

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის  
გამოთვლითი მათემატიკის  
ინსტიტუტი

ინსტიტუტის დირექტორი:  
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი ვახტანგ კვარაცხელია

2015 წლის

სამეცნიერო ანგარიში

**პერსონალური შემადგენლობა**

№	გვარი. სახელი, მამის სახელი	თანამდებობა	სამეცნიერო (აკადემიური) ხარისხი
<b>ადმინისტრაცია</b>			
1	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	დირექტორი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
2	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	დირექტორის მოადგილე	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
3	რაზმაძე მარინა ედუარდის ასული	სწავლული მდივანი	ინფორმატიკის ინჟინერიის აკად. დოქტორი
4	ექიზაშვილი მანანა გიორგის ასული	მთავარი სპეციალისტი (ბუღალტერი)	
5	ღებანიძე დავითი თენგიზის ძე	ეკონომისტი	
6	ბოკუჩავა ნინო მურმანის ასული	კანცელარის უფროსი	
7	კაკაბაძე ლოხანა ვლადიმერის ასული	სპეციალისტი	
8	ტულუში მადონა გიორგის ასული	ბიბლიოთეკის გამგე	
<b>გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება</b>			
9	სანიკიძე ჯემალი გურის ძე	განყოფილების გამგე	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
10	აბრამიძე ედისონი აპოლონის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
11	ზაქრაძე მამული ვლადიმერის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
12	ჩადუნელი ალექსანდრე შალვას	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი (0.5)	ტექნ. მეცნ. დოქტორი
13	ხატიაშვილი გაიოზი მიხეილის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
14	ხუხუნაშვილი ზაური ვალერიანის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
15	კურდღელაიძე დიმიტრი ფიდოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
16	სანიკიძე ზაზა ჯემალის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
17	კუპატაძე კოტე რამაზის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
18	მირიანაშვილი მანანა გიორგის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
19	კობლიშვილი ნანული	პროგრამისტი	

	იოსების ასული		
20	ფეიქრიშვილი ნატა სერგოს ასული	ლაბორანტი	
21	აბრამიძე ელენე აპოლონის ასული	ლაბორანტი	
22	თიგიშვილი სვეტლანა ზაქარიას ასული	ლაბორანტი	

**ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება**

23	ტარიელაძე ვაჟა იზეთის ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
24	ჩობანიანი სერგო აკოფის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
25	ლაშხი ალექსანდრე არსენის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
26	მამფორია ბადრი ივლიანეს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
27	კობახიძე პაატა აკაკის ძე	პროგრამისტი	
28	ბერიკაშვილი ვალერი გოდერძის ძე	სპეციალისტი	

**ინფორმატიკის განყოფილება**

29	მელაძე ჰამლეტი ვარლამის ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
30	ყიფშიძე ზურაბი შალვას ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ტექნ. მეცნ. კანდიდატი
31	ცერცვაძე გურამი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
32	სილაგაძე გივი სერგოს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
33	ფხოველიშვილი მერაბი გაიოზის ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
34	პაპიაშვილი მაგული რომანის ასული	მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
35	ღლონტი გიორგი გენადის ძე	მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
36	კორეი ვლადიმერი ივანეს ძე	მთავარი ინჟინერ-პროგრამისტი	
37	ჩოგოვაძე ილია გივის ძე	მთავარი პროგრამისტი	
38	ტუხაშვილი ქუჩუნა სიმონის ასული	პროგრამისტი	

39	ჩახუნაშვილი ელენე გიორგის ასული	ვებ-დიზანერი	
40	კიკნაძე დიმიტრი ლევანის ძე	ლაბორანტი (0.5)	

**მათემატიკური მოდელირების განყოფილება**

41	უგულავა დუგლასი კარლოს ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
42	გიორგობიანი ჯიმშერი ალექსანდრეს ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
43	ზარნაძე დავითი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
44	მენტეშაშვილი მარინე ზაურის ასული	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
45	ნაჭყებია მზიანა დავითის ასული	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ტექნ. მეცნ. კანდიდატი
46	ჩანტლაძე თამაზი ლეონიდეს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
47	ბადათურია გიორგი გურამის ძე	მეცნიერთანამშრომელი	მათემატიკის აკადემიური დოქტორი
48	ნიკოლეიშვილი მიხეილი მიხეილის ძე	მეცნიერთანამშრომელი	ეკონომიკის დოქტორი
49	ხუროძე თამილა ვალერიანის ასული	მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
50	ხაჭაპურიძე ლიანა ბარნაბის ასული	პროგრამისტი	
51	მეტონიძე ნანული აკაკის ასული	ლაბორანტი	

**სამეურნეო ნაწილი**

52	ხომერიკი ბორისი ვლადიმერის ძე	სამეურნეო ნაწილის უფროსი	
53	მენტეშაშვილი მერაბი ზაურის ძე	ადმინისტრატორი	
54	ბუაჩიძე გონერი დავითის ძე	მთავარი ენერგეტიკოსი	
55	მახარაშვილი ნოდარი ალექსანდრეს ძე	დამხმარე მოსამსახურე	
56	დუდაშვილი ჯემალი სოსლანის ძე	მეეზოვე	
57	ბოლოთაშვილი ნინო ვალერის ასული	დამლაგებელი	
58	ნებიერიძე ნარგიზი ნიკოლოზის ასული	დამლაგებელი	

**I. საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტის დაფინანსებით 2015 წლისათვის დაგეგმილი და შესრულებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები.**

**I.2 გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტი.**

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიხედვით	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	<b>მიმართულება 1:</b> გამოთვლითი მეთოდები მათემატიკური ფიზიკისა და საინჟინრო მექანიკის ამოცანებში. მათემატიკა, გამოთვლითი მათემატიკა	ჯ. სანიკიძე	მ. ზაქრადე, მ. მირიანაშვილი, გ. ხატიაშვილი, ზ. ხუხუნაშვილი, დ. კურდღელაიძე, ზ. სანიკიძე, ელ. აბრამიძე, კ. კუპატაძე, ა. ჩადუნელი, ნ. კობლიშვილი, ნ. ფეიქრიშვილი, ელ. აბრამიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 1-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა გამოთვლითი მეთოდების განყოფილებაში.

2015 წლის გეგმით გათვალისწინებული სამეცნიერო-კვლევითი სამუშაოები ძირითადად მიზნად ისახავდა გამოთვლითი და გამოყენებითი ანალიზის ეფექტური, კონკრეტული რიცხვითი სქემების, როგორც კონსტრუქციულად აგების, ასევე მათი პრაქტიკულად გამოყენების საკითხების შესწავლას სათანადო მოცულობის რიცხვითი ექსპერიმენტის თანხლებითა და მისი ფართო სპექტრალური ანალიზის გზით.

ქვემოთ მოკლედ არის აღწერილი საანგარიშო პერიოდში განხილული და შესწავლილი ამოცანები:

აგებულია ჩებიშევის ტიპის კვადრატურული ფორმულები ტოლი კოეფიციენტებით კოშის სინგულარული ინტეგრალებისათვის მუდმივი წონითი ფუნქციით. ასეთი ფორმულები ადრე ცნობილი იყო მხოლოდ რეგულარული (არასინგულარული) ინტეგრალებისათვის აბსცისთა გარკვეული რიცხვისათვის. ჩვენ მიერ მიღებული ფორმულები დაფუძნებულია სინგულარობის პარამეტრის გარკვეული წესით შერჩევაზე და შეიცავს აბსცისთა (შესაბამისად, ორდინატთა) იმავე რიცხვს, როგორც შესაბამისი ცნობილი კვადრატურული ფორმულები ჩებიშევის ფორმულების სახელწოდებით. ნავარაუდევია აღნიშნული ფორმულების შესაძლო გამოყენება ე.წ. დისკრეტულ განსაკუთრებულობათა მაღალი სიზუსტის სქემების აგებაში, სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნისათვის გახსნილი კონტურების შემთხვევაში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [1]).

განხილულია მაღალი სიზუსტის კვადრატურული ფორმულების არსებობის საკითხი გარკვეული წონითი ფუნქციის შემცველი სინგულარული ინტეგრალებისთვის. კერძოდ, საქმე ეხება როგორც რეგულარული, ასევე კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალის თეორიაში ისეთ მნიშვნელოვან ფუნქციას, როგორცაა ჩებიშევის წონითი ფუნქცია  $(1+t)^p(1-t)^q$  ( $p, q > -1$ ). ჩვენ მიერ შესწავლილი იქნა  $[-1, +1]$  სეგმენტზე ამ წონითი ფუნქციის შესაბამისი ორთოგონალური პოლინომის ნულებით აგებული კვადრატურული ჯამით მიახლოების საკითხი სიმკვრივეთა გარკვეულ კლასებზე. ნაჩვენებია იქნა, რომ შესაბამისი რიგით მიახლოებისათვის, საზოგადოდ, აუცილებელი არ არის განხილული კვადრატურული ფორმულის კვანძები წარმოადგენდნენ მაინცადამაინც აღნიშნული ორთოგონალური პოლინომის ნულებს. ეს გარემოება შესაძლებლობას იძლევა გამოყენების თვალსაზრისით განხილული იქნას მათემატიკური კვად-

რატურული ჯამების მნიშვნელოვნად ფართო კლასები (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [1]).

საანგარიშო წელს მიმდინარე გამოკვლევებში გარკვეული ყურადღება დაეთმო მეტნაკლებად მაღალი სიზუსტის კვადრატურული ფორმულების გამოყენებას კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისათვის. ასეთი ფორმულების პრაქტიკულად აგების შესაძლებლობა, თეორიაში ცნობილი ფაქტების საფუძველზე, განსაზღვრულია აბსცისათა  $n=4,5,6,7,9$  რიცხვის ფარგლებში (ჩვენ კვლევებში მეტნაკლებად დეტალურად განიხილება  $n=4$  შემთხვევა). იქიდან გამომდინარე, რომ ისინი ხასიათდებიან ურთიერთტოლი კოეფიციენტებით, რაც უფრო ეფექტურს ხდის ამ ფორმულების გამოყენებას, გარკვეულ მნიშვნელობას იძენს მათი ამა თუ იმ სახის ანალოგების კონსტრუირებისა და შესწავლის საკითხი. ჩვენ მიერ აგებულია კვადრატურული ფორმულა, რომლის ორდინატების რიცხვი შეზღუდული არ არის. იგი ეფუძნება მარკოვის ცნობილ ფორმულას და, შეიძლება ითქვას, წარმოადგენს მის გარკვეულ ანალოგს სინგულარულ შემთხვევაში. შესაბამისი ფორმულის კოეფიციენტები მოდულებით ურთიერთტოლია და შეიცავენ ერთ საერთო მამრავლს, რაც იძლევა აღნიშნული ფორმულის ეფექტურად გამოყენების შესაძლებლობას სხვადასხვა შემთხვევაში (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [2]).

მიმდინარე წელს გრძელდებოდა მუშაობა ბრტყელი და სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის გარკვეული აზრით ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგებისა და რიცხვითი რეალიზაციის მიმართულებით. აღნიშნულ თემატიკასთან დაკავშირებით მიღებული იქნა გარკვეული შედეგები (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [2]).

განხორციელდა კვლევები ზოგიერთი, პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი სასაზღვრო ამოცანის შესასწავლად, რომელთა რიცხვითი ამოხსნა დაკავშირებულია გარკვეული დიფუზიური პროცესების კომპიუტერულ მოდელირებასთან. შესაბამისი შედეგები მოხსენდა საერთაშორისო კონფერენციას (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში, [3]).

შესწავლილია მსახველის გასწვრივ მუდმივი სიხისტის მქონე ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების დერძსიმეტრიული არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის საკითხი. დაზუსტებული თეორიის ერთი ვარიანტის საფუძველზე მიღებულია ამ კლასის ამოცანების ამომხსნელი არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. განხილულია ელიფსოიდალური გარსის დეფორმაციის კერძო მაგალითი, რომლის რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების საფუძველზე ჩატარებულია სათანადო ანალიზი. შეფასებულია სასაზღვრო პირობების ცვლილებით გამოწვეული ზეგავლენა გარსის დეფორმირებულ-დაძაბულ მდგომარეობაზე. კვლევის შედეგები გამოქვეყნებულია (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [3]).

მიმდინარეობდა კვლევები ფიზიკის მეორე რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების განშტოებადი ამოხსნების თვისებების შესწავლის მიმართულებით. თეორიული ხასიათის კვლევებთან ერთად განხილული იქნა რამდენიმე საექსპერიმენტო ამოცანა. მიღებული შედეგები გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [1, 2]).

საანგარიშო პერიოდში გრძელდებოდა მუშაობა დიფერენციალურ განტოლებათა ავტონომიური სისტემების ალგებრულ-გეომეტრიული თეორიის ირგვლივ. გამოსაქვეყნებლად მზადდება მონოგრაფია, სადაც აღნიშნული თეორია ჩამოყალიბებული და აღწერილი იქნება სრულად და დეტალურად. ამ ეტაპზე დასრულებულია წიგნზე მუშაობა პირველი მიახლოებით. მის პირველ თავში განხილულია ჩვეულებრივ განტოლებათა ავტონომიური სისტემების ალგებრულ-გეომეტრიული თეორია. მეორე თავში ანალოგიური თეორია იგება კერძოწარმოებულისანი კვაზიწრფივი ავტონომიური სისტემების შემთხვევაში, ხოლო მესამე თავში, აღნიშნული მათემატიკური თეორია გამოყენებულია თეორიული ფიზიკის ზოგიერთი პრობლემის გასაანალიზებლად (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომი [3]).

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2	<b>მიმართულება 2:</b> სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანების მათემატიკური მოდელების და ძლიერად ოპტიმალური ალგორითმების დამუშავება. მათემატიკა, მათემატიკური მოდელების	დ. უგულავა,	ჯ. გიორგობიანი, მ. ნაჭყებია, თ. ჩანტლაძე, ზ. ყიფშიძე, დ. ზარნაძე, მ. ნიკოლეიშვილი, თ. ხუროძე, გ. ბაღათურია, მ. მენთეშაშვილი, ლ. ხაჭაპურიძე, ნ. მეტონიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**  
 მიმართულება 2-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა მათემატიკური მოდელების განყოფილებაში.  
 გარდამავალ 2015 წელს პროექტის ფარგლებში მიმართულება 2-ში მუშაობა მიმდინარეობდა 4 ძირითად ამოცანაზე:

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2.1	<b>ამოცანა 1.</b> მათემატიკური მოდელები საბაზრო და დარგობრივი ეკონომიკის ზოგიერთი მიკროეკონომიკური პრობლემისათვის	ჯ. გიორგობიანი	მ. ნაჭყებია, მ. ნიკოლეიშვილი, თ. ხუროძე, ლ. ხაჭაპურიძე, ნ. მეტონიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

ამოცანა შედგება შემდეგი 3 ქვეამოცანისგან:

**1. მარაგთა მართვა კასკადურ სისტემებში.** მარაგთა მართვის თეორიაში განიხილება როგორც ერთპროდუქტიანი, ისე მრავალპროდუქტიანი ამოცანები. ამავე დროს განიხილავენ პარალელურ და მიმდევრობით ბაზებს (საწარმოებს). პარალელურ ბაზებში მარაგის რეგულირება ხდება ერთი საცავიდან, მიმდევრობითი ბაზების შემთხვევაში ყოველ ბაზას აქვს თავისი საცავი, მაგრამ მიმდევრობით ბაზებს ყოველთვის განიხილავენ როგორც კონვეირულ სისტემას – ნაწარმი ყოველ ეტაპზე გადაეცემა შემდგომ საწარმოს, როგორც ნედლეული. ჩვენ ვიხილავთ მიმდევრობით ბაზებს კასკადურ რეჟიმში: ყოველი საწარმო შეიძლება იყოს ერთგვაროვანი (როგორც ჰიდროელექტროსადგურთა სისტემა) ან მრავალგვაროვანი (ჰიდროსადგური, მელიორაცია, წყალმომარაგება და სხვა). ასეთივე ამოცანები დგება ნავთობჭაბურღილების ათვისების, სამთა-მადნო მრეწველობის, ვაჭრობის და სხვა სფეროში. ამოცანა დინამიკურია წლიური ჰორიზონტით, ნედლეულის მიწოდება სტოქასტურია. საწარმოები რიგ-რიგობით მოიხმარენ რესურსს, იმარაგებენ ნარჩენებს და გადასცემენ მომდევნო საწარმოს. დროის მონაკვეთებში (კვირა, თვე და ა.შ.) ცნობილია შემომავალი ნაკადის სტატისტიკური განაწილება და ამის მიხედვით ნაწილდება რესურსი საერთო დანაკარგების მინიმუმის მისაღწევად.

