორის $Au(t) = -u''(t) + t^2u(t)$, $t \in \mathbb{R}$, ოპერატორისათვის სასრულო ორბიტების $D(A^n)$ ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე ყველა ორბიტების ფრემს $D(A^\infty)$ სივრცეში, რომელიც განხილულ შემთხვევაში ემთხვევა სწრაფად კლებად ფუნქციათა შვარცის სივრცეს. მოცემულია მიღებული შედეგების კვანტურ-მექანიკური სხვა ინტერპრეტაციები. შედეგები გამოყენებულია \mathcal{H} ჰამილტონიანის ორბიტალური \mathcal{H}_n ოპერატორის შემცველი $\mathcal{K}_n \text{orb}_n(\mathcal{H}, \psi) = \text{orb}_n(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის სასრულო ორბიტა $D(\mathcal{H}^n)$ სივრცეში და აგრეთვე \mathcal{H} ჰამილტონიანის \mathcal{H}^∞ ორბიტალური ოპერატორის შემცველი $\mathcal{K}^\infty \text{orb}(\mathcal{H}, \psi) = \text{orb}(\mathcal{H}, f)$ განტოლებისათვის.
2. ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერ ტოპოლოგიზირებულ ნახევარჯგუფში კომუტირებადი წევრებიანი უპირობო კრებადი მწკრივის ჯამი არაა დამოკიდებული შესაკრებთა რიგზე.
3. როგორც ცნობილია, სტოქსტურად გლუვი ვინერის ფუნქციონალებისთვის სტოქსტური ინტეგრალური წარმოდგენის მიღების ყველაზე ცნობილი მეთოდია კლარკ-ოკონეს ფორმულა, სადაც ინტეგრანდი წარმოადგენს ფუნქციონალის სტოქსტური (Malliavin) წარმოებულის ოფციონურ პროექციას (პირობით მათემატიკურ ლოდინს ვინერის ბუნებრივი ნაკადის მიმართ). მაგრამ მისი გამოყენება მოითხოვს ძალიან დიდ ძალისხმევას და შესაბამისად, ცალკე განხილვის საგანია ინტეგრანდის დადგენა ცხადი სახით. წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია ინტეგრალური ტიპის ვინერის ფუნქციონალების ერთი კლასი და დადგენილია კლარკ-ოკონეს ტიპის სტოქსტური ინტეგრალური წარმოდგენის ფორმულა ინტეგრანდის ცხადი გამოსახულებებით. გარდა ამისა, ცალკე განხილულია ინტეგრალური წარმოდგენის საკითხების ე.წ. აზიური ოფციონის გადასახადის ფუნქციისათვის ბაშელიეს ფინანსური ბაზრის მოდელი.
4. გამოკვლეულია ქალაქ თბილისის ავტობუსების სატრანზიტო სისტემის ეფექტურობა 2019 წლის განმავლობაში მგზავრთა ნაკადის სტატისტიკური ანალიზის საფუძველზე. გარდამავალ 2018-2019