წარმოდგენილი მოდელები ეყრდნობა დინამიკური დაპროგრამების პრინციპს, ზოგადი (სრული) მოდელი მათემატიკური დაპროგრამებისაა.

მიღებული შედეგები გაფორმებულია სტატიის სახით და მზად არის გამოსაქვეყნებლად.

**2. ობიექტთა ოპტიმალური ძებნის ბრტყელი ამოცანების მათემატიკური მოდელების.** ობიექტთა ძებნის თეორია შეისწავლის საძებნი ობიექტის აღმოჩენის მეთოდებსა და ძებნის შე-

დეგების ეფექტურობის კრიტერიუმებს. საზოგადოდ, არსებობს ძეგლის სამი ძირითადი ამოცანა: 1) ძეგლი რაიონში (ძეგლი ფართობზე), 2) ძეგლი გამოძახებით (ძეგლი საწყისი წერტილიდან), 3) ძეგლი ზღურბლზე (ძეგლი სრუტეში). ჩვენ მიერ შესწავლილია პირველი და მეორე ტიპის ამოცანები, შედგენილია შესაბამისი მათემატიკური მოდელები.

1) ძეგლი რაიონში, როგორც წესი, ტარდება მართკუთხედის ფორმის ფართობზე, რომელშიც, სავარაუდოდ, იმყოფება ძეგლის ობიექტი. ობიექტის ადგილმდებარეობა თანაბრად აღბათურია მართკუთხედში, მაძებარ მხარეს გააჩნია ე.წ. “საძიებო რესურსი”, რომელიც შედგება სხვადასხვა სახის დანადგარებისა და სატრანსპორტო საშუალებებისაგან. განხილულია ორი შემთხვევა: როცა საძიებო რესურსი შედგება უხმაურო საშუალებებისაგან, რომელთაგან თავის არიდება ობიექტს არ ძალუძს, და მეორე, როცა საძიებო რესურსში არის ე.წ. ხმაურიანი ძალები. შესაბამისად, შედგენილია ორი მოდელი. პირველ შემთხვევაში ამოცანა ისმება ძეგლის უსწრაფესად დაწყებაში. ამისათვის “უკანასკნელი” ძალა უნდა მივიდეს მინიმალურ დროში. შემდეგ ხდება ფართობის დანაწილება საძიებო ძალების შესაძლებლობების პროპორციულად და მიმდინარე დროზე დამოკიდებულებით გამოითვლება ობიექტის აღმოჩენის ალბათობა. ძეგლის უსწრაფესად დაწყებისთვის გამოყენებულია კარგად ცნობილი “დანიშვნის ამოცანის” იდეა. მეორე მოდელში გათვალისწინებულია ხმაურიანი ძალებისგან ობიექტის მიერ თავის არიდების შესაძლებლობა და, შესაბამისად, მისი ადგილმდებარეობის ალბათური განაწილების ცვლილება. ამ შემთხვევაში ძეგლის პროცესი აღიწერება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით.

2) ძეგლი გამოძახებით უმთავრეს შემთხვევაში წარმოებს მაშინ, როცა კონტაქტი ძეგლის ობიექტთან დაიკარგა და ძეგლი უნდა განახლდეს სავარაუდო მონაცემებზე დაყრდნობით. აქ იგულისხმება ობიექტის ადგილმდებარეობა, მოძრაობის კურსი და სიჩქარე. ადგილმდებარეობა მოიცემა ორგანზომილებიანი განაწილების ფუნქციით (როგორც წესი, თანაბარი წრეში ან ნორმალური), კურსი – თანაბარი რადაც სექტორში და სიჩქარეც თანაბრად განაწილებული [v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>] შუალედში. ამ პირობებში მიღებულია t – მიმდინარე დროზე დამოკიდებულებით პროცესის განაწილების ფუნქციები და ძეგლისთვის მნიშვნელოვანი ფაქტორი – განაწილების მაქსიმუმის კოორდინატები და გადაადგილების სიჩქარე. ძეგლი, ბუნებრივია, მიმდინარეობს განაწილების სიმკვრივის მაქსიმუმის გასწვრივ. გამოყვანილია ამ ტრაექტორიის განტოლება. იგი წარმოადგენს ლოგარითმულ სპირალს. აღმოჩენის ალბათობა მოიცემა ჩვეულებრივი ან ზედაპირული ინტეგრალის საშუალებით, მიახლოებითი ამოსხნა კი – ინტეგრალური ჯამების გამოთვლით.

მიღებული შედეგები ასახულია სტატიებში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [5, 6]). შესაბამისი მოხსენება წარდგენილი იყო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [5]).

**3. სოფლის მეურნეობის დარგთა გაადგილების მათემატიკური მოდელი საქართველოს ახლანდელი გამოწვევების გათვალისწინებით.** ჩვენ მიერ მრავალი წლის მანძილზე მიმდინარეობდა დარგთა ოპტიმალური გაადგილებისა და სპეციალიზაციის ამოცანაზე მუშაობა. ჩამოყალიბებულია ზოგადი, ძალზედ სრული მოდელი. ეს შედეგები დაინერგა რამდენიმე რაიონში. ჩვენი ეკონომიკა ახლა გეგმიური ეკონომიკა არ არის და როგორც ზოგიერთს მიაჩნია, ეს ასეც უნდა იყოს. თუმცა არცერთ წარმატებულ ქვეყანაში მეურნეობა (მათ შორის სოფლის) ქაოსურად არ ვითარდება. აშშ-ში, საფრანგეთში, გერმანიაში და ა.შ. არსებობს პროგრამები, თუ როგორ უნდა განვითარდეს ესა თუ ის დარგი. საქართველოში გვაქვს ჭარბი პროდუქცია (ყურძენი, ატამი, მანდარინი და ა.შ.), ამავე დროს გვაქვს დეფიციტი მარცვლეულის, ხორცისა და რძის პროდუქტების, ბოსტნეულის და ა.შ. ჩვენ მიერ შემოთავაზებულ მოდელში და გათვლებში გათვალისწინებულია ეს ნიუანსები. ადრეც ვწერდით და ახლაც აღვნიშნავთ, რომ მონოკულტურიზმი ქვეყანაში დამღუპველია სახალხო მეურნეობისთვის და, რაც მთავარია, დემოგრაფიული მდგომარეობისთვის. მთავრობას გააჩნია საშუალებები ფერმერულ და კერძო პირებთან შეთანხმებით

დაარეგულიროს ეს საკითხი და ამით გამოასწოროს როგორც სოფლის, ასევე ქალაქის მოსახლეობის მდგომარეობა.

ჩვენ მოდელში ჩადებულია პირობები, რომ მოსახლეობა შეძლებისდაგვარად დაკმაყოფილდეს ძირითადი საკვები ადგილობრივი პროდუქტებით – მარცვლეულით, ბოსტნეულით, რძისა და ხორცის პროდუქტებით. მოდელი წრფივი დაპროგრამებისაა და ადვილად რეალიზებადი. ტექნიკურ-ეკონომიკური მაჩვენებლები ინახება ჩვენთან და საჭირო იქნება მათი განახლება.

პროექტით განსაზღვრული ამოცანების გარდა განხილულია კიდევ ორი ამოცანა. კერძოდ, გამოკვლეულია შეპლის აქსიომების გამოყენების საკითხი ლექსიკოგრაფიულ კოოპერაციულ თამაშებში და მოცემულია მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ამოცანის ერთი პრაქტიკული გამოყენება (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [4, 7]; სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [6])

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2.2	ამოცანა 2. ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუირება განუზღვრელობის (ცდომილების) უარესი დასმის, საშუალო დასმის და ალბათური დასმის შემთხვევებისთვის	დ. ზარნაძე	დ. ზარნაძე, დ. უგულავა

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

განხილულია კლასიკური  $Au(t) = -u''(t) + t^2u(t), t \in R$  ჰარმონიული ოსცილატორის შემცველი არაერთგვაროვანი  $Au = f$  განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის საკითხი შვარცის უსასრულოდ დაცემად ფუნქციითა  $S(R)$  სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდის გამოყენებით. ამ სივრცეში არჩეულია პილბერტის ნორმათა გარკვეული  $\{\|\cdot\|_n\}$  მიმდევრობა, საბაზისო ფუნქციებად კი აღებულია ჰერმიტის ფუნქციითა სრული სისტემა. ზუსტ და მიახლოებით ამოხსნებს შორის უთანადობის მინიმიზაცია ხორციელდება ნორმათა მიმდევრობით გაჩენილი ისეთი მეტრიკით, რომლის ბირთვები აბსოლუტურად ამოხსნეილი, მინკოვსკის ფუნქციონალები კი ნორმათა პროპორციულები არიან.  $u_m$  მიახლოებითი ამოხსნები არ არიან დამოკიდებული ნორმათა ინდექსზე. დამტკიცებულია მიახლოებით ამოხსნათა მიახლოების კრებადობა ზუსტი ამოხსნისაკენ  $S(R)$  სივრცეში და მიღებულია  $\|u_0 - u_m\|_n$  გადახრათა შეფასებები  $f - Au_m$  გადახრის კვაზინორმითა და აგრეთვე  $n$ -ური ნორმებით. შედგენილია პროგრამა, რომლის მიხედვით გამოთვლილია გადახრის კვაზინორმა  $n$ -ისა და  $m = m(n)$ -ის ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის. აღმოჩნდა, რომ როცა  $f(t) = \exp(-t^2)\sin t, t \in [-5, 5], n = 2$  და  $m = 5$ , მაშინ  $|f - Au_m| = \|f - Au_m\|_2 = 0,775$ , სადაც  $|\cdot|$  გადახრის კვაზინორმაა. გამოთვლების სირთულე განპირობებულია იმით, რომ გადახრის შეფასებათა მიღება მოითხოვს ჰერმიტის ფუნქციებისა და განტოლების მარჯვენა მხარის მაღალი რიგის წარმოებულების შემცველი გარკვეული გამოსახულებებიდან აღებული ინტეგრალების დათვლას.

მიღებული შედეგები ასახულია სტატიაში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [8]). შესაბამისი მოხსენება წარმოდგენილი იყო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [7]).

განხილულია ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) წრფივი სპლაინური ალგორითმების კონსტრუირების საკითხი კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის. ეს ამოცანა მდგომარეობს ფუნქციის აღდგენაში ევკლიდეს მრავალგანზომილებიანი სივრცის ჰიპერსიბრტყეებზე მისი ინტეგრალების საშუალებით. სხვა სიტყვებით, ეს არის რადონის  $R$  გარდაქმნის შებრუნებულის მიახლოებითი აგების ამოცანა.  $Ru = f$  განტოლება განიხილება

ჰილბერტის ისეთ სივრცეებში, სადაც ის არაკორექტულია. ვეძებთ ამოცანის განზოგადებულ ამოსხნას მური-პენროუხის აზრით, რომელიც აკმაყოფილებს  $R^*R$  თვითშეუღლებული ოპერატორის შემცველ  $R^*Ru = R^*f$  განტოლებას. ამოცანის კორექტულობისათვის ის ჰილბერტის სივრციდან გადაგვაქვს ჩვენ მიერ შემოტანილ ფრემეს  $D((R^*R)^{-\infty})$  სივრცეში, სადაც ის კორექტული ხდება. მისი მიახლოებითი ამოსხნისათვის ვიყენებთ გარკვეული სახის არაადაპტურ ინფორმაციას და ვაგებთ წრფივ განზოგადებულად ცენტრალურ სპლაინურ ალგორითმს. ეს განხორციელებულია ჰილბერტის სივრცეში მოქმედი სინგულარული გაშლის მქონე ოპერატორის შემცველი განტოლებისათვის წინა წლებში აგებული თეორიის ბაზაზე. განხილულია ორი შემთხვევა. პირველ შემთხვევაში ჰილბერტის სივრცე არის ერთეულოვან ბირთვში სუპორტის მქონე და გარკვეული წონით კვადრატში ინტეგრებად ფუნქციათა სივრცე (გვეგნბაურის შემთხვევა), მეორე შემთხვევა კი არის მთელ ვეკლიდეს სივრცეზე განსაზღვრულ და გარკვეული წონით კვადრატში ინტეგრებად ფუნქციათა სივრცე (ერმიტის შემთხვევა). ორივე შემთხვევაში, კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანასთან დაკავშირებით აგებული ალგორითმი არის წრფივი განზოგადებულად ცენტრალური და სპლაინური. მათი რეალიზაცია მოითხოვს ჰიპერსიბრტყეებზე აღებული ინტეგრაციებით განსაზღვრული ფუნქციისა და გარკვეული სპეციალური ფუნქციების სკალარული ნამრავლების დათვლას.

მიღებული შედეგები ასახულია სტატიებში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [9, 10]). შესაბამისი მოხსენება წარდგენილი იყო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [8]).

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
23	ამოცანა 3. ახალი ტიპის სიმეტრიული და ასიმეტრიული კრიპტოსისტემები.	დ. უგულავა	თ. ჩანტლაძე, ზ. ყიფშიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

დამუშავებულია სიმეტრიული დაშიფრვის კრიპტოგრაფიული სისტემა, რომელშიც მაღალი მდგრადობა მიღწეულია დასაშიფრი ბლოკის და, შესაბამისად, გასაღების სიგრძის გაზრდით 12 ბიტამდე. სისტემაში გამოყენებული არაწრფივი ელემენტები უზრუნველყოფს მდგრადობას ყველა სახის ცნობილი კრიპტოგრაფიული თავდასხმების მიმართ. დასაშიფრი ბლოკის სიგრძის გაზრდა 128 ბიტამდე ხსნის სისტემის გატეხვის საშიშროებას გადარჩევის მიმართ, რაც შეიძლება მიღწეული იყოს თანამედროვე გამოთვლების საშუალებების გამოყენებით. შემოთავაზებულ სისტემაში გათვალისწინებულია ამერიკული სტანდარტების ძველი DES-ის და ახალი RIJNDAEL-ის საუკეთესო თვისებები. დადებითი მხარეებიდან განსაკუთრებით აღსანიშნავია დაშიფრვის და გაშიფრვის პროცესების სრული იდენტურობა, რაც ახალ სტანდარტში დამატებითი რაუნდის შეტანით არის მიღწეული.