- წლების პერიოდში სისტემაში ცვლილებების გამოსავლენად, ამ პერიოდის ზოგიერთი სტატისტიკური მონაცემები შედარებულია 2017 წლის ანალოგიურ მონაცემებთან, რომელთა გამოკვლევაც მოხდა ქალაქ თბილისის მერიის და საერთაშორისო საინჟინრო-კონსალტინგური ჯგუფის SYSTRA-ს ერთობლივ პროექტში. 2019 წლის მგზავრთა ნაკადის ანალიზი ხდება როგორც სამუშაო და სადღესასწაულო დღეების, ასევე სეზონური ტენდენციების გათვალისწინებით.
5. გამოკვლეულია პირობები რომელთა შესრულების შემთხვევაში ქვეჯგუფის და მის მიმართ ფაქტორ - ჯგუფის ლოკალურად კვაზი-ამოხსნეილობიდან გამოდის საწყისი ჯგუფის ლოკალურად კვაზი-ამოხსნეილობა.
 6. ნაშრომში გამოკვლეულია კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლეების დეკარტული ნამრავლის ალბათური მოდელის აგებასთან დაკავშირებული ამოცანა. დეტალურად განიხილება ორი არამკაფიო ქვესიმრავლის დეკარტული ნამრავლის შემთხვევა ფერების გამოყენებით. ნაჩვენებია, რომ მოდელი ყველაზე სრულად ასახავს ორ კანონიკურად შეუღლებული ფერის კავშირის განსაკუთრებულ, „დამატებით“ ბუნებას.
 7. ნაშრომში განხილულია რთული ტექნიკური სისტემის სტრუქტურული კონტროლის ამოცანა და მისი მათემატიკური ინტერპრეტაცია. სისტემის საიმედოობისა და ფუნქციონირების ანალიზისთვის ჩაკეტილი და შერეული ექსპონენციალური რიგების მოდელი აგებულია ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლებების სასრული და უსასრულო სისტემის სახით. მდგრად მდგომარეობაში ის დადის წრფივი ალგებრული განტოლებების სისტემამდე.
 8. სტატიაში განხილულია არსებული პროგნოზირების მოდელების გაუმჯობესების საკითხები, რისთვისაც გამოიყენება პარალელური მონაცემები. ეს არის მონაცემები, რომლებიც ერთდროულად ახდენენ გავლენას რაიმე მოვლენის პროგნოზირებაზე. სტატიაში აღწერილია ამ მეთოდის გამოყენების შემდეგი ეტაპები: პროგნოზირების სიზუსტის დელიმიტაცია n განზომილებიანი სივრცეში n ელემენტისანი პროგნოზების გამოსახვით და მათ შორის ამ სივრცეში ცდომილების გამოთვლის ალგორითმი; დინამიური პროგნოზირების ამოცანებში პარალელური მონაცემების გამოყენების გაუმჯობესებული ალგორითმი.
 9. განიხილება პროგნოზირების მოდელებიდან პარალელური მონაცემების გამოყენებით ბევრად უფრო ეფექტური ახალი ჰიბრიდული მოდელების აგება. მოცემულია მოდელების წყვილების არჩევის ალგორითმი და მისი უპირატესობა პროგნოზის ნებისმიერ საუკეთესო მოდელზე. ნაჩვენებია პროგნოზირების მეტი რაოდენობის მოდელების წყვილების უპირატესობა უფრო ნაკლები რაოდენობის წყვილებზე და განხილულია პროგნოზების „მიახლოებითი დამთხვევების“ გათვალისწინების ალგორითმი წყვილების არჩევისას.
 10. განხილულია სტატისტიკური ჰიპოთეზების ტესტირების პირობითი ბაიესის მეთოდი (CBM) და მისი გამოყენება სხვადასხვა ტიპის ჰიპოთეზების შემოწმებისათვის. ნაჩვენებია, რომ CBM არის ახალი ფილოსოფია სტატისტიკური ჰიპოთეზების თეორიაში, რომელიც მოიცავს ფიშერის, ნეიმან-პირსონის, ჯეფერის და ვალდის არსებული ფილოსოფიების შესაძლებლობებს. სხვადასხვა ტიპის ჰიპოთეზები შემოწმებულია პარალელური და მიმდევრობითი ექსპერიმენტების დროს CBM-ის გამოყენებით: მარტივი, რთული, ასიმეტრიული, მრავლობითი და გაერთიანება-გადაკვეთა, გადაკვეთა-გაერთიანება. მიღებული შედეგები ნათლად აჩვენებს CBM-ის უპირატესობას ჩამოთვლილ მიდგომებთან შედარებით.
 11. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმება არის მათემატიკური სტატისტიკის ერთ-ერთი ძირითადი მიმართულება, რომლებიც ფართოდ გამოიყენება თეორიულ კვლევებსა და პრაქტიკული პრობლემების გადაწყვეტისათვის. სხვა მიმართულებებთან ერთად, ეს მეთოდები ფართოდ გამოიყენება სამედიცინო კვლევებშიც. სხვადასხვა დარგის მეცნიერები, მათ შორის მედიცინისა, რომლებიც არ არიან ექსპერტები სტატისტიკაში, ხშირად დგანან დილემის წინაშე, თუ რომელი მეთოდი გამოიყენონ მათთვის საინტერესო პრობლემის გადასაჭრელად. სტატია ეძღვნება სპეციალისტების დახმარებას ამ პრობლემის გადაჭრაში და ოპტიმალური გადაწყვეტის პოვნაში. ამ მიზნით ნაშრომში ძალიან მარტივად და ნათლად არის ახსნილი არსებული მიდგომების არსი და ნაჩვენებია მათი დადებითი და უარყოფითი მხარეები, მოცემულია რეკომენდაციები მათ გამოყენებასთან დაკავშირებით არსებული ინფორმაციისა და გამოკვლევის შედეგად მისაღწევი მიზნის მიხედვით.

8. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

8.1. საქართველოში

1. J. Sanikidze, M. Kublashvili, M. Mirianashvili. On Application of Direct Computational Methods to Numerical Solution of Singular Integral Equations with Cauchy Kernel. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 42
2. M. Zakradze, M. Kublashvili, Z. Tabagari. On the Investigation of an Analytical Solution of a Certain Dirichlet Generalized Harmonic Problem. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 26
3. M. Zakradze, M. Kublashvili, Z. Tabagari, N. Koblishvili. On Numerical Solving of the Dirichlet Generalized Harmonic Problem for Regular n-sided Pyramidal Domains by the Probabilistic Method. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, p. 118.
4. Ed. Abramidze, El. Abramidze. Numerical Analysis of Nonlinear Deformation of Corrugated Layered Cylindrical Shell by Surface Force and Temperature Field Influence Based on Distinct Theories. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 46.
5. M. Kublashvili, T. Saghinadze. About some generalizations of finite differences. მეორე საერთაშორისო სამეცნიერო-პრაქტიკული სემინარი, "ევროპული ინოვაციური ტექნოლოგიები მშენებლობაში და გარემოს ინჟინერია". სტუ, 2021, 29--30 ივლისი, თბილისი, საქართველო.
6. D. Ugulava, D. Zarnadze. About the concept of orbital quantum mechanics. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of abstracts, p.166.
7. S. Tsozniashvili, D. Zarnadze. A Generalization of the Canonical Commutative Relation in the strict Quantum Fréchet–Hilbert Space. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of abstracts, p.164.
8. დ. ზარნაძე, ზ. ჭყონია, ს. ცოტნიაშვილი. ციტატის ცნების ლინგვისტური განსაზღვრების და ციტირების წესის ზოგიერთი ლოგიკური და სამართლებრივი საკითხი. გორის სახელმწიფო სასწავლო უნივერსიტეტის მეთოთხმეტე საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია. 2021, დეკემბერი 9-10.
9. G. Chelidze, M. Nikoleishvili, V. Tarieladze. On a problem of integer valued optimization. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 43.
10. G. Chelidze, M. Nikoleishvili, V. Tarieladze. On an algorithm for integer optimization. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, p. 71.
11. G. Baghaturia, M. Menteshashvili. Inverse Problems and Their Discrete Analogs for the Second Order Quasi-Linear Equations of Mixed Type. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of abstracts, p. 53.
12. G. Baghaturia, M. Menteshashvili. Inverse problems for the second order equations of mixed type. XII Annual International Meeting of the Georgian Mechanical Union. Dedicated to 130 birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili. September 9-11, 2021, Kutaisi, Georgia. Book of abstracts, p. 14.
13. S. Chobanyan, M. Bakuridze, V. Tarieladze. On two definitions of quasi-orthogonality, XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p.13.
14. S. Chobanyan, M. Bakuridze, V. Tarieladze. On Menshov–Rademacher Inequality. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, p. 55.
15. B. Mamporia, E. Namgalauri, O. Purtukhia. Stochastic integral representation of path-dependent Non-smooth Brownian Functionals. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 32.

16. B. Mamporia, O. Purtukhia. On multiple Ito integrals in a Banach space. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 32.
17. V. Berikashvili, S. Chobanyan, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. The law of large numbers of weakly correlated random elements with values in l_p , $1 \leq p < \infty$. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 29.
18. V. Berikashvili, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. The Law of Large Numbers for Weakly Correlated Random Elements in the Spaces l_p , $1 \leq p < \infty$. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, p. 66.
19. V. Berikashvili, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. The Law of Large Numbers in l_p , $1 \leq p < \infty$, Spaces. XII Annual International Meeting of the Georgian Mechanical Union. Dedicated to 130 birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili, September 9-11, 2021, Kutaisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 59.
20. გ. გორგობიანი, ვ. კვარაცხელია, ადამარის მატრიცები და მასთან დაკავშირებული ამოცანები. კონფერენცია „შემთხვევითი პროცესებისა და მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენებანი ფინანსურ ეკონომიკასა და სოციალურ მეცნიერებებში VI“. ქართულ ამერიკული უნივერსიტეტი, ბიზნესის სკოლა, ბიზნეს კვლევების სამეცნიერო ცენტრი, თბილისის მეცნიერებებისა და ინოვაციების 2021-წლის ფესტივალი. თბილისი, 15-16 დეკემბერი, 2021.
21. B. Mamporia, V. Tarieladze, N. Vakhania. On Gaussian Random Variables in Stochastic Scheduling Problems. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, p. 128.
22. T. Davitashvili, H. Meladze. Non-local Contact Problem for Linear Partial Differential Equations of Parabolic Type with Constant and Variable Coefficients. The Fifth International Conference on Applications of Mathematics and Informatics in Natural Sciences and Engineering (AMINSE 2020), Dedicated to the 25th Anniversary of Tbilisi International Centre of Mathematics and Informatics (TICMI), June 16-19, 2021, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 20. (მოწვეული მომხსენებელი)
23. T. Davitashvili, H. Meladze. The Factorized Difference Schemes for the Numerical Solution of a Quasi-linear System of Hyperbolic Type Equations. Proceedings of XI International Conference of Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, August 23-28, 2021, Book of Abstracts, p. 77. <http://gmu.gtu.ge/Batumi2021>
24. N. Archvadze, M. Phkhovelishvili. Model of Coronavirus Spread in the Light of Vaccination, XI International Conference of the Georgian Mathematical Union, August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia. Book of abstracts. pg. 50.
25. K.J. Kachiashvili. Testing hypotheses concerning equal parameters of normal distribution. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union, 23-28 August, Batumi, Georgia. Book of Abstracts, 115.
26. K.J. Kachiashvili. Existing Approaches and Development Perspectives for Inferences. XXXV Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 21-24 April, 2021, VIAM-TSU, Tbilisi, Georgia. Book of Abstracts, p. 30.

მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში არ გამოქვეყნებულია)

5. მოხსენება ეხება საინჟინრო სფეროში ერთ-ერთ ყველაზე გავრცელებულ რიცხვით მეთოდს, სასრულ სხვაობათა მეთოდს. განხილულია ტეილორის მწკრივის "კოეფიციენტების შერჩევის" მეთოდის ანალოგიური სქემა, გარკვეული მოდიფიცირებით, ერთი ცვლადის ფუნქციისთვის. მიღებულია ახალი, $O(h^2)$ სიზუსტის, ნეიმანის სასაზღვრო პირობის შესაბამისი სასრული სხვაობა, რომელიც იყენებს მხოლოდ საპროექსიმიაციო სქემაში მოცემულ წერტილებს. შემდგომში შესაძლებელია კვლევის განზოგადება ორი ცვლადის ფუნქციისათვის.

8. ნაშრომში განხილულია ციტატის და პარაფრაზის ლინგვისტური განსაზღვრება. დადგენილია 12 გამონათქვამის აუცილებლად ჭეშმარიტობა. შესწავლილია ნაწარმოების თავისუფალ

გამოყენებასთან დაკავშირებული სამართლის ნორმის სტრუქტურა და მოყვანილია მისი ანალიტიკური ინტერპრეტაცია. მითითებულია პლაგიატის საკმარისი და აუცილებელი პირობები. შემუშავებულია ციტატის, ციტირების და პარაფრაზის ტერმინები. მიღებულია რეკომენდაციები აღნიშნული ტერმინების კანონმდებლობაში ასახვის საჭიროების შესახებ.

19. მოხსენებაში ყურადღება გამახვილებულია რამდენიმე შედეგზე, რომლებიც გამომდინარეობს ავტორების მიერ დამტკიცებული დიდ რიცხვთა კანონიდან სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის მნიშვნელობებით l_p სივრცეებში.

20. მოხსენებაში მოცემულია ადამარის მატრიცების მოკლე მიმოხილვა და დამტკიცებულია ადამარის მატრიცის რამდენიმე თვისება.