შესწავლილია განზოგადებულ კონგრუენტულ რიცხვებთან დაკავშირებული ელიფსური წირის სასრულ ველებზე რედუქციით მიღებული წირების საშუალებით შექმნილი კრიპტოსისტემები. ამ მიზნით შესწავლილია სასრულ ველებსა და მთელ რიცხვთა რგოლებს შორის დამყარებული იზომორფიზმი. აგებულია დიფი – ჰელმანისა და ზოგიერთი სხვა ცნობილი კრიპტოსისტემის ანალოგი. გამოყენებულია ჩვენ მიერ დამუშავებული მეთოდი, რომელიც გვაძლევს რაციონალ რიცხვთა ველზე განსაზღვრული ელიფსური წირის უსასრულო გრეხვის მქონე ზოგიერთი წერტილის აგების საშუალებას.

აღნიშნული საკითხებისადმი მიძღვნილი ნაშრომი გაფორმების პროცესშია.

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
---	---------------------	-----------------------	------------------------

24	ამოცანა 4. საწყისი, მახასიათებელი და არაკლასიკური ამოცანების შესწავლა მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური ტიპის პარაბოლურად გადაგვარებადი განტოლებებისათვის.	მ. მენთეშაშვილი	გ. ბალათურია, მ. მენთეშაშვილი
----	--	-----------------	----------------------------------

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმდინარე საანგარიშო პერიოდში კვლევები ჩატარდა მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური ტიპის პარაბოლურად გადაგვარებადი განტოლებებისათვის. საწყისი, მახასიათებელი და არაკლასიკური ამოცანის სხვადასხვა ვარიანტის კვლევისას აგებულია ამოცანების ამოხსნების განსაზღვრის არესთან ერთად ცხადი სახით, დამტკიცებულია ამონახსნათა არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები. ამ ამოცანებს შორის განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ამოცანები თავისუფალი საზღვრით, შეკრულმზიდინი ამოცანები, რომლებიც მახასიათებელი ინვარიანტების გამოყენებით არის ამოხსნილი. საწყისი ამოხსნების გავრცელების არეების კვლევისას დადგინდა, რომ ზოგიერთი კონკრეტული საწყისი მონაცემების შემთხვევაში არსებობს ამ არეთა ისეთი ქვეარეები, სადაც ამოხსნა არ ვრცელდება; დადგენილია საკმარისი პირობები, როცა კოშის ამოცანის ამოხსნის განსაზღვრის არეში ჩნდება ამონახსნის არარსებობის ქვეარეები.

მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის საწყისი ამოცანის ამოხსნის ნებად აგებულია სხვაობიანი სქემა, დამტკიცებულია თეორემა სქემის კრებადობის შესახებ. აგებული გამოთვლითი ალგორითმის საშუალებით ჩატარებულია კომპიუტერული ექსპერიმენტები ამოცანის განსაზღვრის არეთა დასახასიათებლად სხვადასხვა საწყისი პირობების შემთხვევაში.

მიღებული შედეგები ასახულია სტატიებში (იხ პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [11, 12]; პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [3-7]). შესაბამისი მოხსენებები წარდგენილი იყო კონფერენციებზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [4, 9]; სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში [3]).

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიხედვით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3	<b>მიმართულება 3:</b> სტოქასტური ანალიზი ალგებრულ სტრუქტურებში. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზში, სტატისტიკასა და დისკრეტულ ოპტიმიზაციაში. მათემატიკა; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ფუნქციონალური ანალიზი, დისკრეტული ოპტიმიზაცია	ვ. ტარიელაძე	ს. ჩობანიანი, ა. ლაშხი, ბ. მამფორია, გ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, ვ. ბერიკაშვილი, პ. კობახიძე.

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 3-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში.

გარდამავალ 2015 წელს პროექტის ფარგლებში მუშაობა მიმდინარეობდა 2 ძირითად

ამოცანაზე:

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3.1	ამოცანა 1: ვექტორთა კომპაქტური შეჯამება. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზსა და განრიგების ამოცანებში	ს. ჩობანიანი	ვ. ტარიელაძე, ბ. მამფორია, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი,

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიღებულია შემდეგი მაქსიმალური უტოლობა გადანაცვლებადი შემთხვევითი სიდიდეებისათვის. ვთქვათ,  $\xi_1, \dots, \xi_n$  არის  $X$  ნორმირებულ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე გადანაცვლებადი შემთხვევითი სიდიდეების სასრულო ერთობლიობა და  $\xi_1 + \dots + \xi_n = 0$ . მაშინ  $\theta_1, \dots, \theta_n$  ნიშანთა ნებისმიერი ერთობლიობისათვის და ყოველი  $t > 0$  რიცხვისათვის სამართლიანია შემდეგი უტოლობა:

$$P(\omega: \max_{1 \leq k \leq n} \|\xi_1(\omega) + \dots + \xi_k(\omega)\| > t) \leq C P(\omega: \max_{1 \leq k \leq n} \|\theta_1 \xi_1(\omega) + \dots + \theta_k \xi_k(\omega)\| > t),$$

სადაც  $C$  აბსოლუტური მუდმივია. ეს უტოლობა არაგაუმჯობესებადია (შებრუნებული უტოლობა აგრეთვე სწორია სხვა აბსოლუტური მუდმივისათვის). მიღებული უტოლობა აუმჯობესებს გარსიას, მორეს და პიზიეს, ჩობანიანის და სალესის, და, აგრეთვე, ლევენტალის ცნობილ შედეგებს. სტატია მზადაა დასაბეჭდად (იხ. გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები – [7]).

განყოფილების თანამშრომლებმა ადრე დაამტკიცეს, რომ ყოველი ერთეულოვან მოდულიანი კომპლექსური  $z \notin \{-1, 1\}$  რიცხვისათვის მწკრივი  $\sum z^n/n$  არის უნივერსალური  $\mathbb{C}$ -ში. საანგარიშო პერიოდში დამტკიცდა, რომ არ არსებობს კვატერნიონი  $z$ ,  $|z| = 1$ , რომლისთვისაც ანალოგიური მწკრივი იქნება უნივერსალური კვატერნიონების ველში. სტატია იბეჭდება (იხ. გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები – [8]).

მიღებულია რამდენიმე მაქსიმალური უტოლობა, რომლებიც შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდნენ გარსიას ჰიპოთეზის ანალიზისთვის. მათი გამოყენებით მტკიცდება, რომ გარსიას ჰიპოთეზა სამართლიანია გადანაცვლებადი ორთონორმირებული სისტემებისათვის. სტატია მზადაა დასაბეჭდად (იხ. გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები – [9]).

განალიზებულია უპირობო ბანახის ბანახის სივრცეში მწკრივთა უპირობო კრებადობის ზოგიერთი აუცილებელი, და საკმარისი პირობა (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [13]).

განხილული და შესწავლილია სილვესტრის (უოლშის) და ადამარის მატრიცების ზოგიერთი რიცხვითი მახასიათებელი (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [8, 9]).

ნაჩვენებია, რომ მეტრიზებადი, ლოკალურად ამოხსნილი  $X$  სივრცე დუალურად  $c$ -მაკის სივრცეა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $X$ -ს გააჩნია შურის თვისება. აქედან, როგორც შედეგი, მიღებულია, რომ ბანახის რეფლექსური  $X$  სივრცე დუალურად  $c$ -მაკის სივრცეა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $X$  სასრულგანზომილებიანია (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [15]).

დამტკიცებულია, რომ თანაბარი ტოპოლოგიით აღჭურვილი აბელის არატრივიალური კომ-

პაქტური ჯგუფის თვლადი ხარისხი ტოპოლოგიური ჯგუფია, რომლის დუალური ჯგუფის სიმძლავრე კონტინუუმის სიმძლავრეზე ნაკლები არაა (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [12]).

გამოქვეყნდა მონოგრაფიული ტიპის ნაშრომი, რომელიც წარმოადგენს 1989 წელს რუსულ ენაზე დაწერილი და 1990 წელს მოსკოვის სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში დაცული სადოქტორო დისერტაციის ინგლისურ თარგმანს (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, მონოგრაფია [1]).

საანგარიშო წელს გაკეთდა 7 მოხსენება სხვადასხვა ფორუმებზე (იხილეთ სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა: საქართველოში [10 – 13], უცხოეთში [4 – 7]).

**შენიშვნა:** აღნიშნული ამოცანის ზოგიერთი ასპექტის შესწავლა ხორციელდებოდა საგრანტო თემატიკით (იხ. პუნქტი სახელმწიფო გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები, [2]).

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3.2	ამოცანა 2. ოპერატორების ინდუცირებადობის პრობლემა ბანახის სივრცეში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნადობის საკითხებში	ბ. მამფორია,	გ. ტარიელაძე, გ. ჭელიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევა ბანახის სივრცეში პირობითად სამ მიმართულებად შეიძლება დაიყოს:

პირველი მიმართულება – განტოლებაში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აიღება ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან რიცხვითი ვინერის პროცესით; მეორე მიმართულება – ინტეგრალი აიღება ოპერატორულ მნიშვნელობიანი არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში; მესამე მიმართულება – ინტეგრალი აიღება ოპერატორულ მნიშვნელობიანი (ჰილბერტის სივრციდან ბანახის სივრცეში) არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან განზოგადებული (ცილინდრული) ვინერის პროცესით ჰილბერტის სივრცეში.

საანგარიშო პერიოდში მეორე მიმართულების შემთხვაში მიღებულია განზოგადებული ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკმარისი პირობები, ამავე შემთხვევისთვის ასევე დამტკიცებულია იტოს ფორმულა. შესწავლილია წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები პირველი შემთხვევისთვის და მიღებულია განზოგადებული ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკმარისი პირობები მესამე შემთხვევისათვის (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [10, 11]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა საქართველოში [10]; გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [10, 11]).

განხილული და შესწავლილია სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები. ასეთი შემთხვევითი ელემენტები ინახავენ ბევრ თვისებას, რომლებიც დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს გააჩნიათ, მაგრამ ისეთი საკითხები, როგორცაა დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი და კერძო ჯამების თითქმის ნამდვილად კრებადობა, საკმაოდ ძნელად შესასწავლი აღმოჩნდა. ამ მიმართულებით პირველი შედეგები მიღებულია გაუსის შემთხვევითი ელემენტებისათვის (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [16]).

ტურბულენტურ მოძრაობას ეძღვნება გამოკვლევა, რომლის შემოკლებული ვარიანტი გამოქვეყნებულია (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [17]; სამეცნიერო ფორუმების

მუშაობაში მონაწილეობა საქართველოში [15] და ვრცელი ვარიანტი კი გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად (იხ. გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები - [12]).

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
4	<p><b>მიმართულება 4:</b> წრფივი და კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემებისათვის პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.</p> <p>გამოთვლითი მათემატიკა, მათემატიკური მოდელირება, ინფორმატიკა.</p>	პ. მელაძე	<p>პ. მელაძე, მ. ფხოველიშვილი, გ. სილაგაძე, გ. ცერცვაძე, გ. ლლონტი, ი. ჩოგოვაძე მ. პაპიაშვილი</p>

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 4-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა ინფორმატიკის განყოფილებაში.

განხილულია მეორე რიგის შერეულწარმოებულებიანი პარაბოლური ტიპის განტოლებათა სისტემისათვის საწყის-სასაზღვრო ამოცანა:

$$\sum_{j=1}^n b_{ij}(x,t) \frac{\partial u_j}{\partial t} = \sum_{j=1}^n \sum_{\alpha,\beta=1}^p \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( K_{\alpha,\beta}^{i,j}(x,t) \frac{du_j}{dx_\beta} \right) + f_i(x,t),$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

$$u_i(x',t) = g_i(x',t), \quad \text{თუ } (x',t) \in \Gamma \times [0, T]$$

$$u_i(x,0) = u_i^0(x), \quad \text{თუ } x \in \bar{D}_p, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

ოპერატორის დეკომპოზიციის საფუძველზე აგებულია ფაქტორიზებული სამშრიანი სხვაობიანი სქემა

$$\frac{v_3 \tau}{2} \prod_{\alpha=1}^p (E + \tau R_\alpha^0) y_{it} = f - Ay - By_i$$

$$\left. \begin{aligned} y(x',t) &= g(x',t), \quad \text{when } x' \in \Gamma_{h\tau} \\ y(x,0) &= u^0(x), \\ y(x,\tau) &= u^1(x) \end{aligned} \right\}$$

სადაც  $y = (y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)})$ ,  $R_\alpha^0 = \bar{\sigma} A_\alpha^0$ ,  $A_\alpha^0 y = -\Lambda_\alpha^0 y = -y_{xx}$ ,  $\bar{\sigma}$  გარკვეული მუდმივია.

დამტკიცებულია ამ სხვაობიანი სქემის კრებადობა  $W_2$  სივრცის ნორმის აზრით. აგებული სქემის ანალიზის საფუძველზე შექმნილია პარალელური თვლის ალგორითმები და პროგრამათა პაკეტი. კვლევის შედეგები სტატიის სახით გადაცემულია დასაბეჭდად მაღალრეიტინგულ ჟურნალში (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები, სტატია [18]).

დასმული და ამოხსნილია არალოკალური სასაზღვრო – საკონტაქტო ამოცანა მეორე რიგის წრფივი ელიფსური განტოლებებისათვის. დამტკიცებულია ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. ჩატარებულია რიცხვითი გათვლები კონკრეტული ამოცანის შემთხვევაში (იხ. პუბლიკაციები: საქართველოში, სტატიები, [23]; უცხოეთში, სტატიები, [13, 14]).

სხვაობიანი მეთოდის საშუალებით წრფივი და კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის სასაზღვრო ამოცანების რიცხვითი ამონახსნის მოძებნის ერთ-ერთი ეტაპია არაწრფივი ალგებრული (სხვაობიანი) განტოლებების ამონახსნის პოვნა. ამ მიზნით შემუშავებულია პარალელური იტერაციული მეთოდები არაწრფივი ალგებრული განტოლებათა სისტემებისათვის (იხ. პუბლიკაციები: საქართველოში, სტატიები, [19]).

საანგარიშო პერიოდში განიხილებოდა გარკვეული კლასის გამოთვლითი ამოცანებისათვის შექმნილი პროგრამების ვერიფიკაციის შესაძლებლობა, აგრეთვე შესწავლილია ოპტიმალური მართვის ზოგიერთი კლასი (იხ. პუბლიკაციები: საქართველოში, სტატიები, [21, 22, 25]; უცხოეთში, სტატია [15]).

**შენიშვნა.** აღნიშნული თემატიკის ირგვლივ გაკეთებულია რამდენიმე მოხსენება, მათ შორის პლენარული, სხვადასხვა საერთაშორისო და ადგილობრივ კონფერენციებზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში [16 - 25], უცხოეთში – [10, 11]).

### I. 3. სახელმწიფო გრანტით (რუსთაველის ფონდი) დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	<b>ფურიეს კოეფიციენტები და კრებადობის საკითხები.</b> მათემატიკა, მათემატიკური ანალიზი	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი ხელშეკრულება №FR/223/5-100/13	დ. გოგოლაძე (თსუ)	დ. გოგოლაძე, ვ. ცაგარეიშვილი, ო. ძაგნიძე, დ. უგულავა

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

დ. უგულავა 2015 წელს იკვლევდა ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე განსაზღვრულ ფუნქციათა კლასების აპროქსიმაციის საკითხებს. ჩატარებული კვლევების შედეგად, უწყვეტი პერიოდული ფუნქციების ფურიეს მწკრივების შეჯამებადობის შესახებ ცნობილი შედეგები განზოგადებულია ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე განსაზღვრული თითქმის პერიოდული ფუნქციებისათვის. შედეგები ასახულია ნაშრომში “Суммирование рядов Фурье почти-периодических функций на локально компактных Абелевых группах”, რომელიც მიღებულია დასაბუქდად ჟურნალში Известия ВУЗ, Математика.

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები

2	ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები. მათემატიკა; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ფუნქციონალური ანალიზი, დისკრეტული ოპტიმიზაცია.	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი. საგრანტო ხელშეკრულება № FR / 539/5-100/13	ს. ჩობანიანი	ს. ჩობანიანი, ვ. ტარიელაძე, გ. ჭკელიძე, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, მ. ნიკოლეიშვილი
---	---	--	--------------	---

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები**

იხ. გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტი, პუნქტი №3 (მიმართულება 3), ამოცანა №1 და შესაბამისი ლიტერატურა: პუბლიკაციები საქართველოში, სტატია [13]; პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [8, 9]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა: საქართველოში [10, 12], უცხოეთში [4]; გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [7 – 9].

**II.1. პუბლიკაციები:  
ა) საქართველოში**

**სტატიები**

№	ავტორი/ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის დასახელება	ჟურნალის/კრებულის ნომერი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	ჯ. სანიკიძე, კ. ნინიძე	On discrete Type Computational Schemes with Higher Accuracy for the Numerical Solution of Some Classes of the Singular Integral Equations. Proceedings of the Tbilisi International Conference on Computer Science and Applied Mathematics	კონფერენციის შრომები, p. 271-273	თბილისი, საქართველო	3
2	მ. ზაქრაძე, ზ. სანიკიძე, მ. კუბლაშვილი, ნ. კობლიშვილი	On Solving the Dirichlet Generalized Problem for a Harmonic Function in the Case of an Infinite Plane with a Crack-type Cut . Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute	168, p. 53-62	თბილისი, საქართველო	10
3	ელ. აბრამიძე, ელ. აბრამიძე, ვ. ჭანკოტაძე	ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა დაზუსტებული თეო-	2(37), p. 31-36	თბილისი, სტუ-ს გამომცემლობა	6

		რის საფუძველზე. სამეცნიერო-ტექნიკური ჟურნალი “მშენებლობა”			
4	J. Giorgobiani, G. Beltadze	Shaplyes Axiomatics for Lexi- cographic Cooperative Games. International Journal of Modern Education and Computer Science	v. 7, no.8, Aug. 2015.	თბილისი, საქართველო	8
5	М. Начкебия	Поиск объектов на площади. Georgian Engineering News.	№3, 2015	თბილისი, საქართველო	6
6	Дж. Гиоргобиа- ნი, Н. Цискаришви- ლი, М. Начкебия	Модели плоских задач оптималь- ного поиска объектов. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	November 3-5, 2015 Proceedings, p.465 – 468.	თბილისი, საქართველო	4
7	М. Nikoleishvili V. Tarieladze	A practical application of an integer-valued optimization problem. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	November 3-5, 2015, Proceedings, p.405 – 406.	თბილისი, საქართველო	2
8	D. Ugulava, D. Zarnadze	The least squares method for harmonic oscillator operator in Schwartz space. Intern. Conf. on Comp. science and Appl. Math. <a href="http://ticcsam.sou.edu.ge/">http://ticcsam.sou.edu.ge/</a> პროგრამა: <a href="http://ticcsam.sou.edu.ge/programlast.pdf">http://ticcsam.sou.edu.ge/programlast.pdf</a>	March 21-23, 2015, Proceedings, p.255 – 261.	თბილისი, საქართველო	7
9	D. Ugulava, D. Zarnadze	On a new mathematical model of computerized tomography. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings, <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	November 3-5, 2015 Proceedings, p.433 – 435.	თბილისი, საქართველო	3
10	D. Ugulava, D. Zarnadze	On a linear generalized central spline algorithm of computerized	v. 168, 2015	თბილისი, საქართველო	30

		tomography. Proceedings of A. Razmadze Math. Inst.			
11	R. Bitsadze, M. Menteshashvili	On one nonlinear analogue of the Darboux problem. Proceedings of A. Razmadze Mathem. Inst.	v. 169 (2015) p. 9-21	თბილისი, საქართველო	13
12	G. Baghaturia, M. Menteshashvili	The Numerical Algorithm for the Quasi-linear Differential Equation of Mixed Type. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	November 3-5, 2015, Proceedings, p.402 – 404.	თბილისი, საქართველო	3
13	N. Vakhania, V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze	Some remarks on unconditional convergence of series in Banach spaces. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute	v.168, 2015, p. 149-160	თბილისი, საქართველო	12
14	V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze	Professor Niko (Nicholas) Vakhania. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute,	v.168, 2015, p. 1-14	თბილისი, საქართველო	15
15	E. Martín-Peinador, V. Tarieladze	On dually c-Mackey spaces. Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute,	v.168, 2015, p. 79–86	თბილისი, საქართველო	8
16	G. Chelidze, B. Mamporia	Weakly independent random elements, Gaussian case. Proceedings, A. Razmadze Mathematical Institute,	v.168, 2015	თბილისი, საქართველო	8
17	ბ. მამფორია	დამოუკიდებელ ნახრდებიანი პროცესები ტურბულენტობაში. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	November 3-5, 2015 Proceedings, p. 486-488,	თბილისი, საქართველო	3
18	A. Lashkhi	On Locally cyclic modules and algebras. Bull. Geo. Nat. Acad. Sci.	v.9 (3), 2015 p.20-25	თბილისი, საქართველო	6
19	Т. Давиташвили, Г.В. Меладзе	О некоторых алгоритмах решения систем нелинейных	Proceedings, 2015,	თბილისი, საქართველო	6

		алгебраических уравнений на вычислительных системах с параллельными процессорами . Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	p.55-60		
20	A. Prangishvili, H. Meladze, R. Kakubava	Queuing Models for Large-Scale Technical Systems' Structural Control. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	Proceedings, 2015, p.131-135	თბილისი, საქართველო	5
21	კ. მელაძე, მ. ფხოველი- შვილი, გ. ცერცვაძე	პარალელური პროგრამების ვერიფიკაცია კლასტერების გამოყენებით. აკადემიკოს ი. ფრანგიშვილის დაბადების 85-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია “საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა – 2015 (სკტ-მმ 2015)”, 3-5 ნოემბერი, 2015. კონფერენციის შრომები, <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	შრომათა კრებული, 2015 გვ. 558-559	თბილისი, საქართველო	2
22	ნ. არჩვაძე, მ. ფხოველი- შვილი.	პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციის საკითხები ფუნქციონალური ენებისთვის კრიპკეს სქემების გამოყენებით. აკადემიკოს ი. ფრანგიშვილის დაბადების 85-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია “საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა – 2015 (სკტ-მმ 2015)”, 3-5 ნოემბერი, 2015. კონფერენციის შრომები, <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	შრომათა კრებული, 2015, გვ. 545-547	თბილისი, საქართველო	3

23	პ. მელაძე, ი. მელაძე	არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა მუდმივკოეფიციენტებიანი მეორე რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისთვის. საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის შრომები.	ტომი II, გამომცემლობა „ქართული უნივერსიტეტი“, თბილისი 2015, გვ.186-191	თბილისი, საქართველო	6
24	Г. Церцвадзе, Т. Хведелидзе	Исследование поведения одного класса стохастических автоматов в тернарной стационарной случайной среде. Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Proceedings <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>	Proceedings. p. 553-557	თბილისი, საქართველო	5
25	M. Pkhovelishvili, N. Archvadze	Usage of fast search algorithm in data in clusters. IV-th Scientific-Practical Conference Problems of Business Development in the global Economy	Proceedings. p. 57-61	Tbilisi	5

ანოტაციები

1. აგებული და შესწავლილია სინგულარული ინტეგრალებისათვის ჩებიშევის ტოლკოეფიციენტებიანი კვადრატურული ფორმულების შესაბამისი ანალოგები, მათი სიზუსტის შეფასებით აბსცისთა გარკვეული რიცხვისათვის.
2. წარმოდგენილია ჰარმონიული ფუნქციისათვის დირიხლეს განზოგადებული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმი ბზარის ტიპის ჭრილის მქონე უსასრულო სიბრტყის შემთხვევაში. ტერმინში “განზოგადებული” იგულისხმება, რომ სასაზღვრო ფუნქციას გააჩნია პირველი გვარის წყვეტის წერტილების სასრული რაოდენობა. ამოხსნის პროცესი შედგება შემდეგი ეტაპებისგან: 1) დირიხლეს განზოგადებული ამოცანის დაყვანა დამხმარე ამოცანაზე ჰარმონიული ფუნქციისათვის; 2) შესაბამისი ახალი ამოცანის მიახლოებით ამოხსნა ფუნდამენტურ ამოხსნათა მოდიფიცირებული ვერსიის გამოყენებით; 3) დასმული განზოგადებული ამოცანის ამონახსნის განსაზღვრა დამხმარე ამოცანის ამონახსნის საშუალებით. განხილულია მაგალითები, სადაც წყვეტის წერტილები წარმოადგენენ უკუქცევის წერტილებს.
3. მიღებულია მსახველის გასწვრივ მუდმივი სიხისტის მქონე ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების დერძისმეტრიული არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების ამომხსნელი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. განხილულია ელიფსოიდალური გარსის დეფორმაციის კერძო მაგალითი, რომლის რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების საფუძველზე ჩატარებულია სათანადო ანალიზი. შეფასებულია სასაზღვრო პირობების ცვლილებით გამოწვეული ზეგავლენა გარსის დეფორმირებულ-დაძაბულ მდგომარეობაზე.
4. კლასიკურ კოოპერაციულ თამაშთა თეორიაში ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი პრინციპი განისაზღვრა შეპლის სამი აქსიომით – საერთო მოგების სამართლიანი განაწილების შეპ-

ლის მნიშვნელობით (ან შეპლის ვექტორით). ბოლო ათწლეულში მისი გამოყენების სფერო გაფართოვდა. შეიძლება თუ არა შეპლის აქსიომების გამოყენება ლექსიკოგრაფიულ კოოპერაციულ თამაშებში? ამის გარკვევის მიზნით ნაშრომში  $m$ -განზომილებიანი ლექსიკოგრაფიული კოოპერაციული თამაშისთვის  $v=(v^1, v^2, \dots, v^m)^T$  მკაცრი რანჟირებით შემოტანილია შეპლის აქსიომატიკა და მიღებულია შედეგი – სრულდება მოგების სამართლიანი განაწილების პრინციპი. ასევე, შეპლის კლასიკური პრინციპი გადადის შემადგენელ სკალარულ  $v^1, v^2, \dots, v^m$  თამაშებზე, თუმცა ეს თამაშები შეიძლება არ იყოს სუპერადიტიური.

5. სტატიაში განხილულია ობიექტის მოცემულ რაიონში ძებნის ამოცანა სხვადასხვა საძიებო სიტუაციაში. განხილულია ორი შემთხვევა: როცა საძიებო რესურსი შედგება უხმაურო საშუალებებისაგან, რომელთაგან თავის არიდება ობიექტს არ ძალუძს, და მეორე, როცა საძიებო რესურსში არის ე.წ. ხმაურიანი ძალები. შესაბამისად, შედგენილია ორი მათემატიკური მოდელი ობიექტის აღმოჩენისათვის ძებნის ოპტიმიზაციის მიზნით.

6. ნაშრომში განხილულია ძებნა გამოძახებით, რომელიც წარმოებს მაშინ, როცა კონტაქტი ძებნის ობიექტთან დაიკარგა და ძებნა უნდა განახლდეს სავარაუდო მონაცემებზე დაყრდნობით. ამ პირობებში მიღებულია  $t$ -მიმდინარე დროზე დამოკიდებულებით პროცესის განაწილების ფუნქციები, განაწილების მაქსიმუმის კოორდინატები და გადაადგილების სიჩქარე. გამოყვანილია ძებნის ტრაექტორიის განტოლება ლოგარითმული სპირალის სახით. აღმოჩენის ალბათობა მოიცემა ჩვეულებრივი ან ზედაპირული ინტეგრალის საშუალებით, მიახლოებითი ამოხსნა კი - ინტეგრალური ჯამების გამოთვლით.

7. სტატიაში განხილულია მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ამოცანა და მისი ერთი პრაქტიკული გამოყენება.

8. გამოყენებულია უმცირეს კვადრატთა მეთოდი შვარცის სივრცეში ჰარმონიული ოსცილატორის შებრუნებულის მიახლოებითი გამოთვლისათვის. დამტკიცებულია აგებული მიახლოებითი ამოხსნების მიმდევრობის კრებადობა ზუსტი ამოხსნისაკენ. კრებადობის სიჩქარე შეფასებულია გარკვეული უტოლობებით.

9. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის აგებულია წრფივი განზოგადებულად ცენტრალური სპლაინური ალგორითმი. გამოკვლევა ეყრდნობა რადონის ოპერატორის ცნობილ სინგულარულ გაშლას იმ შემთხვევისათვის, როცა ეს ოპერატორი მოქმედებს მთელ მრავალგანზომილებიან ევკლიდეს სივრცეზე განსაზღვრულ და გარკვეული წონით ინტეგრებად ფუნქციათა სივრცეში.

10. შესწავლილია ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუირების საკითხი არაკორექტული ამოცანებისათვის განუზღვრელობის (ცდომილების) უარესი დასმის შემთხვევისათვის. მიღებულ შედეგებზე დაყრდნობით გამოკვლეულია კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანა მრავალგანზომილებიანი ევკლიდეს სივრცის ერთეულოვან ბირთვზე განსაზღვრულ და გარკვეული წონით ინტეგრებად ფუნქციათა სივრცეში.

11. არაწრფივი რხევების ერთი განტოლებისათვის განხილულია ამოცანა, რომელიც წარმოადგენს დარბუს ამოცანის არაწრფივ ანალოგს და მოითხოვს რეგულარული ამოხსნისა და მისი განსაზღვრის არის ერთდროულად დადგენას. განხილული ამოცანის ამოხსნადობის პრობლემა მახასიათებელთა მეთოდითაა გადაჭრილი.

12. მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის საწყისი ამოცანის ამოსახსნელად აგებულია სხვაობიან სქემა, დამტკიცებულია თეორემა სქემის კრებადობის შესახებ. აგებული გამოთვლითი ალგორითმის საშუალებით ჩატარებულია კომპიუტერული ექსპერიმენტები ამოცანის განსაზღვრის არეთა დასახასიათებლად სხვადასხვა საწყისი პირობების შემთხვევაში.

13. ნაშრომში დამტკიცებული და გაანალიზებულია უპირობო ბაზისიან ბანახის სივრცეში მწკრივთა უპირობო კრებადობის ზოგიერთი აუცილებელი და საკმარისი პირობა.

14. სტატიაში აღწერილია აკადემიკოს ნიკოლოზ (ნიკო) ვახანიას ცხოვრება და მოღვაწეობა. დახასიათებულია ნ. ვახანიას სამეცნიერო შემოქმედებები და მისი წვლილი ვექტორულ სივრცეებში ალბათობის თეორიის განვითარების საქმეში როგორც საქართველოში, ასევე მის ფარგლებს გარეთაც.
15. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ კომპაქტებზე თანაბარი კრებადობის ტოპოლოგიით აღჭურვილი მეტრიზებული ლოკალურად ამოზნექილი სივრცის დუალური სივრცე მაკის სივრცეა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა საწყის სივრცეს გააჩნია შურის თვისება.
16. სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები ინახავენ ბევრ თვისებას, რომლებიც გააჩნიათ დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს, მაგრამ ისეთი დებულებების სამართლიანობა, როგორცაა დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი და კერძო ჯამების თითქმის ნამდვილად კრებადობა, ძნელად შესასწავლი აღმოჩნდა. როცა შემთხვევითი ელემენტები გაუსისაა, კოვარიაციულ ოპერატორთა თეორიის გამოყენებით გარკვეული შედეგების მიღება გახდა შესაძლებელი.
17. ტურბულენტური გარემოს ფიქსირებულ წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში, სიჩქარის იმპულსი შემთხვევითი სიდიდეა, დროის ინტერვალში სიჩქარის იმპულსების რაოდენობა დამოუკიდებელ-ნაზრდებიანი პროცესია. მიღებულია წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში, სიჩქარის გამომსახველი შემთხვევითი პროცესის სახე, რომელიც წარმოიდგინება ფუნქციონალურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესის წრფივი ფუნქციონალის საშუალებით.
18. ნაშრომში კლასიფიცირებულია მთავარ იდეალთა რგოლებზე განსაზღვრული ლოკალურად ციკლური და კოციკლური მოდულები; ნაპოვნია მოდულის დისტრიბუციულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა, რაც იძლევა საშუალებას მესერული იზომორფიზმების შესწავლისას ვიპოვოთ ციკლური მოდულების ანასახები.
19. ნაშრომში შემუშავებულია სინქრონული იტერაციული მეთოდი არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნისათვის, რომელიც შეიძლება რეალიზებულ იქნეს პარალელური თვლის კომპიუტერზე. შემუშავებულია იტერაციული მეთოდის კრებადობის სინქარე განხილულია მაგალითით.
20. წარმოდგენილი ნაშრომი შეეხება სტრუქტურული მართვის პრობლემას ნებისმიერი ტერიტორიულად განაწილებული დარეზერვებული სისტემებისთვის, რომლებიც შედგება არასაიმედო აღდგენადი კომპონენტებისაგან. შემოთავაზებულია ზემოხსენებულ სისტემებში დეგრადაციისა და მისი კომპენსირების პროცესების ურთიერთქმედების მათემატიკური მოდელები და ჩატარებულია მათი გამოყენებების ნაწილობრივი ანალიზი. ეს მოდელები წარმოადგენს ღია და ჩაკეტილ სპეციალური ტიპის რიგის სისტემებს ორი პარალელური მომსახურების ოპერაციისათვის - ჩანაცვლება და აღდგენა (რემონტი). დასმულია აღნიშნული სისტემების ოპტიმიზაციის ამოცანა ეკონომიკური კრიტერიუმებით. განხილულია მისი ამოხსნის შესაძლო გზები.
21. საინფორმაციო ტექნოლოგიების სწრაფი და ინტენსიური ზრდის პირობებში განსაკუთრებით აქტუალური გახდა საიმედოდ გამართული პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავება პარალელური დაპროგრამების ტექნოლოგიების გამოყენებით. ნაშრომში განხილულია გარკვეული კლასის გამოთვლითი ამოცანებისათვის სპეციალურად შექმნილი პროგრამების ვერიფიკაციის შესაძლებლობა Model checking-ის მეთოდის გამოყენებით პროგრამებში პარალელური განსაკუთრებულობის გათვალისწინებით. აღსანიშნავია, რომ ამ დროს Model checking-ის კრიპკეს სტრუქტურა დებულებებს პარალელური განშტოებების ფორმას. ამიტომ პროგრამის სისწორის დამტკიცება განსხვავდება ტრადიციულისაგან და დაიყვანება არა მარტო ცალკეული განშტოების ვერიფიკაციაზე, არამედ განშტოებების ურთიერთმოქმედების ანალიზზე მათი პარალელური სტრუქტურის გათვალისწინებით.
22. სტატიაში განხილულია პარალელური დაპროგრამების ამოცანები, რომელთა გადაწყვეტი-

სათვის მიზანშეწონილია დაპროგრამების ენა F#-ის გამოყენება. ასეთი პროგრამების ვერიფიკაციისათვის განიხილება კრიპკეს მოდიფიცირებული სქემა პარალელური პროგრამებისთვის.

23. ნაშრომში განხილულია არალოკალური სასაზღვრო-საკონტაქტო ამოცანა მუდმივკოეფიციენტებიანი მეორე რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისთვის. აგებულია დასმული ამოცანის ანალიზური ამონახსნი. ამ ამოცანის რიცხვითი ამონახსნის მოსაძებნად გამოყენებულია სხვაობიანი სქემა, რომელიც ასევე ანალიზურად არის ამოხსნილი. ეს ანალიზური ამონახსნი იძლევა სხვაობიანი სქემის კრებადობის დამტკიცების საშუალებას.

24. ნაშრომში განხილულია სტოქასტური ავტომატების ქცევის კლასიკური სქემა სამი კლასის რეაქციების სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში. მაწარმოებელ ფუნქციათა მეთოდით დადგენილია ამ კლასის ავტომატების მიმდევრობების კრებადობა. ნაჩვენებია, რომ ავტომატების ქცევის მკაცრი და სრული ასიმპტოტური ანალიზის გზა გადის შესაბამისი სტრუქტურის უსასრულო ავტომატების ქცევის გამოკვლევაზე.

25. ქსელური სტრუქტურებით წარმოდგენილი მონაცემებისთვის საჭიროა ასახული იყოს განვითარებული ასოციაციური თვისებები და შესაბამისად, უზრუნველყოფილი უნდა იყოს სხვადასხვა საძიებო ოპერაციების შესრულება, რათა გამოყენებული იყოს თანამედროვე, ეფექტური ძიების მექანიზმები. ერთ-ერთი ასეთი მექანიზმის, კერძოდ „ტალღური ძიების“ მეთოდის გამოყენების შესაძლებლობებია განხილული მოცემულ სტატიაში კლასტერებისთვის. ფუნქციონალური ენებისთვის დამახასიათებელი მაღალი დონის ფუნქციები (ფუნქციონალები) იძლევა საშუალებას მოხდეს ალგორითმის გაპარალელება სხვადასხვა ბირთვზე, რაც მკვეთრად ზრდის ალგორითმის ეფექტურობას.

**II.2. პუბლიკაციები:  
ბ) უცხოეთში**

მონოგრაფიები

№	ავტორი/ავტორები	მონოგრაფიის სათაური	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	V. Tarieladze	Characteristic functionals of probability measures in DS-groups and related topics.	Springer. Journal of Mathematical Sciences, 211, (2), 2015, p.137—296.	160
ანოტაცია				
<p>მონოგრაფიული ტიპის ეს ნაშრომი არის 1989 წელს რუსულ ენაზე დაწერილი და 1990 წელს მოსკოვის სტეკლოვის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტში დაცული სადოქტორო დისერტაციის ინგლისური თარგმანი. ნაშრომი ეძღვნება ალბათური ზომების მახასიათებელი ფუნქციონალების აღწერას DS-ჯგუფებში და მომიჯნავე საკითხებს.</p>				

სტატიები

№	ავტორი/ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის	ჟურნალის/კრებულის	გამოცემის ადგილი,	გვერდების რაოდენობა
---	-----------------	------------------------------------	-------------------	-------------------	---------------------

		დასახელება	ნომერი	გამომცემლობა	
1	ჯ. სანიკიძე, მ. კუბლაშვილი, მ. მირიანაშვილი	К вопросу применения узлов Чебышева в квадратурных формулах для сингулярных интегралов с ядром Коши и весовыми функциями Якоби. Сборник статей IX Международной научно-технической конференции	კონფერენციის შრომები, გვ. 62-66	რუსეთი, პენზის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა	5
2	ჯ. სანიკიძე, კ. კუბლაშვილი, მ. კუბლაშვილი, შ. ხუბეუთი	О некоторых квадратурных формулах для сингулярных интегралов с дискретными особенностями. Труды XVII Международного Симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики»	კონფერენციის შრომები, გვ. 220-222	უკრაინა, ხარკოვის ეროვნული უნივერსიტეტის გამომცემლობა	3
3	R. Bitsadze, M. Menteshashvili	On a variant of a nonlocal problem for a quasilinear equation with rectilinear characteristics. Journal of Math. Sciences.	August 2015, Volume 208, Issue 6, p. 655-660.	Springer	6
4	M. Menteshashvili	The nonlinear cauchy problem with solutions defined in domains with gaps. Journal of Math. Sciences.	2015, Volume 206, Issue 4, p. 413-423.	Springer	11
5	R. Bitsadze, M. Menteshashvili	On one nonlinear variant of the nonlocal characteristic problem. Journal of Math. Sciences.	2015, Volume 206, Issue 4, p. 406-412	Springer	6
6	G. Baghaturia	Some non-linear versions of hyperbolic problems for one quasi-linear equation of mixed type. Journal of Math. Sciences.	v. 208, Issue 6 , August 2015	Springer	13
7	G. Baghaturia and M. Menteshashvili	Numerical algorithms for a solution of quasi-linear second order partial differential equation of mixed type. Proc. 10 <sup>th</sup> Int. Conf. Comp. Sci. Inf. Tech. (CSIT'2015), Sep. 28 – Oct. 2, 2015. <a href="https://csit.am/2015/schedule">https://csit.am/2015/schedule</a> .	CSIT'2015, September 28 – October 2, 2015, Proceedings, p. 267-268	Yerevan, Armenia	2

		hp			
8	V. Kvaratskhelia, A. Figula	Some numerical characteristics of Sylvester and Hadamard matrices. Publ. Math. Debrecen.	86/1-2, 2015, p. 149-168	Debrecen, Hungary	10
9	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili	Some properties of Hadamard matrices. Proceedings of 10th Int. Conf. Comp. Scie. Inf. Techn. (CSIT-2015), September 28 – October 2, 2015, Yerevan, Armenia.	Proceedings, p. 71-72	Yerevan, Armenia.	3
10	B. Mamporia	Stochastic differential equations driven by the Wiener process in a Banach space, existence and uniqueness of the generalized solutions. Pure and Appl. Math. Jour.	4(3), 2015 Published online June 10, 2015 <a href="http://article.sciencepublishinggroup.com/pdf/10.11648.j.pamj.20150403.22.pdf">http://article.sciencepublishinggroup.com/pdf/10.11648.j.pamj.20150403.22.pdf</a>	Science Publishing Group. 548 Fashion Avenue, New York, NY 10018, U.S.A.	6
11	B. Mamporia	The Ito formula for the Ito processes driven by the Wiener process in a Banach space. Pure and Appl. Math. Jour.	4(4), 2015 Published online August 7, 2015 <a href="http://article.sciencepublishinggroup.com/pdf/10.11648.j.pamj.20150404.15.pdf">http://article.sciencepublishinggroup.com/pdf/10.11648.j.pamj.20150404.15.pdf</a>	Science Publishing Group. 548 Fashion Avenue, New York, NY 10018, U.S.A.	8
12	D. Dikranjan, E. Martin-Peinador, V. Tarieladze	Countable powers of compact abelian groups in the uniform topology and cardinality of their dual groups. Journal Math. Sci.	vol. 211, No.1, November, 2015, DOI 10.1007/s 10958--015 p. 127-135	Springer	9
13	D. Gordeziani, T. Davitashvili, H. Meladze	Numerical Solution of Nonlocal Contact Problems for Elliptic Equations. Proceedings of 10th Int. Conf. on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2015), September 28 – October 2, 2015. <a href="https://csit.am/2015/schedule.php">https://csit.am/2015/schedule.php</a>	Proceedings CSIT'2015, September 28 – October 2, 2015, pp.273-276	Yerevan, Armenia	4
14	В. Ш. Беридзе, Д. Ш. Девадзе, Г. В. Меладзе	Задача оптимального управления для квазилинейных дифференциальных уравнений с краевыми	том 5, №1, 2015, стр. 88-93	Труды НИИСИ РАН, г. Москва	6

		условиями Бицадзе-Самарского. "Математические исследования, методы вычислений и вопросы программирования"			
15	Н. Арчвадзе, М. Пховелишвили, Л. Шецирули	Шаблоны для Haskell функций с бесконечными рекурсивными типами аргументов. Proceedings, SAIT 2015. <a href="http://sait.kpi.ua/media/filer_public/f8/7e/f87e3b7b-b254-407f-8a58-2d810d23a2e5/sait2015ebook.pdf">http://sait.kpi.ua/media/filer_public/f8/7e/f87e3b7b-b254-407f-8a58-2d810d23a2e5/sait2015ebook.pdf</a>	Proceedings of the System Analysis and Information Technologies 17-th International Conference SAIT June 22-25, 2015, p.222-225.	Kyiv, Ukraine	4

ანოტაციები

- ჩებიშევის წონითი ფუნქციების შემცველი სინგულარული ინტეგრალებისათვის შესწავლილია შესაბამისი ორთოგონალური პოლინომების ნულებით აგებული კვადრატურული ჯამებით მიახლოების საკითხები. მნიშვნელოვანი ყურადღება ამ მიმართებით ენიჭება კრებადობის სისწრაფის საკითხებს.
- აგებული და გარკვეული მიმართულებით შესწავლილია მარკოვის ტიპის კვადრატურული ფორმულები კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციისათვის. კერძოდ, ნანგენებია მათი გამოყენების შესაძლებლობა აბსცისთა ნებისმიერი რიცხვის შემთხვევაში.
- წრფივმახასიათებლებიანი კვაზიწრფივი შერეული ტიპის მეორე რიგის განტოლებისათვის შესწავლილია გურსას არალოკალური ამოცანის ერთი ვარიანტი. დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები.
- შესწავლილია კოშისა და შექცეული ამოცანები პარაბოლურად გადაგვარებადი მეორე რიგის კვაზიწრფივი განტოლებისათვის შეკრულ კონტურზე. დამტკიცებულია განხილული ამოცანების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები. დადგენილია საკმარისი პირობები, როდესაც კოშის ამოცანის ამოხსნის განსაზღვრის არეში ჩნდება ამონახსნის არარსებობის ქვეარეები.
- განხილულია დარბუს ტიპის არალოკალური ამოცანა კვაზიწრფივი მეორე რიგის შერეული ტიპის განტოლებისათვის. დამტკიცებულია თეორემები ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ.
- განხილულია კოშის ამოცანის არაწრფივი ვარიანტები მეორე რიგის პარაბოლურად გადაგვარებადი კერძოწარმოებულებიანი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის. დადგენილია ამოხსნის არარსებობის პირობები. მეორე მხრივ აგებულია ამოცანის ინტეგრალი ამ პირობების დარღვევის შემთხვევაში. რამდენიმე კონკრეტულ შემთხვევაში აგებულია ამოცანის ამოხსნა ცხადი სახით. ყველა განხილული ამოცანის შემთხვევაში აღწერილია ამოცანის ამოხსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურები. ასევე გამოკვლეულია გურსას მახასიათებელი ამოცანის რამდენიმე არაწრფივი ვარიანტი. აგებულია ამოცანების ამოხსნები ცხადი სახით და დახასიათებულია ამოხსნების განსაზღვრის არეები. ამ ამოცანებს შორის განსაკუთრებულ ინტერესს წარმოადგენს ამოცანა თავისუფალი საზღვრით, რომელიც მახასიათებელი ინვარიანტების გამოყენებით არის ამოხსნილი.
- მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური განტოლებისათვის საწყისი ამოცანის ამონახსნელად აგებულია სხვაობიან სქემა, დამტკიცებულია თეორემა სქემის კრებადობის შესახებ. აგებული გამოთვლითი ალგორითმის საშუალებით ჩატარებულია კომპიუტერული ექსპერიმენ-

ტები ამოცანის განსაზღვრის არეთა დასახასიათებლად სხვადასხვა საწყისი პირობების შემთხვევაში.

8. ნაშრომში შემოტანილია სილვესტრის (უოლშის) და ადამარის მატრიცების რიცხვითი მახასიათებლები და მიღებულია მათი ზედა და ქვედა შეფასებები. განხილულია მათი ზოგიერთი გამოყენება. მიღებული შედეგები საინტერესოა აღნიშნული მატრიცების თვისებების როგორც შემდგომი შესწავლის, ასევე ამ მატრიცების გამოყენებათა საზღვრების გაფართოების თვალსაზრისითაც. მიღებული შედეგების ერთ-ერთი გამოყენება ძვეს კარგად ცნობილი, დვორეცკი-როჯერსის თეორემის მიმართულებით, რომელიც ყოველ უსასრულო განზომილებიან ნორმირებულ სივრცეში ამტკიცებს ისეთი უპირობოდ კრებადი მწკრივის არსებობას, რომელიც არ იკრიბება აბსოლუტურად. ეს თეორემა არ უთითებს ასეთი მწკრივის აგების გზას, ის მხოლოდ მის არსებობას ამტკიცებს. აღმოჩნდა, რომ ნაშრომში დამტკიცებული შეფასებები კლასიკური ბანახის სივრცეების შემთხვევაში იძლევა ასეთი მწკრივების აგების შესაძლებლობას.

9. ნაშრომში განხილულია ადამარის და სილვესტრის მატრიცები, შესწავლილია მათი ზოგიერთი თვისება და მიღებულია ამ მატრიცების ერთ-ერთი რიცხვითი მახასიათებლის შეფასებები.

10. მიღებულია სტოქასტური დიფერენციალური განზოგადოებული ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკმარისი პირობები იმ შემთხვევისთვის, როცა განტოლებაში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ოპერატორულ-მნიშვნელობიანი არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში.

11. დამტკიცებულია იტოს ფორმულა იმ შემთხვევისთვის, როცა იტოს პროცესში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ოპერატორულ-მნიშვნელობიანი არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში.

12. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ თანაბარი ტოპოლოგიით აღჭურვილი აბელის არატრივიალური კომპაქტური ჯგუფის თვლადი ხარისხი ტოპოლოგიური ჯგუფია, რომლის დუალური ჯგუფის სიმძლავრე კონტინუუმის სიმძლავრეზე ნაკლები არაა.

13. ნაშრომში დასმულია არალოკალური სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა ორგანზომილებიან არეში პუასონის განტოლებისათვის და ჩატარებულია ანალიზი. ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის მიზნით აგებულია იტერაციული პროცედურა, რომელიც საშუალებას იძლევა საწყისი ამოცანის ამოხსნა დაყვანილ იქნეს დირიხლეს ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნაზე. ალგორითმი ხელსაყრელია პარალელური გამოთვლებისათვის. განხილულია კონკრეტული მაგალითი და ამოხსნილია Wolfram Mathematica-ის დახმარებით. მოყვანილია რიცხვითი გათვლების შედეგები.

14. ოპტიმალური მართვის თეორიის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ამოცანაა განაწილებული სისტემების მართვა. ამ ნაშრომში განხილულია ბიჭაძე-სამარსკის არალოკალური სასაზღვრო ამოცანა პირველი რიგის კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის სიბრტყეზე. დამტკიცებულია თეორემა განზოგადებული ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ სივრცეში. წრფივი სასაზღვრო ამოცანისათვის დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა სივრცეში და მიღებულია აპრიორული შეფასება. დასმულია ოპტიმალური მართვის ამოცანა პირველი რიგის კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის ოპტიმალობის ინტეგრალური კრიტერიუმით. მიღებულია ოპტიმალობის აუცილებელი პირობები პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპის ფორმით. ოპტიმალური მართვის წრფივი ამოცანისათვის დამტკიცებულია თეორემა ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობის შესახებ. ჰელმჰოლცის განტოლებისათვის განხილულია ოპტიმალური მართვის ამოცანა ბიჭაძე-სამარსკის სასაზღვრო პირობებით. მოყვანილია თეორემა ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობის შესახებ. წარმოდგენილია ოპტიმალური მართვის ამოცანების ამოხსნის ალგორითმი Mathcad-ის საშუალებით.

15. პროგრამირების ფუნქციონალურ პარადიგმაში მონაცემთა სტრუქტურის ასაგებად გამოყენებული მეთოდები საშუალებას იძლევა პარალელურად შეიქმნას განზოგადებული ფორმები – ტიპური ფუნქციის შაბლონები ამ სტრუქტურების დასამუშავებლად. ასეთი შაბლონების ზოგადი სახე რჩება უცვლელი, იცვლება მხოლოდ შინაარსი, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ ფუნქციასთან. ენა Haskell-ის სტანდარტულ მოდულში განსაზღვრულია ფუნქციის შაბლონები სიების დასამუშავებლად მხოლოდ კუდური რეკურსიის ტიპის ფუნქციებისთვის. მოცემულ ნაშრომში განიხილება მონაცემთა უსასრულო სტრუქტურების შაბლონების აგება Haskell-ის მაგალითზე. მონაცემთა უსასრულო სტრუქტურები შეიძლება განისაზღვროს უსასრულო სიების ბაზაზე, ასევე შეიძლება გამოყენებული იყოს რეკურსიის მექანიზმი. მონაცემთა უსასრულო სტრუქტურების შექმნის მესამე საშუალება, რომელიც ჩვენი ინტერესის საგანია, მდგომარეობს უსასრულო ტიპების გამოყენებაში, რომელიც data ოპერატორით ხორციელდება. მაგალითისთვის განხილულია ორობითი ხის წარმოდგენის უსასრულო ტიპი და მასთან სამუშაოდ სამი სხვადასხვა სახის ფუნქცია, რომელთათვისაც შედგენილია განზოგადებული ფორმები – ფუნქციათა შაბლონები.

### III. 1. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

#### ა) საქართველოში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მომხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	ჯ. სანიკიძე, კ. ნინიძე	On discrete Type Computational Schemes with Higher Accuracy for the Numerical Solution of Some Classes of the Singular Integral Equations.	International Conference on Computer Science and Applied Mathematics, Tbilisi, 21-23 March, 2015.
2	ჯ. სანიკიძე, კ. კუბატაძე	მაღალი ალგებრული სიზუსტის კვადრატურული ფორმულები კომპიუტერული სინგულარული ინტეგრაციებისათვის და მათი ზოგიერთი გამოყენება.	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის VI საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, საქართველო, 12-16 ივლისი, 2015.
3	მ. ზაქრაძე, ზ. სანიკიძე, მ. კუბლაშვილი	ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა დიფუზიური პროცესების კომპიუტერული მოდელირების გამოყენებით.	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირის VI საერთაშორისო კონფერენცია, ბათუმი, საქართველო, 12-16 ივლისი, 2015.
4	R. Bitsadze and M. Menteshashvili	On the nonlinear analogue of the Darboux problem. Book of abstracts, p. 73.	VI Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, July 12-16, 2015. <a href="http://www.gmu.ge/Batumi2015/">http://www.gmu.ge/Batumi2015/</a>
5	Дж. Гиоргобиани, Н. Цискаришвили, М. Начкебия	Модели плоских задач оптимального поиска объектов. Proceedings, pp. 465 – 468.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/">http://ict-mc.gtu.ge/</a>
6	M. Nikoleishvili, V. Tarieladze	A practical application of an integer-valued optimization problem. Proceedings, pp. 405 – 406.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi,

			Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/">http://ict-mc.gtu.ge/</a>
7	D. Ugulava, D. Zarnadze	The least squares method for harmonic oscillator operator in Schwartz space. Proceedings, pp. 255 – 261.	Intern. Conf. on Comp. science and Appl. Math., Tbilisi, 2015. <a href="http://ticcsam.sou.edu.ge/">http://ticcsam.sou.edu.ge/</a> პროგრამა: <a href="http://ticcsam.sou.edu.ge/programlast.pdf">http://ticcsam.sou.edu.ge/programlast.pdf</a>
8	D. Ugulava, D. Zarnadze	On a new mathematical model of computerized tomography. Proceedings, pp. 433 – 435.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/">http://ict-mc.gtu.ge/</a>
9	G. Baghaturia and M. Menteshashvili	The Numerical Algorithm for the Quasi-linear Differential Equation of Mixed Type. Proceedings, pp. 402 – 404.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/">http://ict-mc.gtu.ge/</a>
10	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia,	Some properties of Hadamard matrices. Proceedings, p. 377-379.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
11	V. Tarieladze	Plenary talk: Covariance operators before and after N. Vakhania.	VI International Conference of the Georgian Mathematical Union, July 12-15, 2015, Batumi, Georgia.
12	V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze	Two conditions related with unconditional convergence of series in Banach spaces .	VI International Conference of the Georgian Mathematical Union, July 12-15, 2015, Batumi, Georgia
13	V. Tarieladze	Some probabilistic results of N. Vakhania.	Int. Conf. Probability Theory and Statistics, September 7-12, 2015, Tbilisi, Georgia.
14	B. Mamporia	The problem of decomposability in development of the stochastic differential equations in a Banach space.	საერთაშორისო კონფერენცია ალბათობის თეორიასა და სტატისტიკაში. 7-12 სექტემბერი, 2015, თბილისი.
15	ბ. მამფორია	დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცესები ტურბულენტობაში. Proceedings, p. 486-488.	Int. Sci. Conf. devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
16	T. Davitashvili, H. Meladze	On some parallel algorithms for numerical solving of multidimensional linear problems of mathematical physics. <a href="http://conference.ens-2015.tsu.ge/lecture/view/229">http://conference.ens-2015.tsu.ge/lecture/view/229</a>	Third scientific conference in Exact and Natural Sciences ENS-2015, TSU, February 2-7, 2015.

17	D. Gordeziani, T. Davitashvili, H. Meladze	Nonlocal contact problems for two dimensional stationary equations of mathematical physics. Book of abstracts, p.99.	VI Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, July 12-16, 2015. <a href="http://www.gmu.ge/Batumi2015/">http://www.gmu.ge/Batumi2015/</a>
18	D. Gordeziani, T. Davitashvili, H. Meladze	On one nonlocal contact problem for Poisson's equation in rectangular area. <a href="https://www.tsu.ge/ge/faculties/science/eak_dsnkqff5mxdg/">https://www.tsu.ge/ge/faculties/science/eak_dsnkqff5mxdg/</a>	Second Tbilisi-Salerno Workshop on Modeling in Mathematics, Tbilisi, March 16-18, 2015.
19	T. Davitashvili, H. Meladze, I. Meladze	On one generalization of contact problem for Poisson's equation in rectangular area. Poster session <a href="http://sdsu-georgia.stem.2015.tsu.ge/en/">http://sdsu-georgia.stem.2015.tsu.ge/en/</a> , პროგრამა: <a href="https://www.tsu.ge/data/file_db/faculty_zust_sabunebismetk/TOTAL-final-2.pdf">https://www.tsu.ge/data/file_db/faculty_zust_sabunebismetk/TOTAL-final-2.pdf</a>	The First SDSU – Georgia STEM Workshop on Nanotechnology and Environmental Sciences, Tbilisi, Georgia, Sep. 4-6, 2015.
20	Т. Д. Давиташвили, Г. В. Меладзе	О некоторых алгоритмах решения систем нелинейных алгебраических уравнений на вычислительных системах с параллельными процессорами. Proceedings, pp.55-60.	The International Scientific Conference devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
21	A. Prangishvili, H. Meladze, R. Kakubava	Queuing Models for Large-Scale Technical Systems' Structural Control. Proceedings, pp.131-135.	The International Scientific Conference devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
22	პ. მელაძე, მ. ფხოველიშვილი, ბ. ცერცვაძე	პარალელური პროგრამების ვერიფიკაცია კლასტერების გამოყენებით. კონფერენციის შრომები, გვ. 558-559.	აკადემიკოს ივერი ფრანგიშვილის დაბადების 85-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია “საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა – 2015 (სკტ-მმ 2015)”, 3-5 ნოემბერი, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
23	Г. Церцвадзе, Т. Хведелидзе	Исследование поведения одного класса стохастических автоматов в тернарной стационарной случайной среде. Proceedings, pp.456-460.	The International Scientific Conference devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili «Information and Computer Technologies, Modelling, Control», Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
24	ბ. არჩვაძე,	პარალელური პროგრამების	აკადემიკოს ი. ფრანგიშვილის დაბა-

მ. ფხოველიშვილი	ვერიფიკაციის საკითხები ფუნქციონალური ენებისთვის კრიპკეს სქემების გამოყენებით.  კონფერენციის შრომები, გვ. 545-547.	დების 85-ე წლისთავისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია “საინფორმაციო და კომპიუტერული ტექნოლოგიები, მოდელირება, მართვა – 2015 (სკტ-მმ 2015)”, 3-5 ნოემბერი, 2015. თბილისი, საქართველო. <a href="http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf">http://ict-mc.gtu.ge/conference.pdf</a>
25 M. Pkhovelishvili, N. Archvadze	Usage of fast search algorithm in data in clusters.	IV-th Scientific-Practical Conference Problems of Business Development in the global Economy. Tbilisi, Georgia.

მოსხენებათა ანოტაციები

1. აგებული და შესწავლილია სინგულარული ინტეგრალებისათვის ჩებიშევის ტოლკოეფიციენტებიანი კვადრატურული ფორმულების შესაბამისი ანალოგები, მათი სიზუსტის შეფასებით აბსცისთა გარკვეული რიცხვისათვის.
2. კოშის ტიპის სინგულარობის მქონე ინტეგრალებისათვის განიხილება კვადრატურული ფორმულები, რომელთაც საინტერპოლაციოზე უფრო მაღალი რიგის სიზუსტე გააჩნიათ. შეისწავლება მათი გამოყენების საკითხები ჰარმონიულ ფუნქციათა და დრეკადობის თეორიის სხვადასხვა ამოცანებში.
3. განხილულია ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანის რიცხვით ამოხსნასთან დაკავშირებული საკითხები. კერძოდ, დადგენილია აღნიშნული ამოცანების კავშირი გარკვეულ დიფუზიურ პროცესებთან. ამ პროცესების კომპიუტერული მოდელირების საფუძველზე დამუშავებულია სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნის მეთოდი. ნაჩვენებია გამოყენებული მეთოდის ეფექტურობა როგორც შიდა, ისე გარე ორ და სამგანზომილებიანი ამოცანებისათვის. მოყვანილია კონკრეტული მაგალითები სხვადასხვა კონფიგურაციის არეებისათვის.
4. არაწრფივი რხევების ერთი განტოლებისათვის განხილულია ამოცანა, რომელიც წარმოადგენს დარბუს ამოცანის არაწრფივ ანალოგს და მოითხოვს რეგულარული ამოხსნისა და მისი განსაზღვრის არის ერთდროულად დადგენას. ამოცანის ამოხსნადობის პრობლემა მახასიათებელთა მეთოდითაა გადაჭრილი.
- 5 – 9. მოხსენებების [5 – 9] შესაბამისი ანოტაციები იხილეთ პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [6 – 9, 12].
10. მოხსენება ძირითადად ეყრდნობოდა ერევანში, მიმდინარე წლის სექტემბერში გამართულ საერთაშორისო კონფერენციაზე (CSIT-2015) გაკეთებულ მოხსენებას და მიზნად ისახავდა ავტორების მიერ მიღებული შედეგების შემდგომ პოპულარიზაციას (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა უცხოეთში [4]).
11. მოხსენება მიეძღვნა აკადემიკოს ნიკოლოზ (ნიკო) ვახანიას დაბადებიდან 85-ე წლისთავს და მის მიერ შემოღებული კოვარიაციული ოპერატორის ზოგად ცნებას.
12. მოხსენება მიეძღვნა სტატია [13]-ში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში) მიღებულ შედეგებს.
13. მოხსენება მიეძღვნა აკადემიკოს ნიკოლოზ (ნიკო) ვახანიას დაბადებიდან 85-ე წლისთავს და მის მიერ მიღებულ ზოგიერთ ალბათურ შედეგს.
14. ტრადიციული მეთოდებით ბანახის სივრცეში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლისას ძირითად პრობლემებს იტოს სტოქასტური ინტეგრალის აგება და ამონახსნის საპოვნელად საჭირო მიმდევრობით მიახლოებით პროცესში საჭირო კრებადობის მიღება წარმოადგენს. ამ მიმართულებით მიღებულია შედეგები ბანახის ე.წ. UMD სივრცეების შემთხვევაში. ეს კლასი რეფლექსური სივრცეების ვიწრო ქვეკლასია. გამოყენებული მეთოდი ემყარება განზოგადებული შემთხვევითი ელემენტის ცნებას, სტოქასტური ინტეგრალის და

განზოგადებული ამონახსნის, როგორც განზოგადებული შემთხვევითი ელემენტის არსებობის დამტკიცებას და ჩვეულებრივი ამონახსნის არსებობის პრობლემის დაყვანას განზოგადებული შემთხვევითი ელემენტის წარმოდგენადობის კარგად ცნობილ ამოცანაზე.

15. იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატია [17].

16. მრავალგანზომილებიანი კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნის პარალელური ალგორითმების აგებისას ერთერთ უმნიშვნელოვანეს მიდგომას წარმოადგენს დეკომპოზიციის მეთოდების გამოყენება. ამ მეთოდების ქვეშ იგულისხმება როგორც საწყისი ამოცანის ოპერატორის დეკომპოზიცია, აგრეთვე ოპერატორის განსაზღვრის არის დეკომპოზიცია. მოხსენების მიზანია მათემატიკური ფიზიკის მრავალგანზომილებიანი წრფივი სტაციონარული და არასტაციონარული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის გარკვეული ტიპის დეკომპოზიციის მეთოდების (ადიტიური სქემები, ფაქტო რიზებული სქემები) გამოკვლევა. ამ მეთოდების საფუძველზე აგებულია განხილული ამოცანების რიცხვითი ამონახსნის მოძებნის პარალელური ალგორითმები.

17. არალოკალური ამოცანები წარმოადგენს მათემატიკური ფიზიკის კლასიკური ამოცანების საკმაოდ საინტერესო განზოგადოებას, ამასთან ისინი ბუნებრივად დაისმება რეალური პროცესებისა და მოვლენების მათემატიკური მოდელების აგების დროს. წარმოდგენილ ნაშრომში დასმულია და ამოხსნილია არალოკალური სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა მეორე რიგის წრფივი ელიფსური ტიპის განტოლებებისათვის ორგანზომილებიან არეში. დამტკიცებულია ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. აგებულია იტერაციული პროცედურა, რომელიც საშუალებას იძლევა საწყისი ამოცანის ამოხსნა დაყვანილ იქნეს დირიხლეს ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნაზე. ნაშრომში მოყვანილია რიცხვითი გათვლების შედეგები ორგანზომილებიანი პუასონის განტოლებისათვის დასმული არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის შემთხვევაში.

18. მოხსენებაში განხილულია არალოკალური სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა ელიფსური ტიპის განტოლებისათვის დირიხლეს ამოცანის შემთხვევაში. დამტკიცებულია ამოცანის ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა. განხილულია აგრეთვე ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის სხვაობიანი მეთოდები, რომლებიც შესაძლებელია გამოყენებული იქნას პარალელური გამოთვლებისათვის.

19. მოხსენებაში განხილულია მართკუთხა არეში არალოკალური სასაზღვრო საკონტაქტო ამოცანა პუასონის განტოლებისათვის, როდესაც არალოკალური პირობები დასმულია სასრული რაოდენობის მონაკვეთებზე. დამტკიცებულია ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა. მოყვანილია რიცხვითი გათვლების შედეგები.

20 – 25. იხილეთ პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [19 – 22, 25, 25].

### ბ)უცხოეთში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მომხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	ჯ. სანიკიძე, მ. კუბლაშვილი, მ. მირიანაშვილი	К вопросу применения узлов Чебышева в квадратурных формулах для сингулярных интегралов с ядром Коши и весовыми функциями Якоби.	IX Международная научно-техническая конференция “Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем”. Пенза(Россия), 20-22 мая, 2015.
2	ჯ. სანიკიძე, კ. კუპატაძე, მ. კუბლაშვილი,	О некоторых квадратурных формулах для сингулярных интегралов с дискретными	XVII Международный Симпозиум «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». Харьков-Сумы

	შ. ხუბეჯთი	особенностями.	(Украина), 8-13 июня, 2015.
3	G. Baghaturia and M. Menteshashvili	Numerical algorithms for a solution of quasi-linear second order partial differential equation of mixed type. Proceedings, pp. 267-268.	International Conference "Computer science and information technologies" Yerevan, Armenia, 2015. <a href="https://csit.am/2015/">https://csit.am/2015/</a>
4	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili	Some properties of Hadamard matrices. Proceedings, p. 71-72.	10th Int. Conf. Comp. Scie. Inf. Techn. (CSIT-2015), September 28 – October 2, 2015, Yerevan, Armenia.
5	V. Tarieladze	Plenary talk: Probabilities and Topologies in Infinite-Dimensional Spaces before and after D. Mushtari.	XII International Kazan Summer School-Conference "Theory of Functions, its applications and related matters" . June 27–July 04, 2015, Kazan, Russian Federation.
6	V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili	On a functional inequality.	Workshop: Lie Groups, Differential Equations and Geometry, FP7- People – IRSES. July 31, 2015, Università degli Studi di Palermo, Dipartimento di Informatica e Matematica, Italy.
7	V. Tarieladze	Compatible locally convex topologies for topological vector groups.	4Th International Workshop on Topological Groups. Complutense University of Madrid, Spain, December 3-4, 2015.
8	A. Lashkhi	On Lie algebras with many nilpotent subalgebras.	Workshop: Lie groups, differential equations and geometry. FP7- People – IRSES. 16 – 17 February, 2015, Ostrava University (Czech republic).
9	A. Lashkhi	Geometry of classical groups over rings.	Workshop: Lie groups, differential equations and geometry. FP7- People – IRSES. 16 – 17 February, 2015, Ostrava University (Czech republic).
10	D. Gordeziani, T. Davitashvili, H. Meladze	Numerical Solution of Nonlocal Contact Problems for Elliptic Equations, Proceedings, p.273-276 <a href="https://csit.am/2015/schedule.php">https://csit.am/2015/schedule.php</a> ,	10th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2015), September 28 – October 2, 2015, Yerevan, Armenia.
11	Н. Арчвадзе, М. Пховелишвили, Л. Шецирули	Шаблоны для Haskell функций с бесконечными рекурсивными типами аргументов. Proceedings, p.222-225. <a href="http://sait.kpi.ua/media/filer_public/f8/7e/f87e3b7b-b254-407f-8a58-2d810d23a2e5/sait2015ebook.pdf">http://sait.kpi.ua/media/filer_public/f8/7e/f87e3b7b-b254-407f-8a58-2d810d23a2e5/sait2015ebook.pdf</a>	17-th International Conference "System Analysis and Information Technologies"(SAIT 2015), June 22-25, 2015, Kiev, Ukraine.

მოსხენებათა ანოტაციები

1. ჩებიშევის წონითი ფუნქციების შემცველი სინგულარული ინტეგრალებისათვის შესწავლილია შესაბამისი ორთოგონალური პოლინომების ნულებით აგებული კვადრატული ჯამებით მიახლოების საკითხები. მნიშვნელოვანი ყურადღება ამ მიმართებით ენიჭება კრებადობის სისწრაფის საკითხებს.

2. აგებული და გარკვეული მიმართულებით შესწავლილია მარკოვის ტიპის კვადრატული ფორმულები კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციისათვის. კერძოდ, ნაჩ-

- ვენებია მათი გამოყენების შესაძლებლობა აბსცისთა ნებისმიერი რიცხვის შემთხვევაში.
3. იხილეთ პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატია [7].
  4. მოხსენება ეძღვნება ადამარის და სილვესტრის მატრიცების ერთი კონკრეტული რიცხვითი მახასიათებლის შეფასებებს.
  5. მოხსენება მიეძღვნა ყაზანელი მათემატიკოსის, დანიარ მუშტარის დაბადებიდან 70-ე წლისთავს.
  6. მოხსენება გაკეთდა პალერმოს უნივერსიტეტში, მათემატიკისა და ინფორმატიკის დეპარტამენტის მიერ მიმდინარე წლის 31 აგვისტოს ორგანიზებულ ვორკშოპზე "Lie Groups, Differential Equations and Geometry" და ეხებოდა ინტეგრებადი ფუნქციების სხვადასხვა მომენტებს შორის კავშირს.
  7. მოხსენება მიეძღვნა ტოპოლოგიურ ვექტორულ ჯგუფებში მაკი-არენს-კენდეროვის ტიპის თეორემებს.
  8. კლასიფიცირებულია ლის ალგებრები მთავარ იდეალთა რგოლებზე, რომელთა ყველა საკუთარი ქვეალგებრა ნილპოტენტურია, ხოლო თვით ალგებრა არ არის ნილპოტენტურია.
  9. მოხსენებაში გადმოცემულია შედეგები გეომეტრიული ალგებრის ძირითადი თეორემების სამართლიანობის შესახებ, კერძოდ პროექციული და აფინური გეომეტრიების წრფივ ალგებრასთან იდენტურობის საკითხები (ე. დიედონეს მონოგრაფიის შესაბამისად).
  - 10 – 11. იხილეთ პუბლიკაციები საზღვარგარეთ, სტატიები [13, 15].

**IV. 2. საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტისა და გრანტების გარეშე შესრულებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები**

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები	დაფინანსების წყარო (ადგილობრივი გრანტი, უცხოური გრანტი)
1	Lie groups, differential equations and geometry. მათემატიკა; ლის ჯგუფები, დიფერენციალური განტოლებები, გეომეტრია.	პროექტის დირექტორი ლ. კოზმა, (დებრეცენი, უნგრეთი). პროექტის კოორდინატორი სტუ-ს მხრიდან პროფ. ა. ლაშხი	ა. ლაშხი, ვ. კვარაცხელია, მ. მენტეშაშვილი	ევროკომისია, Marie Curie International Research Staff Exchange Scheme, (FP7- People – IRSES). 2013-2015.
2	“Modernization of Mathematics and Statistics curricula for Engineering and Natural Sciences studies in Georgian and Armenian Universities by introducing modern educational technologies (MATH-GeAr)”.	Coordinator: University of Saarland, Germany	გ. გიორგობიანი, ი. ჩოგოვაძე	ევროკომისია, TEMPUS IV-6. 2013-2016. <a href="http://www.mathgear.eu/">http://www.mathgear.eu/</a>
3	Developing tools for lifelong learning in Transcaucasus region: e-Learning (ARMAZEG)	Coordinator: Katholieke Universiteit Leuven / KU Leuven	პ. მელაძე	ევროკომისია, 544605-TEMPUS-1-2013-1-BE-TEMPUS-JPHES, 2013-2016.

			<a href="http://www.eden-online.org/node/923/">http://www.eden-online.org/node/923/</a>
<b>გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები</b>			
<p>1. პროექტის ფარგლებში ა. ლაშხი იმყოფებოდა მივლინებით ჩეხეთში (ოსტრავას უნივერსიტეტი), სადაც გააკეთა 2 მოხსენება უნივერსიტეტის ალგებრის და გეომეტრიის სემინარებზე; გ. კვარაცხელია და მ. მენთეშაშვილი იმყოფებოდნენ მივლინებით იტალიაში (პალერმოს უნივერსიტეტი) და უნგრეთში (დებრეცენის უნივერსიტეტი), სადაც გააკეთეს მოხსენება და მოამზადეს 2 სტატია (იხ. სტატია უცხოეთში [8]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში, მოხსენებები [6, 8, 9]; გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [4]).</p> <p>2. პროექტის ერთერთი კომპონენტია საქართველოს (და სომხეთის) უნივერსიტეტებში, საინჟინრო ფაკულტეტებზე, მათემატიკის ელექტრონული სასწავლო პროგრამის “Math-Bridge” დანერგვა. საანგარიშო წელს მიმდინარეობდა ამ პროგრამის შესწავლა შემდგომში მისი ქართული ვარიანტის შექმნის მიზნით. აგრეთვე მომზადების პროცესშია ქართული მათემატიკური პორტალი.</p> <p>3. 2015 წელს მიმდინარეობდა ელექტრონული სწავლების მეთოდების გაცნობა, მათი პროგრამული შინაარსის შესწავლა, სწავლების ცენტრების სტრატეგიის შემუშავება და დახვეწა.</p>			

### დამატებითი ინფორმაცია

#### გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები:

1. Д. Курдгелайдзе. Ветвящиеся решения нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка физики, часть 3. GESJ: Physics (გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად).
2. Д. Курдгелайдзе. Ветвящиеся решения нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка физики, часть 4. GESJ: Physics (გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად).
3. З. Хухунашвили. Алгебра-геометрическая теория динамики процессов (მონოგრაფია, 250 გვ., მომზადების პროცესში).
4. A. Figula and M. Menteshashvili. On the geometry of the domain of the solution of nonlinear Cauchy problem. Journal of Mathematical Sciences, Springer (იბეჭდება).
5. Д. Угулава. Суммирование рядов Фурье почти-периодических функций на локально компактных Абелевых группах. Известия ВУЗ, Математика (იბეჭდება).
6. დ. ზარნაძე და დ. უგულავა. Линейные центральные сплайновые алгоритмы, их обобщения и применения (მონოგრაფია, მომზადების პროცესში).
7. S. Chobanyan, S. Levental. The transference inequality in rearrangements of orthogonal series. Georgian Math. Journal (მომზადებულია დასაბეჭდად).
8. G. Chelidze, G. Giorgobiani, V. Tarieladze. Complex and Quaternion Universal Series. Journal of Mathematical Sciences, Springer (იბეჭდება).
9. S. Chobanyan, S. Levental, H. Salehi. Signs, Permutations and Rearrangement Maximum Inequalities (მომზადებულია დასაბეჭდად).
10. Б. Мампория. Линейное стохастическое дифференциальное уравнение в банаховом пространстве. Теория вероятностей и ее применения (გადაცემულია).

11. B. Mamporia. Stochastic differential equations in Banach space driven by cylindrical Wiener process. (მომზადებულია დასაბეჭდად).
12. B. Mamporia. Process of independent increments in turbulence (მომზადებულია დასაბეჭდად).
13. E. Martin-Peinador, V. Tarieladze. Mackey topology on locally convex spaces and on locally quasi-convex groups. Similarities and historical remarks. RACSAM, DOI 10.1007/s13398-015-0256-0. Received: 4 April 2015 / Accepted: 10 October 2015 (იბეჭდება).
14. A. Lashkhi. Projections of Rational Lie Rings. Journal Math. Sci. (იბეჭდება).
15. A. Lashkhi. Distributive and locally cyclic PI- modules. Journal of Algebra (იბეჭდება).
16. A. Lashkhi. Geometry of classical groups over rings (მონოგრაფია, 180 გვ. მომზადების პროცესში).
17. A. Lashkhi. Modeling of ring geometry, von Neumann's point of view (მონოგრაფია, 320 გვ. მომზადების პროცესში).
18. F. Criado-Aldeanueva, T. Davitashvili, H. Meladze, P. Tsereteli, J.M. Sanchez. Three-Layer Factorized Difference Schemes and Parallel Algorithms for Solving the System of Linear Parabolic Equations with Mixed Derivatives and Variable Coefficients. Journal of Applied and Computational Mathematics (იბეჭდება).
19. შესავალი გამოთვლით მათემატიკაში (ლექციების კურსი). პირველი ნაწილი. გამომცემლობა „ქართული უნივერსიტეტი“ (იბეჭდება).

#### პედაგოგიური საქმიანობა:

1. საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტი: ა. ლაშხი (პროფესორი, ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტის ხელმძღვანელი); პროფესორები: ვ. ტარიელაძე, ვ. კვარაცხელია, დ. უგულავა; ასოცირებული პროფესორები: ედ. აბრამიძე, ზ. სანიკიძე, გ. გიორგობიანი, მ. მენტეშაშვილი, მ. ნაჭყებია, გ. ბაღათურია; გ. ცერცვაძე - მოწვეული პროფესორი.
2. ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ჯ. გიორგობიანი – მოწვეული პროფესორი.
3. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ჯ. სანიკიძე – მოწვეული პროფესორი.
4. სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ვ. კვარაცხელია - პროფესორი; ასოცირებული პროფესორები: მ. მენტეშაშვილი, მ. ნაჭყებია.
5. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებული ეკონომიკის საერთაშორისო სკოლა (ISET): ს. ჩოხანიანი - პროფესორი.
6. წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი: პ. მელაძე – პროფესორი.
7. გორის სუხიშვილის სასწავლო უნივერსიტეტი: მ. ნიკოლეიშვილი.

#### დოქტორანტის ხელმძღვანელობა:

1. ა. ლაშხის ხელმძღვანელობით ა. კლიმიაშვილმა დაიცვა სადოქტორო (აკადემიური ხარისხი) დისერტაცია თემაზე “არასტანდარტული ანალიზი ბულის ალგებრებზე”, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2015 წელი.
2. ზ. სანიკიძე ხელმძღვანელობს სტუ-ს სამშენებლო ფაკულტეტის დოქტორანტს მირიან კუბლაშვილს (დოქტორანტურის მეორე წელი, სადისერტაციო თემა: “სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით”).

## დისერტაციების ოპონენტობა:

1. ჰამლეტ მელაძე.
  - სადოქტორო (აკადემიური ხარისხი) დისერტაციების ოპონენტობა:  
მ. გაგოშიძე. „ზოგიერთი არაწრფივი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის მიახლოებითი ამოხსნა“, სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 2015.
  - საკანდიდატო დისერტაციების ოპონენტობა:  
Л. Погосян, “Асимптотические оценки для квазипериодических интерполяций”, 01.01.01 – «Математический анализ, Ереванский гос. Университет, 2015.
2. გურამ ცერცვაძე.
  - სადოქტორო (აკადემიური ხარისხი) დისერტაციის ოპონირება:  
ც. ქოროღლიშვილი - „საფინანსო სისტემებში რისკების პროგნოზირება ხელოვნური ინტელექტის მეთოდების გამოყენებით“, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2015 წელი, თებერვალი.

## მივლინებები:

1. ინსტიტუტის დირექტორი ვ. კვარაცხელია და უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი მ. მენტეშაშვილი პალერმოს უნივერსიტეტის მათემატიკისა და ინფორმატიკის დეპარტამენტის (იტალია) და დებრეცენის უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტის (უნგრეთი) მიწვევით სამეცნიერო მუშაობის ჩასატარებლად მიმდინარე წლის 28 ივლისიდან 5 სექტემბრამდე იმყოფებოდნენ პალერმოს და დებრეცენის უნივერსიტეტებში. მივლინება მიზნად ისახავდა აღნიშნულ უნივერსიტეტებსა და გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტს შორის არსებული სამეცნიერო კონტაქტების გაგრძელებას. ამ პერიოდში მ. მენტეშაშვილმა უნგრელ კოლეგასთან ერთად გამოსაქვეყნებლად გადასცა ერთი სამეცნიერო სტატია და, გარდა ამისა, უნგრელ და იტალიელ კოლეგებთან ერთად მომზადდა ერთობლივი საგრანტო პროექტი ევროკავშირის მიერ გამოცხადებულ ერთ-ერთ სამეცნიერო კონკურსში მონაწილეობის მისაღებად.
2. მიმდინარე წლის 19-დან 25 სექტემბრამდე დუბნის ბირთვული კვლევების გაერთიანებულ ინსტიტუტის (რუსეთი) საინფორმაციო ტექნოლოგიების ლაბორატორიის მიწვევით დუბნაში სამუშაო ვიზიტით იმყოფებოდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის დელეგაცია, რომლის შემადგენლობაში იყვნენ: ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის დირექტორი ვ. კვარაცხელია, ამავე ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი მ. მენტეშაშვილი და ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის წამყვანი სპეციალისტი ბ. თიკაშვილი. ვიზიტის მიზანი იყო დუბნაში არსებული პარალელური გამოთვლითი სისტემის (სუპერკომპიუტერის) პარამეტრების, არქიტექტურის და კონფიგურაციის გაანალიზება და დუბნელი კოლეგების მიერ დაგროვილი გამოცდილების გათვალისწინება ქართული გრიდ-სისტემის შექმნაში, რომელიც უახლოეს პერიოდში გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის ბაზაზე უნდა განხორციელდეს. ვიზიტის შედეგად დელეგაციის წევრები შემდეგ დასკვნებამდე მივიდნენ. პირველი დასკვნა: მათი (დუბნას ექსპერტები) გამოცდილებიდან და ჩვენი ამოცანებიდან გამომდინარე ჩვენთვის საუკეთესო ვარიანტი იქნება არა ერთი დიდი, არამედ ორი, შედარებით პატარა, პარალელური გამოთვლითი სისტემის შექმნა. ამ გადაწყვეტილების სასარგებლოდ შემდეგი ფაქტორები მიუთითებენ. პირველი: ბირ-

თველი კვლევების ევროპული ორგანიზაციის (CERN-ის) მოთხოვნებიდან გამომდინარე, ჩვენ ვაღდებულები ვართ შევქმნათ ჰომოგენური (ერთი ტიპის პროცესორიანი) გამოთვლითი ინფრასტრუქტურა, ვინაიდან მათ მიერ გამოყენებულ პროგრამულ უზრუნველყოფას არა აქვს ჰეტეროგენული (ორი ან მეტი სხვადასხვა ტიპის პროცესორიანი) გამოთვლითი სისტემის მხარდაჭერა. აქედან გამომდინარე, მათ მიერ ჰეტეროგენული მოდელის გამოყენება შეუძლებელია. მეორე: ჩვენ წინაშე მდგარი ამოცანებიდან გამომდინარე, ყველაზე მიზანშეწონილია ჰიბრიდული პარალელური გამოთვლითი სისტემის შექმნა, სადაც გამოყენებული იქნება სამი სხვადასხვა ტიპის პროცესორი, რაც ფაქტობრივად საშუალებას მოგვცემს ყველანაირი ამოცანის ამოხსნა დავაკისროთ სისტემას და პასუხები მივიღოთ ბევრად უფრო სწრაფად, ვიდრე ჰომოგენურ მოდელში. აღნიშნული მოდელი ასევე საშუალებას მოგვცემს მასზე გავუშვათ როგორც მუდმივი ამოცანები (ამინდის პროგნოზის სიმულაცია, სეისმური აქტივობების სიმულაცია, ატმოსფეროს დაბინძურების სიმულაცია და სხვა), ასევე დროებითი ამოცანები (მაგალითად რომელიმე ფიზიკოსის ან სტუდენტის ამოცანის გაშვება ერთჯერადი რაღაც კონკრეტული პასუხის მიღების მიზნით). აღნიშნულ მოდელში გამოყენებული სამი პროცესორის ტიპია: Intel Xeon, Intel Xeon Phi, Nvidia Tesla. ზემოაღნიშნულ კონფიგურაციაში ორივე სისტემა ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად იფუნქციონირებს, რაც კიდევ ერთი დამატებითი პლუსია უსაფრთხოების თვალსაზრისით, ასევე პროცესებისა და ამოცანების ერთმანეთისგან განცალკევების მხრივ. **მეორე დასკვნა:** ღებნას გამოცდილებამაც დაგვარწმუნა, რომ კლასტერის გამართული ფუნქციონირებისათვის და შეკვეთილი პროექტების და ვაღდებულებების წარმატებით შესასრულებლად აუცილებელია ინსტიტუტში არსებობდეს გამოთვლელების (რიცხვითი ანალიზის სპეციალისტების) და პროგრამისტების მძლავრი ჯგუფი, რომლებშიც მნიშვნელოვანი წილი ახალგაზრდებმა უნდა დაიკაონ. ამ იდეის განსახორციელებლად ვამზადებთ შესაბამის სამაგისტრო პროგრამას, რომელსაც უახლოეს დღეებში წარვუდგენთ ხარისხის მართვის სამსახურს. გარდა ამისა, უნდა მოხდეს გამოცდილი კადრების მოზიდვა. **მესამე დასკვნა:** იმისათვის, რომ მომზადებული შევხვედეთ სუპერკომპიუტერის დაღმა-ამუშავებას, სასურველია: სუპერკომპიუტერის ამოქმედებამდე შექმნილ იქნას ტექნიკა სუპერკომპიუტერის მინი-მოდელის ასაგებად და ტექნიკურ უნივერსიტეტში გამოიყოს ერთი ოთახი, სადაც ამუშავდება ეს მინი-მოდელი. ეს საშუალებას მოგვცემს, ერთის მხრივ, სპეციალისტების მომზადების თვალსაზრისით, მნიშვნელოვნად მოვიგოთ დრო, ხოლო მეორეს მხრივ, შემდგომში, როდესაც ინსტიტუტში უკვე ამუშავდება მძლავრი სუპერკომპიუტერი, ეს მინი-მოდელი გამოდგება ინსტიტუტის შიდა ქსელების გასამართად.

3. კომპიუტერულ მეცნიერებებსა და საინფორმაციო ტექნოლოგიებში ერევანში (სომხეთი) გამართულ საერთაშორისო კონფერენციის (CSIT-2015) მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად მიმდინარე წლის 27 სექტემბრიდან 3 ოქტომბრამდე ერევანში იმყოფებოდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის შემდეგი თანამშრომლები: ვ. კვარაცხელია (დირექტორი), გ. გიორგობიანი (დირექტორის მოადგილე), ჰ. მელაძე (განყოფილების გამგე), მ. მენტეშაშვილი (უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი), გ. ბაღათურია (მეცნიერ-თანამშრომელი). კონფერენციის სხვადასხვა სექციებში დელეგაციის წევრებმა წაიკითხეს 3 მოხსენება.
4. ვ. ტარიელაძე 27 ივნისიდან 4 ივლისის ჩათვლით მივლინებით იმყოფებოდა ყაზანში, რუსეთის ფედერაცია, სადაც მონაწილეობა მიიღო ფუნქციონირების თეორიის, მისი გამოყენებისა და მონათესავე საკითხებისადმი მიძღვნილი ყაზანის XII საერთაშორისო საზაფხულო სკოლა-კონფერენციის მუშაობაში.
5. ვ. ტარიელაძე 3 – 12 დეკემბერს მივლინებით იმყოფებოდა ესპანეთში, კომპლუტენსეს (მადრიდი) და კორუნიას უნივერსიტეტებში. კომპლუტენსეს უნივერსიტეტში ყოფნის დროს ის მონაწილეობდა გეომეტრიისა და ტოპოლოგიის დეპარტამენტის სემინარებისა

- და ჯგუფთა თეორიისადმი მიძღვნილი მეოთხე საერთაშორისო ვორკშოპის მუშაობაში. კორუნიას უნივერსიტეტში ყოფნის დროს მუშაობდა ერთობლივ სტატიაზე უნივერსიტეტის თანამშრომელ შაბიერ დომინგესთან ერთად.
6. ს. ჩობანიანი, 2015 წლის 6 მაისიდან 16 აგვისტოს ჩათვლით, გრანტის № FR / 539/5-100/13 ფარგლებში იყო მივლინებული აშშ-ს მიჩიგანის სახელმწიფო უნივერსიტეტში ერთობლივი კვლევის ჩასატარებლად მიჩიგანის უნივერსიტეტის პროფესორ შ. ლევენტალთან ერთად. კვლევის მიზანი იყო კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზის შესწავლა.
  7. ა. ლაშხი, 16 – 17 თებერვალს, 2015, პროექტის “Lie groups, differential equations and geometry”, Marie Curie International Research Staff Exchange Scheme the 7th European Framework, იმყოფებოდა მივლინებით ჩეხეთში (ოსტრავას უნივერსიტეტი), სადაც გააკეთა 2 მოხსენება უნივერსიტეტების ალგებრის და გეომეტრიის სემინარებზე.

**სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზება:**

1. 2015 წლის 9 - 18 სექტემბერს, ბათუმში ჩატარდა საერთაშორისო კონფერენცია “2nd Georgian – Czech – Italian – Hungarian Conference and Workshop Lie Groups, Differential Equations and Geometry – Supported by Marie Curie International Research Staff Exchange Scheme Grant FP7 – PEOPLE – 2012 – IRSES – 317721” (ხელმძღვანელი ა. ლაშხი), რომელშიც მონაწილეობდნენ ქართველი, გერმანელი, ჩეხი, იტალიელი, უნგრელი, პოლონელი და სლოვაკი კოლეგები. საქართველო წარმოდგენილი იყო 5 უნივერსიტეტის 13 მოხსენებით. კონფერენციის მასალები სავარაუდოდ გამოიცემა ჟურნალში Journal Math. Sci. Springer.