8.2. უცხოეთში

1. G. Baghaturia. Some problems for partial differential equations of mixed type. 9th international workshop on Surface engineering and 5th international workshop on applied and sustainable engineering, 20.06.2021-26.06.2021, Koszalin University of Technology, Poland. <http://workshop.tu.koszalin.pl/2021/index.html>
2. Z. Peradzynski, G. Baghaturia. Double Waves and Yanenko Equation. Analytical and Numerical Methods in Differential Equations. A virtual conference on occasion of the 100th birthday of Academician Nikolai N. Yanenko. Book of abstracts. 23 August 2021 — 26 August 2021. <https://math.sut.ac.th/Mathematics/Home>
3. G. Chelidze, G. Giorgobiani, V. Tarieladze. Rearrangement universality of the prime numbers' power series in a complex field. 13th International ISAAC Congress, August 2–6, 2021 - Ghent, Belgium, Book of abstracts, p. 38, https://cage.ugent.be/isaac2021/Abstracts_printing.pdf.
4. V. Berikashvili, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. On the law of large numbers for dependent random elements. Recent Trends in Statistical Theory and Applications - 2021 [WSTA 2021], 29 June – 2 July, 2021 at Kerala University, Trivandrum, India, <https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/wsta-2021/home?authuser=0>
5. V. Tarieladze. On Dudley's proof of Glivenko-Cantelli's theorem. Recent Trends in Statistical Theory and Applications - 2021 [WSTA 2021], 29 June – 2 July, 2021 at Kerala University, Trivandrum, India, (Special invited talk). <https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/wsta-2021/home?authuser=0>
6. T. Giorgobiani, K. Kandelaki, V. Kvaratskhelia, M. Tsatsanashvili. Passenger transit issues in the sustainable urban transport development strategy of the city Tbilisi. VII International Scientific and Practical Conference "Fundamental and applied research in the modern world", 17-19 February 2021, Boston, USA, Abstracts, p. 75-83. ISBN 978-1-73981-124-2, <https://sci-conf.com.ua> ანოტაცია იხ. 7.4. 4.
7. T. Davitashvili, G. Tsertsvadze, H. Meladze, "On the Probabilistic Model of the Cartesian Product of Canonically Conjugate Fuzzy Subsets", 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2019), Yerevan, Armenia, September 27 - October 1, 2021, <https://csit.am/2021/> ანოტაცია იხილეთ 7.4.6.
8. H. Meladze, L. Trapaidze. Closed and Mixed-type Queuing Models for Structural Control of Complex Technical Systems. 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2021), Yerevan, Armenia, September 27 - October 1, 2021, <https://csit.am/2021/> ანოტაცია იხ. 7.4.7.
9. Z. Gasitashvili, M. Phkhovelishvili, N. Archvadze. New Algorithms for Improvement of Prediction Models Using Data Parallelism, 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies CSIT 2021. Proceedings. Armenia, Yerevan, September 27 - October 1, 2021, <https://csit.am/2021/index.php> ანოტაცია იხ. 7.4. 9.
10. Z. Gasitashvili, M. Phkhovelishvili, N. Archvadze. New algorithm for building effective model from prediction models using parallel data. Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2021): Proceedings of the 15th International Conference, 21–24 Sept. 2021, Minsk, Belarus. https://www.prip.by/2021/assets/files/papers/2124092021PRIP_proceedings_A1-5.pdf

11. K.J. Kachiashvili. Parameters' Estimation of Some Irregular Probability Distributions. International Conference „Recent Trends in Statistical Theory and Applications (WSTA 2021)“, 29 June to 01 July, 2021, Trivandrum, India. <https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/wsta-2021/home>
12. K.J. Kachiashvili. Constrained Bayesian Methods for Testing Directional Hypotheses. International Conference “Seventh International Conference on Statistics for Twenty-first Century - 2021 [ICSTC-2021]”, 15-19 December, 2021, Trivandrum, India. <https://sites.google.com/keralauniversity.ac.in/icstc-2021/home> 15-19 December, 2020

მოხსენების ანოტაცია (საჭიროა იმ შემთხვევაში, თუ მოხსენება ფორუმის მასალებში არ გამოქვეყნებულა)

4. პრეზენტაცია ეხება ა. ხინჩინის ერთი ადრინდელი შედეგის განზოგადებას სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის მნიშვნელობებით l_p სივრცეებში.
5. მოხსენებაში მიმოხილულია გლივენკოს, კანტელის და კოლმოგოროვის შრომებით ინიცირებული შედეგები.
11. განხილულია ზოგიერთი არარეგულარული ალბათობის განაწილების პარამეტრების წაუნაცვლებელი, ძალმოსილი და ეფექტური შემფასებლები. ეს განაწილებები: მართკუთხა სამკუთხა, სამკუთხა, ტრაპეციული, ანტიმოდალური-I, ანტიმოდალური-II, წაკვეცილი რელე და ბეტა განაწილებები. ბეტა განაწილებისთვის შექმნილია საძიებელი შემფასებლის გამოთვლის იტერაციული ალგორითმი. შესაბამისი შემთხვევითი ამონარჩევების გენერირების საფუძველზე რეალიზებული გამოთვლითი შედეგები ადასტურებენ შემოთავაზებული თეორიული შედეგების სისწორეს.
12. განხილულია სხვადასხვა ტიპის შეზღუდული ბაიესის მეთოდი (CBM) ასიმეტრიული ჰიპოთეზების შესამოწმებლად. ნაჩვენებია, რომ ყველა ტიპის CBM-ის პირდაპირი გამოყენება საშუალებას გვაძლევს მივიღოთ გადაწყვეტილებები სანდოობის სასურველ დონეებზე. თეორიულად დამტკიცებულია, რომ შერეული მიმართულების არაჰემარიტი აღმოჩენის დონე (mdFDR) შეზღუდული არიან სასურველ დონეებზე შესაბამისი შეზღუდვის დონების შესაფერისად არჩევისას CBM-ის სხვადასხვა ფორმულირებებში. ეს ფაქტები ნაჩვენებია CBM-ის სხვადასხვა ფორმულირებებისთვის კონკრეტული მაგალითების გამოთვლით.

9. დასაბეჭდად მიღებული სტატიები

1. M. Zakradze, M. Kublashvili, Z. Tabagari, N. Koblishvili. On Numerical Solving of the Dirichlet Generalized Harmonic Problem for Regular n-sided Pyramidal Domains by the Probabilistic Method. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute.
2. S. Chobanyan, S. Levental. Maximum inequalities in rearrangements of orthogonal series. To appear in Georgian Mathematical Journal.
3. G. Z. Chelidze, A. N. Danelia, M. Z. Suladze. On the Chebishev center and nonemptiness of intersection of embedded sets. To appear in Matematicheskie Zametki with English translation in Mathematical Notes.

10. დასაბეჭდად გადაცემული სტატიები

1. D. Ugulava, D. Zarnadze. A linear spline algorithms of computerized tomography in the space of n-orbits. Georgian Mathematical Journal.
2. V. Berikashvili, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. The Law of Large Numbers for Weakly Correlated Random Elements in the Spaces l_p , $1 \leq p < \infty$.
3. K. Kachiashvili, V. Kvaratskhelia, G. Svianadze, M. Tsatsanashvili. Evaluating the Effectiveness of the Electronic (Remote) Justice Model in Georgia in Terms of Exercising the Right to a Fair Trial. Journal of Arts Management, Law and Society.
4. K.J. Kachiashvili and I.K. Kachiashvili. Quasi-optimal Rule of Testing Directional Hypotheses and Its Application to Big Data.

11. დასაბეჭდად მომზადებული სტატიები

1. M. Zakradze, M. Kublashvili, Z. Tabagari, N. Koblishvili. The Probabilistic Method for Solving the Dirichlet Generalized Harmonic Problem in Some finite Axisymmetric Bodies with Cylindrical Hole.
2. S. Chobanyan, X. Dominguez, V. Tarieladze, R. Vidal. Inequalities involving signs and permutations with applications to sum ranges.
3. G. Chelidze, G. Giorgobiani, V. Tarieladze. Universality of the Dirichlet type series in a complex field. Birkhäuser book series Research perspective, Analysis, Applications, and Computations - Selected contributions of the 13th ISAAC Congress, Ghent, Belgium, 2021
4. B. Mamporia, V. Tarieladze, N. Vakhania. Symmetrically truncated Gaussian random variables in stochastic scheduling.
5. B. Mamporia, Z. Sanikidze. On scheduling with parallel machines.
6. B. Mamporia, M. Nikoleishvili. On subset sum problem.
7. T. Davitashvili, H. Meladze, F. Criado-Aldeanueva, J.M. Sanchez. On One Generalization of the Multipoint Nonlocal Contact Problem for Elliptic Equation in Rectangular Area.

12. დამატებითი ინფორმაცია

პედაგოგიური საქმიანობა

- ✓ საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი: პროფესორები - მ. კუბლაშვილი, დ. უგულავა, ვ. კვარაცხელია, ვ. ტარიელაძე, ქ. ყაჭიაშვილი, მ. ფხოველიშვილი; ასოცირებული პროფესორები - ე. აბრამიძე, ზ. სანიკიძე, მ. ნაჭყებია; მიწვეული პროფესორები - ჰ. მელაძე, გ. ცერცვაძე, გ. ბაღათურია, მ. ფხოველიშვილი.
- ✓ ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ბ. მამფორია - ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის მიწვეული პროფესორი.
- ✓ ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი - გ. ჭელიძე (ასოცირებული პროფესორი)
- ✓ შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი - გ. ლლონტი (ასოცირებული პროფესორი), გ. გიორგობიანი (მიწვეული პროფესორი)
- ✓ საქართველოს საზოგადოებრივ საქმეთა ინსტიტუტი (GIPA) - მ. ნიკოლეიშვილი (პროფესორი)
- ✓ ბიზნესისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტი (BTU) - ა. ჩახვაძე (ასისტენტ პროფესორი)
- ✓ სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი - მ. მენტეშაშვილი (ასოცირებული პროფესორი)
- ✓ ვლადიმერ კომაროვის სახელობის თბილისის 199-ე მათემატიკური საჯარო სკოლა - ვ. ბერიკაშვილი (მათემატიკის მიწვეული მასწავლებელი)
- ✓ სკოლა-პანსიონი „IB-მთიები“ - ჰ. მელაძე (მათემატიკის მიწვეული მასწავლებელი)

საერთაშორისო სამეცნიერო კომიტეტები:

1. ჰამლეტ მელაძე - The Fifth International Conference on Applications of Mathematics and Informatics in Natural Sciences and Engineering (AMINSE 2020), Dedicated to the 25th Anniversary of Tbilisi International Centre of Mathematics and Informatics (TICMI), June 16-19, 2021, Tbilisi, Georgia.
2. ჰამლეტ მელაძე - XI International Conference of Georgian Mathematical Union, Batumi, Georgia, August 23-28, 2021.

- დაცული დისერტაციის ხელმძღვანელობა: ვ. კვარაცხელია.
- დოქტორანტის ხელმძღვანელობა: მ. ფხოველიშვილი, ვ. კვარაცხელია.
- დისერტაციის რეცენზირება: ჰ. მელაძე, დ. უგულავა, გ. გიორგობიანი, ვ. კვარაცხელია (2).
- სამაგისტრო ნაშრომის ხელმძღვანელობა: დ. უგულავა (2), დ. ზარნაძე (2), ვ. კვარაცხელია.

თანამშრომლობა სხვა ორგანიზაციებთან

გარდა სახელმწიფო ბიუჯეტით დაფინანსებული 5 წლიანი პროექტით დასახული ამოცანებისა, ინსტიტუტის თანამშრომლები აგრეთვე მონაწილეობენ სხვა პროექტებში.

1. თანამშრომლობა ა(ა)იპ - სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან. საანგარიშო წელს გრძელდებოდა თანამშრომლობა სასწავლო-კვლევით სამეცნიერო ცენტრთან. თანამშრომლობის ფარგლებში, ინსტიტუტის მეცნიერები და ცენტრის მიერ შერჩეული დოქტორანტები ჩართული იყვნენ სწავლების და კვლევის პროცესში. შედეგად, გამოქვეყნდა ერთი ერთობლივი სტატია უცხოეთში [7.4.4], დასაბეჭდად გადაცემულია ერთი სტატია [10.4].

განხილულია ახალი პროექტებიც, რომელთა განხორციელება დაგეგმილია მომავალი წლისთვის.

2. საქართველოს ღია მეცნიერების ღრუბლის (CLOUD) ინიციატივა.

საანგარიშო წელს ინსტიტუტი შეუერთდა “საქართველოს ღია მეცნიერების ღრუბლის (CLOUD) ინიციატივას”. ევროპის ღია მეცნიერების ღრუბელი (European Open Science Cloud – EOSC), Horizon 2020-ის პროექტია, რომლის ძირითადი მიზანია კვლევითი მონაცემების შეგროვება და დამუშავება ევროკავშირის მეცნიერების მხარდასაჭერად. ანალოგიურ მიზნებს ემსახურება საქართველოს ღია მეცნიერების ღრუბლის ინიციატივა. მონაწილე მხარეებს შორის გაფორმდა „ურთიერთთანამშრომლობის მემორანდუმი“. <http://micm.edu.ge/>

ჯილდოები

1. ცნობილი ქართველი მათემატიკოს-მკვლევარის, პედაგოგის და ორგანიზატორის, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს თავმჯდომარისა და ინფორმატიკის განყოფილების ხელმძღვანელის, პროფესორ **ჰამლეტ მელაძის** მრავალრიცხოვან აკადემიურ ჯილდოებს კიდევ ერთი საერთაშორისო და პრესტიჟული ჯილდო შეემატა. ეს არის კომპიუტერულ სფეროში ერთ-ერთი უძველესი და უდიდესი სამეცნიერო-სასწავლო ორგანიზაციის, გამოთვლითი ტექნიკის ასოციაციის (ACM) მიერ დაწესებული ჯოზეფ ს. დებლასის (Joseph S. DeBlasi) ჯილდო. ჯილდოს გადაცემა მოხდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს რიგგარეშე გაფართოებულ სხდომაზე, მიმდინარე წლის 1 ნოემბერს. <http://micm.edu.ge/>

2. ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილების გამგე, პროფესორი **ვაჟა ტარიელაძე** დაჯილდოვდა აკადემიის საპატიო სიგელით მათემატიკის დარგში სამეცნიერო მიღწევებისათვის. დაჯილდოვების ცერემონიალი გაიმართა საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნულ აკადემიაში “იუნესკოს” მიერ 2001 წელს დაფუძნებულ ღონისძიებაზე – “მეცნიერების მსოფლიო დღე მშვიდობისა და განვითარებისთვის”, რომელიც ტრადიციულად აღინიშნება მსოფლიოს მასშტაბით ყოველწლიურად, 10 ნოემბერს. <http://micm.edu.ge/> , <http://science.org.ge/?p=9811>

ინსტიტუტის გამომცემლობა

2021 წლიდან ინსტიტუტის ზედამხედველობით გამოიცემა ელექტრონული სამეცნიერო ჟურნალი „კომპიუტერული მეცნიერებები და ტელეკომუნიკაციები“ (GRSJ:Computer Sciences and Telecommunications).

ჟურნალის ელექტრონული მისამართია http://gesj.internet-academy.org.ge/ge/about_ge.php?b_sec=comp , (იხილეთ აგრეთვე <http://micm.edu.ge/work/publishing/>).

ინსტიტუტის სამეცნიერო საბჭოს 2021 წლის გადაწყვეტილებით, მიმდინარეობს ჟურნალის რეორგანიზაცია, რაც მიზნად ისახავს ჟურნალის პოპულარობის და ცნობადობის გაზრდას, სამეცნიერო პუბლიკაციების ხარისხის ამაღლებას.

სემინარები

ინსტიტუტის განყოფილებებში რეგულარულად ტარდება სემინარები, ძირითადად ონლაინ რეჟიმში. საანგარიშო წელს აგრეთვე ჩატარდა რამდენიმე საერთო, საინსტიტუტო სემინარი. იხ. <http://micm.edu.ge/>

მივლინება

1. მ. ფხოველიშვილი. 13th International Conference on Computer Science and Information Technologies CSIT 2021. Armenia, Yerevan, September 27 - October 1, 2021.
2. ბ. მამფორია. XI International Conference of the Georgian Mathematical Union. August 23 – 28, 2021, Batumi, Georgia (მივლინებული იყო გრანტის დაფინანსებით).

დანართი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის		
ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი		
სამეცნიერო პერსონალი 2021 წ.		
	გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება	
1	ზაქრამე მამული - განყოფილების გამგე	21 ყიფშიძე ზურაბი - უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი
2	კუბლაშვილი მურმანი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	22 ყაჭიაშვილი ქართლოსი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი
3	მირიანაშვილი მანანა - მეცნიერი თანამშრომელი	23 ღლონტი გიორგი - მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)
4	აბრამიძე ედისონი - მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	24 ჩახვაძე ალექსანდრე - მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)
5	სანიკიძე ჯემალი - კონსულტანტი	25 კორჟი ვლადიმერი - IT მენეჯერი
6	თაბაგარი ზაზა - მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	26 ყაჭიაშვილი იოსები - მეცნიერი თანამშრომელი
7	სადინაძე თეიმურაზი - ასისტენტ-მკვლევარი	27 სილაგაძე გივი - პროგრამისტი
8	კობლიშვილი ნანული - პროგრამისტი	28 პაპიაშვილი მაგალი - პროგრამისტი (0.5)
9	სანიკიძე ზაზა - სწავლული მდივანი	მათემატიკური მოდელირების განყოფილება
	ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება	29 უგულავა დუგლასი - განყოფილების გამგე (0.5)
10	ტარიელაძე ვაჟა - განყოფილების გამგე (0.5)	30 ზარნაძე დავითი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი
11	ჩოხანიანი სერგო - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი	31 მენტეშაშვილი მარინე - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი
12	მამფორია ბადრი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი	32 წერეთელი პაატა - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)
13	კვარაცხელია ვახტანგი - დირექტორი/მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	33 ნაჭყებია მზიანა - უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი
14	გიორგობიანი გიორგი - დირექტორის მოადგილე/ მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	34 ბალათურია გიორგი - უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი
15	ჭელიძე გიორგი - უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	35 ნიკოლეიშვილი მიხეილი - მეცნიერი თანამშრომელი
16	გორგაძე ზაზა - მეცნიერი თანამშრომელი (0.5)	36 ყალიჩავა ზვიადი - მეცნიერი თანამშრომელი
17	ბერიკაშვილი ვალერი - მეცნიერი თანამშრომელი	37 გორგობიანი ჯიმშერი - კონსულტანტი
	ინფორმატიკის განყოფილება	აკადემიკოს შალვა მიქელაძის სახელობის გამოთვლითი ცენტრი
18	მელაძე ჰამლეტი - განყოფილების გამგე (0.5)	38 ჯიბუტი მორის - გამოთვლითი ცენტრის უფროსი (0.5)
19	ცერცვაძე გურამი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი	39 ჯავახიშვილი ცოტნე - პროგრამისტი
20	ფხოველიშვილი მერაბი - მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი	