

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის  
გამოთვლითი მათემატიკის  
ინსტიტუტი

ინსტიტუტის დირექტორი:  
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,  
პროფესორი ვახტანგ კვარაცხელია

2016 წლის

სამეცნიერო ანგარიში

პერსონალური შემადგენლობა

№	გვარი. სახელი, მამის სახელი	თანამდებობა	სამეცნიერო (აკადემიური) ხარისხი
<b>ადმინისტრაცია</b>			
1	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	დირექტორი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
2	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	დირექტორის მოადგილე	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
3	რაზმაძე მარინა ედუარდის ასული	სწავლული მდივანი	ინფორმატიკის ინჟინერიის აკად. დოქტორი
4	ექიზაშვილი მანანა გიორგის ასული	მთავარი სპეციალისტი (ბუღალტერი)	
5	ღებანიძე დავითი თენგიზის ძე	ეკონომისტი	
6	ბოკუჩავა ნინო მურმანის ასული	კანცელარის უფროსი	
7	კაკაბაძე ლოხანა ვლადიმერის ასული	სპეციალისტი	
8	ტულუში მადონა გიორგის ასული	ბიბლიოთეკის გამგე	
<b>გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება</b>			
9	სანიკიძე ჯემალი გურის ძე	განყოფილების გამგე	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
10	აბრამიძე ედისონი აპოლონის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
11	ზაქრაძე მამული ვლადიმერის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
12	ჩადუნელი ალექსანდრე შალვას	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი (0.5)	ტექნ. მეცნ. დოქტორი
13	<b>ხატიაშვილი გაიოზი მიხეილის ძე</b>	<b>მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი</b>	<b>ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი</b>
14	ხუხუნაშვილი ზაური ვალერიანის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
15	კურდღელაძე დიმიტრი ფიდოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
16	სანიკიძე ზაზა ჯემალის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
17	კუპატაძე კოტე რამაზის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
18	მირიანაშვილი მანანა გიორგის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
19	კობლიშვილი ნანული	პროგრამისტი	

	იოსების ასული		
20	ფეიქრიშვილი ნატა სერგოს ასული	ლაბორანტი	
21	აბრამიძე ელენე აპოლონის ასული	ლაბორანტი	
22	თიგიშვილი სვეტლანა ზაქარიას ასული	ლაბორანტი	

**აღბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება**

23	ტარიელაძე ვაჟა იზეთის ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
24	ჩობანიანი სერგო აკოფის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
25	ლაშხი ალექსანდრე არსენის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
26	მამფორია ბადრი ივლიანეს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
27	კობახიძე პაატა აკაკის ძე	პროგრამისტი	
28	ბერიკაშვილი ვალერი გოდერძის ძე	სპეციალისტი	

**ინფორმატიკის განყოფილება**

29	მელაძე ჰამლეტი ვარლამის ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
30	ყიფშიძე ზურაბი შალვას ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ტექნ. მეცნ. კანდიდატი
31	ცერცვაძე გურამი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
32	სილაგაძე გივი სერგოს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
33	ფხოველიშვილი მერაბი გაიოზის ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
34	პაპიაშვილი მაგული რომანის ასული	მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
35	ღლონტი გიორგი გენადის ძე	მეცნიერთანამშრომელი (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
36	კორეი ვლადიმერი ივანეს ძე	მთავარი ინჟინერ-პროგრამისტი	
37	ჩოგოვაძე ილია გივის ძე	მთავარი პროგრამისტი	
38	ტუხაშვილი ქუჩუნა სიმონის ასული	პროგრამისტი	

39	ჩახუნაშვილი ელენე გიორგის ასული	ვებ-დიზანერი	
40	კიკნაძე დიმიტრი ლევანის ძე	ლაბორანტი (0.5)	

**მათემატიკური მოდელირების განყოფილება**

41	უგულავა დუგლასი კარლოს ძე	განყოფილების გამგე (0.5)	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
42	გიორგობიანი ჯიმშერი ალექსანდრეს ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
43	ზარნაძე დავითი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. დოქტორი
44	მენტეშაშვილი მარინე ზაურის ასული	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
45	ნაჭყებია მზიანა დავითის ასული	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ტექნ. მეცნ. კანდიდატი
46	ჩანტლაძე თამაზი ლეონიდეს ძე	უფროსი მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
47	ბაღათურია გიორგი გურამის ძე	მეცნიერთანამშრომელი	მათემატიკის აკადემიური დოქტორი
48	ნიკოლეიშვილი მიხეილი მიხეილის ძე	მეცნიერთანამშრომელი	ეკონომიკის დოქტორი
49	ხუროძე თამილა ვალერიანის ასული	მეცნიერთანამშრომელი	ფიზ.-მათ. მეცნ. კანდიდატი
50	ხაჭაპურიძე ლიანა ბარნაბის ასული	პროგრამისტი	
51	მეტონიძე ნანული აკაკის ასული	ლაბორანტი	

**სამეურნეო ნაწილი**

52	ხომერიკი ბორისი ვლადიმერის ძე	სამეურნეო ნაწილის უფროსი	
53	მენტეშაშვილი მერაბი ზაურის ძე	ადმინისტრატორი	
54	ბუაჩიძე გონერი დავითის ძე	მთავარი ენერგეტიკოსი	
55	მახარაშვილი ნოდარი ალექსანდრეს ძე	დამხმარე მოსამსახურე	
56	დუდაშვილი ჯემალი სოსლანის ძე	მეეზოვე	
57	ბოლოთაშვილი ნინო ვალერის ასული	დამლაგებელი	
58	ნებიერიძე ნარგიზი ნიკოლოზის ასული	დამლაგებელი	

**I. საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტის დაფინანსებით 2016 წლისათვის დაგეგმილი და შესრულებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები.**

**I.2 გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტი.**

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიხედვით	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	<b>მიმართულება 1:</b> გამოთვლითი მეთოდები მათემატიკური ფიზიკისა და საინჟინრო მექანიკის ამოცანებში. მათემატიკა, გამოთვლითი მათემატიკა	ჯ. სანიკიძე	მ. ზაქრაძე, მ. მირიანაშვილი, გ. ხატიაშვილი, ზ. ხუხუნაშვილი, დ. კურდღელაძე, ზ. სანიკიძე, ედ. აბრამიძე, კ. კუპატაძე, ა. ჩადუნელი, ნ. კობლიშვილი, ნ. ფეიქრიშვილი, ელ. აბრამიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 1-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა გამოთვლითი მეთოდების განყოფილებაში.

2016 წლის გეგმის მიხედვით ჩატარებული სამეცნიერო-კვლევითი სამუშაოები ძირითადად ითვალისწინებდა გამოთვლითი მათემატიკის პრობლემატიკასთან დაკავშირებული მიახლოებითი სქემების აგების, დაფუძნების და მათი პრაქტიკულად გამოყენების საკითხების შესწავლას შესაბამისი რიცხვითი ანალიზისა და გამოთვლითი ექსპერიმენტის გამოყენებით.

აღნიშნული თემატიკის ირგვლივ საანგარიშო პერიოდში შესწავლილი და დამუშავებული იქნა შემდეგი საკითხები:

განხილული იქნა კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების ისეთი აპროქსიმაციები, რომლებიც დაკავშირებულია გარკვეული აზრით მაღალი საინტერპოლაციო სიზუსტით მიახლოების შესაძლებლობასთან სინგულარობის ნებისმიერ წერტილში, ამასთან, ამოსავალი მონაცემების მიმართ სხვადასხვა მოთხოვნების პირობებში. აღნიშნული საკითხი ბოლომდე იქნა შესწავლილი ჩებიშევის წონითი ფუნქციის  $(1-t)^p(1+t)^q$  შემთხვევაში ნებისმიერი  $p, q > -1$ -თვის კვლევის შედეგები მიმდინარე წელს წარდგენილი იქნა საერთაშორისო კონფერენციაზე და, ასევე გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ჟურნალში (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [1]; სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [1]). აღსანიშნავია, რომ წინა საანგარიშო წელს გამოქვეყნებულ ნაშრომებში ანალოგიური ტიპის შედეგები მიღებული იყო გარკვეულ შეზღუდვებში  $p, q$  პარამეტრების მიმართ.

მიმდინარე წელს გაგრძელდა მუშაობა ჰარმონიული ფუნქციისათვის დირიხლეს განზოგადებული სივრცითი ამოცანების მიახლოებით ამოხსნის მეთოდების დამუშავების მიმართულებით. შესწავლილი იქნა აღნიშნული ამოცანების კორექტულობის საკითხი ზოგად შემთხვევაში. კერძოდ, ერთი ან რამდენიმე ზედაპირით შემოსაზღვრული სივრცითი ჩაკეტილი არეების შემთხვევაში ნაჩვენები იქნა ამონახსნის არსებობა, ერთადერთობა და ამონახსნის სასაზღვრო პირობაზე უწყვეტად დამოკიდებულება. ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებული იქნა ვინერის პროცესის კომპიუტერულ მოდელირებაზე დაფუძნებული ალბათური მეთოდი, რაც განხორციელდა თემის შემსრულებელთა მიერ შექმნილი სქემით. განხილული იქნა სათანადო ტესტური ამოცანა. ჩატარებულმა გამოთვლებმა აჩვენა შემოთავაზებული ალგორითმის სიმარტივე და ეფექტურობა. კვლევის შედეგები გადაცემულია დასაბეჭდად სამეცნიერო ჟურნალში და გამოქვეყნებული იქნება მომავალი წლის დასაწყისში (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნ-

ნებლად მომზადებული ნაშრომები [1]). ზოგიერთი შედეგი, ასევე, წარდგენილი იქნა მიმდინარე წელს ჩატარებულ საერთაშორისო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში [2]).

შესწავლილი იქნა ბრუნვითი ფენოვანი გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის საკითხი ტენილთა ჰიპოთეზაზე აგებული თეორიის საფუძველზე, სადაც ცნობილი თეორიებისგან განსხვავებით არ არის უგულებლებელი გარსის სისქის გასწვრივ წარმოქმნილი ნორმალური დეფორმაციის არსებობა. აღნიშნული ფაქტორის გათვალისწინებით მიღებულია განხილული ამოცანების ამომხსნელი არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. ამ სისტემის რიცხვითი რეალიზაცია ხასიათდება იმით, რომ იძლევა აღნიშნული კლასის ამოცანების ამოხსნის რეალურ საშუალებას. კვლევის შედეგები მიმდინარე წელს მოხსენებული იქნა საერთაშორისო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში, [3]).

გრძელდებოდა კვლევები ფიზიკის II რიგის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების განშტოებადი ამოხსნების ირგვლივ. განხილული იქნა საკითხები, რაც ითვალისწინებს მეორე რიგის ფაზური გადასვლის წინასწარმეტყველების თეორიის ექსპერიმენტალური შესაძლებლობების შემოწმებას კატასტროფის მომენტში არაერთგვაროვან გარემოში. ჩატარებულია სათანადო ექსპერიმენტები. აღწერილი იქნა ახალი ტიპის მეორე რიგის ფაზური გადასვლა სამგანზომილებიან, ორგანზომილებიან და ერთგანზომილებიან არაერთგვაროვან სისტემებში. (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [2]).

მიმდინარეობდა მუშაობა მონოგრაფიული ხასიათის ნაშრომზე, რომელიც შეეხება ავტორის, ზ. ხუხუნაშვილის მიერ დინამური პროცესების შესასწავლად აგებულ არასტანდარტულ ალგებრულ-გეომეტრიულ თეორიას. ამჟამად დასრულებულია მონოგრაფიის 2 თავი, სადაც ეს თეორია ჩამოყალიბებულია ჩვეულებრივ და კერძოწარმოებულიან დიფერენციალურ განტოლებათა ავტონომიური სისტემებისათვის. დასკვნითი მესამე თავის დასრულება, რომელშიც განხილული იქნება აღნიშნული მათემატიკური თეორიის გამოყენების შესაძლებლობა თეორიულ ფიზიკაში, ნავარაუდებია მომდევნო წლისთვის (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [5]).

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2	<b>მიმართულება 2:</b> სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანების მათემატიკური მოდელების და ძლიერად ოპტიმალური ალგორითმების დამუშავება. მათემატიკა, მათემატიკური მოდელების	დ. უგულავა,	ჯ. გიორგობიანი, მ. ნაჭყებია, თ. ჩანტლაძე, ზ. ყიფშიძე, დ. ზარნაძე, მ. ნიკოლეიშვილი, თ. ხუროძე, გ. ბადათურია, მ. მენთეშაშვილი, ლ. ხაჭაპურიძე, ნ. მეტონიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 2–ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა მათემატიკური მოდელების განყოფილებაში.

გარდამავალ 2016 წელს პროექტის ფარგლებში მიმართულება 2–ში მუშაობა მიმდინარეობდა 4 ძირითად ამოცანაზე:

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
---	---------------------	-----------------------	------------------------

2.1	ამოცანა 1. მათემატიკური მოდელები საბაზრო და ღარგობრივი ეკონომიკის ზოგიერთი მიკროეკონომიკური პრობლემისათვის	ჯ. გიორგობიანი	მ. ნაჭყებია, მ. ნიკოლეიშვილი, თ. ხუროძე, ლ. ხაჭაპურიძე, ნ. მეტონიძე
-----	--	----------------	---

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

კვლევა მიმდინარეობდა 2 ქვეამოცანის ირგვლივ:

**მარაგთა ოპტიმალური მართვის ერთი ამოცანის თამაშის ტიპის მოდელი:**

მარაგთა ოპტიმალური მართვის თეორიაში ერთ-ერთი მიმართულებაა შემთხვევით ნაკადთა მართვა (მომსახურება, გამოყენება) გარკვეული სამეწარმეო საქმიანობისათვის. მათემატიკური მოდელი, რომელიც პ. მორანის სახელს ატარებს, დაფუძნებულია მართვის ერთ გავრცელებულ სქემაზე, რომელიც, კერძოდ, გამოიყენება ჰიდროენერგეტიკაში. მოდელი აღწერილობითი ხასიათისაა და ეყრდნობა მოცემულობებს როგორც ნაკადის (პროცესის სახე, ალბათური განაწილება, პარამეტრები), ასევე საწარმოს (სიმძლავრე, საცავის მოცულობა) შესახებ.

ჩვენს მიერ შემოთავაზებულია საწარმოს პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების პოვნის ამოცანა როგორც “თამაში ბუნების წინააღმდეგ”. თამაშში მონაწილეობს ერთი მხრივ მკვლევარი (მეწარმე), მეორეს მხრივ “ბუნება”. პირველი მოთამაშის სტრატეგიათა სიმრავლეა აღნიშნული პარამეტრების წყვილების სიმრავლე, მეორე მოთამაშისა - განაწილების ფუნქციათა პარამეტრული ოჯახი. ორმხრივად შემოსაზღვრული შემთხვევითი სიდიდეების დახასიათებისათვის მიღებულია პირსონის პირველი ტიპის განაწილება. იგი ორპარამეტრიანია, ამიტომ მეორე მოთამაშის სტრატეგიათა სიმრავლეც შემოსაზღვრულ წყვილთა სიმრავლეა ანუ მართკუთხედი. ოპტიმალობის კრიტერიუმად ვიღებთ პირველი მოთამაშის შემოსავლის მაქსიმუმს (ფულადი ან სასაქონლო სახით).

მიუხედავად იმისა, რომ ჩვენს თამაშს აქვს ამონახსნი (წონასწორობის სიტუაცია, მოთამაშეთა ოპტიმალური შერეული სტრატეგიები), იგი ძნელად რეალიზებადია და ნაკლებად საინტერესო პრაქტიკული თვალსაზრისით. ამიტომ მივმართავეთ ა. ვალდის “გადამწყვეტ ფუნქციათა” მეტოდით თამაშის ე.წ. ბაიესისეზური ამონახსნის პოვნას. სქემა ასეთია: სტატისტიკური მასალის საფუძველზე შეფასდეს განაწილების ფუნქციის პარამეტრები, რითაც განიმარტება განაწილების ფუნქცია და შესაბამისად, მოგების ფუნქცია. ამოცანა საბოლოოდ მიდის ორი ცვლადის (მართვის პარამეტრების) ფუნქციის მაქსიმუმის პოვნამდე (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები, [2]).

**წონასწორობის სიტუაციათა მდგრადობა ლექსიკოგრაფიულ თამაშებში:**

შესწავლილია ლექსიკოგრაფიული არაკოოპერატიული თამაშები, რომლებშიც მოთამაშეთა სტრატეგიების სიმრავლეები მეტრიკული კომპაქტური სიმრავლეებია, ხოლო მოგების ვექტორ-ფუნქციები უწყვეტია სიტუაციათა სიმრავლეზე. ჩვეულებრივ, არამკაცრ ლექსიკოგრაფიულ უტოლობაზე დაყრდნობით შემოგვაქვს სუსტი არამკაცრი წონასწორობის სიტუაციის განსაზღვრება წმინდა სტრატეგიებში. განსაზღვრულია აგრეთვე მოთამაშეთა მოგების ფაქტორ-ფუნქციების ცვლილებასთან დაკავშირებით ასეთი წონასწორობის სიტუაციის მდგრადობა და ლექსიკოგრაფიული არაკოოპერატიული თამაშის მდგრადობა. მიღებულია ამ მდგრადობის პირობები. პირობების დადგენისას გათვალისწინებულია შემდეგი ფაქტორი: მეტრიკულ კომპაქტზე განსაზღვრული ვექტორ-ფუნქციის ლექსიკოგრაფიული მაქსიმუმის წერტილთა სიმრავლე კომპაქტურია, ხოლო ლექსიკოგრაფიული არაკოოპერატიული თამაშის წონასწორობის სიტუაციათა სიმრავლე შეიძლება არ იყოს კომპაქტური. კერძოდ, დამტკიცებულია, რომ თუ ლექსიკოგრაფიულ თამაშში არსებობს ერთადერთი წონასწორობის სიტუაცია, მაშინ იგი არის მდგრადი სიტუაცია და შესაბამისი თამაშიც მდგრადია (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [1]).

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2.2	ამოცანა 2. ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლანური ალგორითმების კონსტრუირება განუზღვრელობის (ცდომილების) უარესი დასმის, საშუალო დასმის და ალბათური დასმის შემთხვევებისთვის	დ. ზარნაძე	დ. ზარნაძე, დ. უგულავა

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

შესწავლილია წრფივი ამოცანები უარესი დასმის შემთხვევისათვის, როდესაც ცდომილება გაზომილია ჩვენს მიერ აგებული მეტრიკის საშუალებით. 2015 წელს რადონის ოპერატორის ერთი ცნობილი სინგულარული დაშლისათვის აგებული გეჟონდა წრფივი განზოგადებულად ცენტრალური სპლანური ალგორითმი კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის. 2016 წლის ნაშრომში იმავე ამოცანისათვის აგებულია ახალი ალგორითმი სხვა ცნობილი სინგულარული დაშლისათვის. აუცილებელი გახდა აგრეთვე ცენტრალური სპლანური ალგორითმების აგება ფრეშეს სივრცეების ზღვრამდელ ჰილბერტის სივრცეებში. გამოყენებული ფრეშეს სივრცეები, ზღვრამდელი ჰილბერტის სივრცეები, ოპერატორები, ნორმები, მეტრიკა მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდები ორიგინალურია და აქამდე განხილული არ ყოფილა.

შვარცის სივრცეში კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანის გამოთვლითი პროცესების შესწავლის სამოდლოდ ჩვენ განვიხილეთ მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის  $A$  ოპერატორის შემცველი  $Au = f$  ოპერატორული განტოლების ამოხსნის ამოცანა შვარცის სივრცეში. ეს არის შრედინგერის ამოცანა, რომელიც მნიშვნელოვანია თეთრი ხმაურის შესწავლისათვის და აგრეთვე დაკავშირებულია სუპერსიმეტრიულობასთან კვანტურ მექანიკაში. თეორიული გამოკვლევები განხორციელდა ევკლიდეს მრავალგანზომილებიან სივრცეზე განსაზღვრულ შვარცის ფუნქციათა სივრცეში. გამოყენებულ იქნა უმცირეს კვადრატთა მეთოდი: ბაზისურ ფუნქციებად ავიღეთ ერმიტის ფუნქციათა ნამრავლი, რომელიც ქმნის ბაზისს ამ სივრცეში და წარმოადგენს განხილული ოპერატორის საკუთრივ ფუნქციებს. დავამტკიცეთ ამ მიმდევრობის სისრულე, მიახლოებითი ამონახსნების არსებობა, ერთადერთობა და აგებული მიმდევრობის კრებადობა ზუსტი ამოხსნისაკენ. დამტკიცებული გვაქვსაგრეთვე, რომ ზუსტი  $u_0$  ამოხსნისა და მიახლოებითი  $u_m$  ამოხსნის გადახრის  $n$ -ური ნორმის ზედა საზღვარი არის  $f - Au_m$ -ის უთანადობის კვაზინორმა. ამასთან დაკავშირებით აგებული გვაქვს შვარცის სივრცის ელემენტთა კვაზინორმის მიახლოებითი გამოთვლის ალგორითმი.

გასულ წელს გამოთვლები ჩატარებულ იქნა ერთგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის შემცველი განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის კომპიუტერული პროგრამა “მათემატიკის” საშუალებით. მიღებული იქნა შედეგები უთანადობების პირველი და მეორე ნორმებისათვის. უფრო მაღალი ინდექსებისათვის უთანადობათა გამოთვლისას წარმოიშვა კომპიუტერის სიმძლავრესთან დაკავშირებული დამატებითი სიძნედეები. ამჟამად გრძელდება მუშაობა პ. წერეთელთან ერთად, ჩვენი ამოცანისათვის შედგენილი ახალი პროგრამის “Microsoft Visual Studio” საშუალებით პარალელური გამოთვლების ალგორითმების გამოყენებით კლასტერზე. (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში [5]).

**აღნიშნული საკითხებისადმი მიძღვნილი ნაშრომი გაფორმების პროცესშია.**

განხილული იყო მთელი ცხვა ოპტიმიზაციის ორი ამოცანა და დამტკიცდა მათი ექვივალენტობა. ექვივალენტობა გაგებულია შემდეგი აზრით: პირველი ამოცანა შეიძლება დაყვანილ იქნას მეორეზე და პირიქით (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში [7]).



№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2.3	ამოცანა 3. ასხალი ტიპის სიმეტრიული და ასიმეტრიული კრიპტოსისტემები.	დ. უგულავა	თ. ჩანტლაძე, ზ. ყიფშიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

დამუშავებულია სიმეტრიული დაშიფრვის კრიპტოგრაფიული სისტემა, რომელშიც მაღალი მდგრადობა მიღწეულია დასაშიფრი ბლოკის და გასაღების სიგრძის გაზრდით 128 ბიტამდე. ინტერესი ასეთი ტიპის კრიპტოსისტემის მიმართ დაკავშირებულია თანამედროვე გამოთვლითი შესაძლებლობების გაზრდასთან. ბლოკის სიგრძის გაზრდა მნიშვნელოვანი ნაბიჯია სისტემის საიმედოობისათვის. დამუშავებული სისტემის დადებითი მხარეებიდან განსაკუთრებით აღსანიშნავია დაშიფრვის და გაშიფრვის პროცესების სრული იდენტურობა. დაშიფრვა და გაშიფრვა წარმოებს 8 რაუნდში. გამოყენებული არაწრფივი ელემენტი და მონაცემთა მატრიცული წარმოდგენა ხსნის გატეხვის საშიშროებას დიფერენციალური კრიპტოანალიზის გამოყენებით. დასაწყისში 128 ბიტის ორბითი ინფორმაცია და ასეთივე სახის გასაღები იკრიბება 2-ის მოდულით. მიღებული ვექტორიდან გამოიყოფა  $4 \times 16$  განზომილებიან მატრიცათა წყვილი, რომლებიდანაც არაწრფივი ბლოკისა და 8 წარმოებული გასაღების საშუალებით მიიღება 8 ანალოგიური სახის წყვილი. მერვე რაუნდში მიღებული წყვილით დგება 128 ბიტის ვექტორი, რომელიც წარმოადგენს დაშიფრულ ინფორმაციას. გაშიფრვის სქემა იმით განსხვავდება დაშიფრვის სქემისაგან, რომ წარმოებული გასაღებების გამოყენება ხდება შებრუნებული მიმდევრობით. დაშიფრვის და გაშიფრვის ალგორითმები დაპროგრამებულია კომპიუტერული პროგრამა MATLAB-ის საშუალებით.

**აღნიშნული საკითხებისადმი მიძღვნილი ნაშრომი გაფორმების პროცესშია.**

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
2.4	ამოცანა 4. საწყისი, მახასიათებელი და არაკლასიკური ამოცანების შესწავლა მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური ტიპის პარაბოლურად გადაგვარებადი განტოლებებისათვის.	მ. მენთემაშვილი	გ. ბაღათურია, მ. მენთემაშვილი

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

საანგარიშო წელს შეისწავლებოდა მეორე რიგის ზოგიერთი სპეციფიკური კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური განტოლება შესაძლო პარაბოლური გადაგვარებით. პირველი ინტეგრაციების დახმარებით აგებულია განტოლებათა ზოგადი ინტეგრაციები, რომელთა გამოყენება ხდება კოშის ამოცანის შესწავლისას. დადგენილია ამოცანის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურაც (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში [6]).

აგრეთვე განხილული იქნა მახასიათებელ ამოცანათა არაწრფივი ვარიანტები მონაცემთა არაკომპაქტური მზიდებით. შესწავლილია ამოცანების კორექტულობა. მიღებულია ამოცანათა ამოხსნები და განსაზღვრის არეები. (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები, [3]).

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3	<b>მიმართულება 3:</b> სტოქასტური ანალიზი ალგებრულ სტრუქტურებში. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზში, სტატისტიკასა და დისკრეტულ ოპტიმიზაციაში. მათემატიკა; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ფუნქციონალური ანალიზი, დისკრეტული ოპტიმიზაცია	ვ. ტარიელაძე	ს. ჩობანიანი, ა. ლაშხი, ბ. მამფორია, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, ვ. ბერიკაშვილი, პ. კობახიძე.

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**  
 მიმართულება 3-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში.  
 გარდამავალ 2016 წელს პროექტის ფარგლებში მუშაობა მიმდინარეობდა 3 ძირითად ამოცანაზე:

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3.1	<b>ამოცანა 1:</b> ვექტორთა კომპაქტური შეჯამება. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზსა და განრიგების ამოცანებში	ს. ჩობანიანი	ვ. ტარიელაძე, ბ. მამფორია, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი,

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**  
 მიმდინარე საანგარიშო პერიოდში მუშაობა მიმდინარეობდა შემდეგ ამოცანებზე:  
**ვიპოვოთ პირობები, რომელთა შესრულებისას „ხარბი“ ალგორითმი ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების ამოცანაში არის საუკეთესო** (ან იმავე რიგისაა, რაც ოპტიმალური ალგორითმი). ამ პუნქტის ძირითადი ამოცანა არის ისეთი  $\pi$  გადანაცვლების პოვნა, რომელიც უზრუნველყოფს ჩვენს ცნობილ შეფასებას

$$|X_\pi| \leq C E \left\| \sum_{i=1}^n x_i r_i \right\|,$$

სადაც  $x = (x_1, \dots, x_n)$  არის  $X$  ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ერთობლიობა,  $\pi$  – საძიებელი გადანაცვლებაა,  $|X_\pi|$  - შტეინინცის ფუნქციონალია, ხოლო  $(r_i)$  რადემახერის ფუნქციები. თეორიულად ასეთი  $\pi$  –ს არსებობა მტკიცდება შედარებით ადვილად, პრაქტიკულად კი კონსტრუქციული ალგორითმი არ არსებობდა. ჩვენ ვიპოვეთ  $\pi$  –ს აგების ალგორითმი, რომლის სირთულე არის პოლინომიალური,  $n^2$ -ის რიგის, არის “ხარბი” ტიპის და უზრუნველყოფს ზედა შეფასებას, სადაც  $C = 9$ . (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები, [5]).

**ნიშან-ალგორითმის შექმნა,  $P[|X_\pi\theta| > t]$  და  $E|X_\pi\theta|$  სიდიდების შეფასება.** სპენსერის ალგორითმის ალტერნატიული ალგორითმის შექმნა. ამოცანის მიზანია  $|X_\pi|$ -ს შეფასება, როდესაც ყოველი  $\pi$  გადანაცვლებისთვის არსებობს ნიშნების ისეთი ერთობლიობა  $\theta$ , რომ  $|X_\pi\theta| < D = const.$  ჩვენი ალგორითმის (სირთულე პოლინომიალურია) მიხედვით არსებობს ისეთი  $\pi$ , რომ  $|X_\pi| < D.$  ამისთვის ვიხილავთ ე.წ. ნიშან-ალგორითმს, რომელიც ფაქტიურად მონტე-კარლოს მეთოდის ნაირსახეობაა და იძლევა სპენსერის შედეგის გაუმჯობესებას. (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში, [9], [10]).

**ულიანოვის პრობლემა:** ყოველი  $2\pi$ -პერიოდული უწყვეტი  $f$  ფუნქციისათვის არსებობს მისი ფურიეს მწკრივის ისეთი გადანაცვლება, რომელიც თანაბრად იკრიბება  $f$  ფუნქციისაკენ. ამ კონტექსტში გაანალიზებულია რევემისა და კონიაგინის ნაშრომები. სიდონის თეორემის გამოყენებით მიღებულია რევემის შემდეგი ცნობილი შედეგის ალტერნატიული დამტკიცება: არსებობს ისეთი უწყვეტი  $2\pi$  -პერიოდული ფუნქცია, რომ მისი ტრიგონომეტრიული ფურიეს მწკრივი იკრიბება თანაბრად, მაგრამ რადემახერის პირობა არ სრულდება; უფრო მეტიც, არ სრულდება უფრო სუსტი ( $\sigma, \theta$ ) -პირობაც (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები, [6]).

**დავამტკიცოთ ან უარყოთ სუსტი ჯამთა სიმრავლეებით სივრცის რეფლექსურობის დახასიათებაზე შემდეგი ჰიპოთეზა:** თუ ბანახის  $X$  სივრცე ისეთია, რომ მის შეუღლებულ სივრცეში ნებისმიერი მწკრივის შესაძლო ჯამთა სიმრავლე  $X$  -ტოპოლოგიაში ემთხვევა სუსტ ტოპოლოგიაში ჯამთა სიმრავლეს, მაშინ  $X$  რეფლექსურია. ნაჩვენებია, რომ ჰიპოთეზა სწორია თუ  $X$  სეპარაბელურია და მცდარია წინააღმდეგ შემთხვევაში. ამ საკითხზე და სუსტ ჯამთა სიმრავლეებთან დაკავშირებულ სხვა ამოცანებზე მზადდება პუბლიკაცია.

**ჰიპოთეზა:** ბანახის სეპარაბელურ სივრცეში მწკრივის ჯამთა სიმრავლე ყოველთვის ანალიზურია, მაგრამ შეიძლება არ იყოს ბორელის სიმრავლე. ჯერ-ჯერობით დამტკიცდა მხოლოდ, რომ სეპარაბელურ ბანახის სივრცეში ნებისმიერი მწკრივის ჯამთა სიმრავლე შეიძლება არ იყოს ბორელის სიმრავლე, მაგრამ ის ყოველთვის არის ანალიზური სიმრავლე. (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები, [7]).

**უნივერსალური მწკრივები კვატერნიონების ველში.** ცნობილია, რომ ყოველი ერთეულოვანი მოდულიანი კომპლექსური  $z \notin \{-1, 1\}$  რიცხვისათვის მწკრივი  $\sum z^n/n$  არის უნივერსალური  $\mathbb{C}$ -ში. საანგარიშო პერიოდში დამტკიცდა, რომ არ არსებობს კვატერნიონი  $z, |z| = 1,$  რომლისთვისაც ანალოგიური მწკრივი იქნება უნივერსალური კვატერნიონების ველში. (იხ. პუბლიკაციები, უცხოეთში, სტატიები, [4]).

**შტეინიცის და მახალანსებელ ოპერატორები:** მიღებულია ზოგიერთი ახალი შედეგი შტეინიცის და მახალანსებელ ოპერატორებზე ბანახის სივრცეებში. ამ საკითხებს და მეტრიზებად ვექტორულ სივრცეებში მწკრივის გადანაცვლებებთან დაკავშირებულ ამოცანებს მიეძღვნა მოხსენება, სადაც მოკლედ არის მიმოხილული პრობლემატიკის განვითარება და ავტორისა და მისი კოლეგების შედეგები ამ მიმართულებით (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში, [4]). სათანადო სტატია მომზადების პროცესშია.

**სილვესტრის (უოლშის) და ადამარის მატრიცები.** შესწავლილია სილვესტრის (უოლშის) და ადამარის მატრიცების ზოგიერთი რიცხვითი მახასიათებელი (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში, [11], უცხოეთში, [3]).

**უპირობოდ კრებადი შემთხვევითი მწკრივები:** შესწავლილია ბანახის სივრცეში თ.ყ. უპირობოდ კრებადი შემთხვევითი მწკრივები. აგრეთვე გამოკვლეულია მწკრივთა თ.ყ. უპირობოდ კრებადობის კავშირი ბანახის სივრცის გეომეტრიულ თვისებებთან. (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში, [8]).

გრძელდებოდა მუშაობა **ლოკალურად კვაზი-ამოზნექილი ტოპოლოგიური ჯგუფების თეორიაში** (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში, [2]).

**კვლევები მიმდინარეობდა რგოლების თეორიაში:**

ცნობილია, რომ ზეამოხსნადი ღის რგოლის ყოველი ნორმალური მესერული იზომორფიზმი ინდუცირებულია ბუნებრივი იზომორფიზმით. ეს შედეგი მიღებულია რაციონალური რგოლებისთვის. (იხ. პუბლიკაციები, უცხოეთში, სტატიები [8]);

ნახვენებია, რომ რგოლზე  $R, n$  რანგის თავისუფალ მოდულზე განსაზღვრული პროექციული სივრცის პროექციული ასახვა თავის თავზე, რომელიც უძრავად ტოვებს რომელიმე სიმპლექსის ყველა წერტილს, აუცილებლად იგივეურია. (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში, [6]);

ზოგად რგოლებზე განსაზღვრული მოდულებისათვის შესწავლილია კოორდინატიზაციის პრობლემა; მთავარ იდეალთა რგოლებზე განსაზღვრული მოდულებისათვის დამტკიცებულია რ. ბერი - ჯ. ფონ ნეიმანის თეორემის ანალოგი. (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში, [7]).

**შენიშვნა:** აღნიშნული ამოცანის ზოგიერთი ასპექტის შესწავლა ხორციელდებოდა საგრანტო თემატიკით (იხ. პუნქტი სახელმწიფო გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები, №2).

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3.2	ამოცანა 2. ოპერატორების ინდუცირებადობის პრობლემა ბანახის სივრცეში სტოქსტური დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნადობის საკითხებში	ბ. მამფორია,	გ. ტარიელაძე, გ. ჭელიძე

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

სტოქსტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევა ბანახის სივრცეში პირობითად სამი მიმართულებად შეიძლება დაიყოს:

პირველი მიმართულება – განტოლებაში მონაწილე სტოქსტური ინტეგრალი აიღება ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან რიცხვითი ვინერის პროცესით; მეორე მიმართულება – ინტეგრალი აიღება ოპერატორულ მნიშვნელობაში არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში; მესამე მიმართულება – ინტეგრალი აიღება ოპერატორულ მნიშვნელობაში (ჰილბერტის სივრციდან ბანახის სივრცეში) არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან განზოგადებული (ცილინდრული) ვინერის პროცესით ჰილბერტის სივრცეში.

საანგარიშო პერიოდში განიხილებოდა განზოგადებული ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკითხები როცა სტოქსტურ დიფერენციალურ განტოლებაში მონაწილე სტოქსტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით. თუ განზოგადებული ამონახსნი რადონიზებადია, მაშინ მიღებული პროცესი დააკმაყოფილებს ბანახის სივრცეში სტოქსტური დიფერენციალური განტოლების არსებობის და ერთადერთობის პირობას. (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები [4]).

მიღებულია წრფივი სტოქსტური დიფერენციალური განტოლებების განზოგადებული ამონახსნები როცა სტოქსტური ინტეგრალი აღებულია ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან რიცხვითი ვინერის პროცესით. თუ მიღებული განზოგადებული ამონახსნები რადონიზებადებია, მაშინ მიღებული პროცესები იქნებიან ბანახის სივრცეში სტოქსტური დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნები (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები [7]).

ამოცანა 2 -თან კავშირში იხილეთ აგრეთვე (სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილე-

ობა, საქართველოში, [12, 13]).

№	ამოცანის დასახელება	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
3.3	<b>ამოცანა 3.</b> წრფივი და არა-წრფივი რეგრესიის პარამეტრის შეფასება უსასრულო განზომილებიან შემთხვევაში. შეფასების ასიმპტოტური ნორმალურობა.	ვ. ტარიელაძე	ს. ჩობანიანი, ბ. მამფორია, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, ვ. ბერიკაშვილი, პ. კობახიძე.
<p>ამ მიმართულებით მიმდინარეობს მოსამზადებელი სამუშაოები და შესაბამისი ლიტერატურის ანალიზი, სხვადასხვა დაკავშირებული ამოცანის განხილვა სემინარებზე. შეისწავლება ზოგიერთი ალბათური განაწილება მეტრიზებად სივრცეებში და ტოპოლოგიურ ჯგუფებში.</p> <p>ნაჩვენებია, რომ ტიპი 2-ის მქონე ბანახის რეფლექსურ სივრცეში სუსტად სუბგაუსური შემთხვევითი ელემენტი გამა-სუბგაუსურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მის მიერ ინდუცირებული ოპერატორი 2-შემკრებია. (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები [5]).</p> <p>ექსპორტულ სივრცეებსა და აბელის ტოპოლოგიურ ჯგუფებს მიეძღვნა მიმოხილვითი ხასიათის ნაშრომი. მასში განხილულია ჯგუფებში მაკის ტიპის ტოპოლოგიების არსებობასთან დაკავშირებული პრობლემატიკა. (იხ. პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები [6]).</p>			

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	სამუშაოს ხელმძღვანელი	სამუშაოს შემსრულებლები
4	<b>მიმართულება 4:</b> წრფივი და კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემებისათვის პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია. გამოთვლითი მათემატიკა, მათემატიკური მოდელირება, ინფორმატიკა.	პ. მელაძე	პ. მელაძე, მ. ფხოველიშვილი, გ. სილაგაძე, გ. ცერცვაძე, გ. დლონტი, ი. ჩოგოვაძე, მ. პაპიაშვილი

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

მიმართულება 4-ის ამოცანები ძირითადად მუშავდებოდა ინფორმატიკის განყოფილებაში. გრძელდებოდა მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების ზოგიერთი განტოლებებისთვის (ელიფსური და პარაბოლური ტიპის) სასაზღვრო და საწყის-სასაზღვრო ამოცანების, აგრეთვე არა-ლოკალური ამოცანების შესწავლა. კვლევის ძირითად მიზანს წარმოადგენდა აღნიშნული ამოცანებისათვის სხვაობიანი სქემების აგება და გამოკვლევა. აგრეთვე მიღებული სხვაობიანი განტოლებათა სისტემებისათვის ისეთი ალგორითმების აგება, რომელთა რეალიზაციაც შესაძლებელია პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. კვლევის ზოგიერთი შედეგი გამოქვეყნებულია ჟურნალში (იხ. პუბლიკაციები, უცხოეთში, სტატიები, [9]), აგრეთვე მოხსენებულია სხვადასხვა კონფერენციებზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, საქართველოში [18]).

შესწავლილ იქნა არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ამოხსნის პარალელური ასინქრონული იტერაციული ალგორითმები, რომელთა აგებისათვის გამოყენებულია მრავალგანზომილებიანი ინტერპოლება. კერძოდ, მოცემული მრავალი ცვლადის ფუნქციის მიახლოება ხდება აფინური ასახვების საშუალებით. დამტკიცებულია აგებული იტერაციული პროცესის კრებადობა და შეფასებულია კრებადობის სიჩქარე. ნაშრომი გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად გამომცემლობაში Nova Science Publishers, New York.

შესწავლილია არაბინარული რეაქციების სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების შესაძლებელი ყოფაქცევის მოდელები, აგრეთვე განხილულია უძველესი ქართული დამწერლობის ასომთავრული ანბანის თვისებები ანბანური სისტემების თეორიის ფარგლებში (იხ. პუბლიკაციები, საქართველოში, სტატიები, [8, 9]).

საანგარიშო პერიოდში გრძელდებოდა დაპროგრამების ფუნქციონალური ენების ვერიფიკაციის პრობლემები. კერძოდ, HASKEL ენაზე პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციის პროცესში წარმოშობილი პრობლემები. შესწავლილია დახარისხების ამოცანების გადაჭრის პარალელური ალგორითმები და მოცემულია მათი შეფასება (იხ. პუბლიკაციები, საქართველოში, სტატიები [7]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა უცხოეთში [9]).

საანგარიშო პერიოდში შესწავლილია დიდი მასივების მონაცემთა ბაზებიდან ცოდნის მოპოვების კონსტრუქციული მეთოდები. აგრეთვე შემუშავებულია მოთხოვნები მიკროეკონომიკური პანელური მონაცემების დამუშავების სისტემებისადმი (იხ. პუბლიკაციები, საქართველოში, სტატიები, [6]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა საქართველოში, [17]).

### I. 3. სახელმწიფო გრანტით (რუსთაველის ფონდი) დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიხედვით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	<b>ფურიეს კოეფიციენტები და კრებადობის საკითხები.</b> მათემატიკა, მათემატიკური ანალიზი	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი ხელშეკრულება №FR/223/5-100/13	ლ. გოგოლაძე (ოსუ)	ლ. გოგოლაძე, ვ. ცაგარეიშვილი, ო. ძაგნიძე, დ. უგულავა

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები.**

კვლევა ტარდებოდა ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე განსაზღვრულ ფუნქციონალურ კლასების აპროქსიმაციასთან დაკავშირებით. ჩატარებული კვლევის შედეგად, უწყვეტი პერიოდული ფუნქციების ფურიეს მწკრივების შესახებ ცნობილი შედეგები განზოგადებულია ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე განსაზღვრულ თითქმის პერიოდული ფუნქციებისათვის. შედეგები ასახულია ნაშრომში (პუბლიკაციები, უცხოეთში, სტატიები [2]).

შესწავლილია აგრეთვე კომპაქტურ ერთგვაროვან სივრცეებზე განსაზღვრულ ფუნქციონალურ აპროქსიმაციის საკითხი. (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [4]).

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
2	ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები. მათემატიკა; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ფუნქციონალური ანალიზი, დისკრეტული ოპტიმიზაცია	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი. საგრანტო ხელშეკრულება № FR / 539/5-100/13	ს. ჩობანიანი	ს. ჩობანიანი, ვ. ტარიელაძე, გ. ჭელიძე, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, მ. ნიკოლეიშვილი

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები**

იხ. გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტი, პუნქტი №3 (მიმართულება 3), ამოცანა №1 და შესაბამისი ლიტერატურა: დამატებითი ინფორმაცია, გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები [5, 6, 7]; სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა საქართველოში [8, 9, 10], უცხოეთში [4]; პუბლიკაციები უცხოეთში, სტატიები [4];

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
3	შერეული ტიპის მარკოვული და ნახევრად-მარკოვული რიგების სისტემები ინფოკომუნიკაციური ქსელების საიმედოობრივი დაგეგმვის ამოცანებში. მათემატიკა; მათემატიკური მოდელირება; გამოთვლითი მეთოდები; პარალელური დაპროგრამება	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი. საგრანტო ხელშეკრულება N:FR/312/4-150/14	პროფესორი კ. მელაძე	პროექტის შემსრულებლები არიან აგრეთვე ტექნიკური უნივერსიტეტის სხვა სტრუქტურული ერთეულების თანამშრომლები.

**გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები**

საანგარიშო პერიოდში განხილულია მრავალკომპონენტური დარეზერვებული სისტემა, რომელიც შედგება არასაიმედო, აღდგენადი ელემენტებისგან. აგებულია რიგების ღია ექსპონენტური მოდელი. სტაციონარულ მდგომარეობაში მიღებულია წრფივ ალგებრულ განტოლებათა უსასრულო სისტემა, რომლის მატრიცაც გაიშვიათებული სტრუქტურისაა. შესწავლილი იქნა მიღებული განტოლებათა უსასრულო სისტემის ამონახსნის არსებობის პრობლემა. აგრეთვე აგებულია სისტემის ამონახსნის ეფექტური იტერაციული ალგორითმები, რომელთა რეალიზაციაც შესაძლებელია პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე, კერძოდ, კლასტერზე.

II.1. პუბლიკაციები:

ა) საქართველოში

სტატიები

№	ავტორი/ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის დასახელება	ჟურნალის/კრებულის ნომერი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	ჯ. სანიკიძე, მ. მირიანაშვილი, კ. კუპატაძე	On Some Quadrature Formulas for Cauchy Type Singular Integrals with Jacob Weights. Applied Mathematics, Informatics And Mechanics (AMIM)	Vol. 21, #1	თბილისი	10 გვერდი
2	დ.ფ. კურდღელაძე, დ.დ. კურდღელაძე	Ветвящиеся решения нелинейных дифференциальных уравнений 2-го порядка физики, часть 4. GESJ: Physics	No.1(15)	თბილისი	11 გვერდი
3	А. Гвелесиани, А. Орджоникидзе, Т. Хуродзе	Экспериментальное моделирование процессов роста и таяния градин, замерзания капель, гетерогенной нуклеации льда	მიხეილ ნოდისასახ. გეოფიზიკის ინსტიტუტის შრომები, ტ. LXVI, 2016	თბილისი 2016	5
4	B. Mamporia	Stochastic differential equations in a Banach space driven by the cylindrical Wiener process. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute <a href="http://www.sciencedirect.com/science/journal/aip/23468092">http://www.sciencedirect.com/science/journal/aip/23468092</a>	Online publication complete: 21-NOV-2016, DOI information: 10.1016/j.trmi.2016.10.003	Amsterdam, Netherlands, Elsevier	14 გვერდი
5	A. Prangishvili, H. Meladze, R. Kakubava	Open Queuing System for Two Parallel Maintenance Operations as Mathematical Model for Dependability and Performance Analysis. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences	vol. 10, no. 3, 2016	საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის გამომცემლობა	6 გვერდი pp. 69-74
6	N. Archvadze, M. Pkhovelishvili, L. Shetsiruli, O. Ioseliani	The Modern Approaches in Parallel Programming. Computer Sciences and Telecommunications	2016   No.3(48)	<a href="http://gesj.internet-academy.org.ge">http://gesj.internet-academy.org.ge</a>	4 გვ.
7	N. Archvadze, M.Pkhovelishvili, L. Shetsiruli, O.Ioseliani	Usage of Logic for Parallel Verification of Haskell Programs. Computer Sciences and Telecommunications	2016   No.4(49)	<a href="http://gesj.internet-academy.org.ge">http://gesj.internet-academy.org.ge</a>	7 გვ.
8	Т. Хведелидзе, Г. Церцвадзе	Анализ поведения конечного стохастического автомата в тернарной стационарной случайной среде.	2015   No.2(46), სტატია ვერ მოხვდა 2015 წლის ანგარიშში, რად-	<a href="http://gesj.internet-academy.org.ge">http://gesj.internet-academy.org.ge</a>	გვ. 10-15



		Computer Sciences and Telecommunications	გან უჟრნალის ნომერს დააგვიან-და გამოსვლა		
9	ბ.ცერცვაძე	36 ასონიშნიანი ანბანი როგორც ოპტიმალური რიცხვითი სისტემა. „ქართველოლოგია“	ტ. IV, 2016	თბილისი. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი	11 გვ.

1. კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის აგებულია კვადრატურული პროცესი, სადაც შესაბამის წონითი ფუნქციასთან დაკავშირებული პარამეტრები, გარდა იმისა, რომ მოიცავენ  $p, q$  მნიშვნელობათა ფართო სიმრავლეს, განაპირობებენ აღნიშნული მიახლოებითი პროცესების ეფექტურობას მაღალი ხარისხის ალგებრული საინტერპოლაციო სიზუსტის თვალსაზრისით სინგულარობის პარამეტრის მნიშვნელობებისათვის მოცემულ ინტერვალში.
2. განხილულია მეორე რიგის ფაზური გადასვლის წინასწარმეტყველების თეორიის ექსპერიმენტული შესაძლებლობების შემოწმება კატასტროფის მომენტში არაერთგვაროვანი გარემოსთვის. კერძოდ, არაერთგვაროვანი სისტემის შემთხვევაში განსხვავებულია მეორე რიგის ფაზური გადასვლები როცა  $\eta = (\alpha / 2\beta) \neq 0$  და  $\eta = 0$ . აღნიშნული ამოცანის ამოხსნისთვის წარმოდგენილია ექსპერიმენტის სამი ვარიანტი. მოცემულია, აგრეთვე, ახალი ტიპის მეორე რიგის ფაზური გადასვლა სამგანზომილებიან, ორგანზომილებიან და ერთგანზომილებიან არაერთგვაროვან სისტემებში.
3. წარმოდგენილია სეტყვის მარცვლების ზრდის და ღღვობის პროცესების ექსპერიმენტული მოდელირების, წვეთების გაყინვის და ყინულის ჰეტეროგენული ნუკლეაციის დარგში ჩატარებული ნამუშევრების მნიშვნელოვანი რაოდენობის მიმოხილვა.
4. ნაშრომში განხილულია სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები განზოგადოებული შემთხვევითი პროცესებისთვის ბანახის სივრცეში იმ შემთხვევისთვის, როცა სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით. მიღებულია სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების განზოგადოებული ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის პირობები.
5. წარმოდგენილ ნაშრომში განხილულია მრავალკომპონენტიანი დარეზერვებული სისტემა, რომელიც შედგება არასაიშედო, აღდგენადი ელემენტებისგან. ამ სისტემაში სრულდება მომსახურების ორი პარალელური ოპერაცია:
  - ა) მტყუნებული ელემენტის ჩანაცვლება სარეზერვოთი;
  - ბ) მტყუნებული ელემენტის აღდგენა.
 აგებულია რიგების ღია ექსპონენტური მოდელი საკვლევი სისტემის საიმედოობისა და ეფექტიანობის ანალიზისათვის. ის წარმოადგენს ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა უსასრულო სისტემას. მისგან სტაციონარულ მდგომარეობაში მიღებულია წრფივ ალგებრულ განტოლებათა უსასრულო სისტემა.
6. სტატიაში განხილულია თანამედროვე პარალელური დაპროგრამების საკითხები. აღწერილია დახარისხების ამოცანების გადაჭრის ალგორითმები და მოცემულია მათი შეფასებები. კერძოდ, განიხილება ავტორების მიერ შექმნილი ახალი ალგორითმი, რომლის სწრაფმოქმედება განისაზღვრება დასამუშავებელი ინფორმაციის ბირთვებზე გადანაწილების და მათი შესრულების ერთდროულობით, რაც იძლევა დროის შესამჩნევ მოგებას, თუ სწორედია შერჩეული გადანაწილების ალგორითმი.
7. სტატიაში განხილულია ფუნქციონალური ენების ვერიფიკაციის საკითხები. კერძოდ პასკელ ენაზე პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციისას წარმოშობილი პრობლემები

და მათი გადაწყვეტის შესაძლებლობები. წრფივი პროგრამების ვერიფიკაციისაგან განსხვავებით პარალელური პროგრამების ვერიფიკაცია მოითხოვს განსაკუთრებულ მიდგომას, რაც განპირობებულია მონაცემების პარალელურად დამუშავების თავისებურებებით. ფუნქციონალურ ენებში პარალელიზმი ბუნებრივი მოვლენაა, მაგრამ მას შეუძლია გამოიწვიოს სემანტიკური შეცდომები, რისი გათვალისწინებაც ევალება ვერიფიკატორს.

8. ნაშრომში განხილულია არაბინარული რეაქციების სტაციონარულ შემთხვევით გარემოში სასრული ავტომატების შესაძლებელი ქცევის უმარტივესი მოდელი, რომლისთვისაც დადგენილია სტაციონარული განაწილების დამყარების სინქარის ასიმპტოტური შეფასებები ავტომატების მიმდევრობების უსასრულო ავტომატებისაკენ კრებადობის განსაზღვრის შედეგად.
9. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ დამწერლობათა შორის 36 ასონიშნიანი ანბანი რიცხვითი მიმართებით ოპტიმალური სისტემა, რომელიც არქაული სამყაროსათვის დამახასიათებელი არითმეტიკული ინფორმაციის განთავსებისათვის უნივერსალური ობიექტია. დადგენილია, რომ ამ უკანასკნელის მოთხოვნებს მხოლოდ 36 ასონიშნიანი ქართული ასომთავრული ანბანი აკმაყოფილებს.

## II. პუბლიკაციები:

### ბ) უცხოეთში

მონოგრაფიები

№	ავტორი/ავტორები	მონოგრაფიის სათაური	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა

სტატიები

№	ავტორი/ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის დასახელება	ჟურნალის/კრებულის ნომერი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	G. Beltadze, J. Giorgobiani	The Stability of Equilibrium Situation in Lexicographie Strategie Games. Int. Journal of Modern Education and Computer Science	v.8, No.12, 2016	Hong-Kong <a href="http://www.mecspress.org/ijmecs/index.html">http://www.mecspress.org/ijmecs/index.html</a>	7 გვერდი
2	D. Ugulava	Суммирование рядов Фурье почти-периодических функций на локально компактных Абелевых группах. Известия ВУЗ/ English translation in Russian	v.60, No. 12. 2016	Russia	15 გვერდი

		Mathematics			
3	R. Bitsadze, M. Menteshashvili	Versions of the Characteristic Problem with Non-compact Support of Data. J. Math. Sci.	July 2016, Volume 216, Issue 4	USA, Springer	8 გვერდი p. 501–508
4	G. Chelidze, G. Giorgobiani, V. Tarieladze	Sum Range of Quaternion Series. J. Math. Sci.	v. 216, 4, 2016	USA, Springer	3 გვერდი p. 519-521
5	V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze, N. Vakhania	Characterization of $\gamma$ -Subgaussian Random Elements in a Banach Space. J. Math. Sci.	v. 216, 4, 2016	USA, Springer	5 გვერდი p. 564–568
6	E. Martin-Peinador, V. Tarieladze	Mackey topology on locally convex spaces and on locally quasi-convex groups. Similarities and historical remarks. RACSAM (Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas),	v. 110, 2, 2016, DOI 0.1007/ s13398 -015- 0256-0,	Spain, Springer	13 გვერდი p. 667 - 679
7	B. Mamporia	Linear stochastic differential equation in the Banach space (in Russian). Teor. Veroyatnost. i Primenen.	v.61, 2 (2016)	Moscow,Steklov Mathematical inst. of Russian academy of sciences	17 გვერდი p. 348–364
8	A. Lashkhi	Projection of Rational Lie Rings. J. Math. Sci.	v.218, 6, 2016	USA, Springer	9 გვერდი p. 794–802
9	F.Criado- Aldeanueva, T.Davitashvili, H.Meladze, P.Tsereteli, J.M.Sanchez	Three-Layer Factorized Difference Schemes and Parallel Algorithms for Solving the System of Linear Parabolic Equations with Mixed Derivatives and Variable Coefficients. Applied and Computational Mathematics <a href="http://acmij.az/view.php?lang=az&amp;menu=6">http://acmij.az/view.php?lang=az&amp;menu=6</a>	2016, V.15, #1	Applied and Computational Mathematics (Impact Factor 0.452, Thomson Reuters)	16 გვერდი p.51-66
<p>1. შესწავლილია ლექსიკოგრაფიული არაკოპერატიული თამაშები, რომლებშიც მოთამაშეთა სტრატეგიების სიმრავლეები მეტრიკული კომპაქტური სიმრავლეებია, ხოლო მოგების ვექტორ-ფუნქციები უწყვეტია სიტუაციათა სიმრავლეზე. შემოყვანილია სუსტი არამაკარი წონასწორობის სიტუაციის განსაზღვრება წმინდა სტრატეგიებში. განსაზღვრულია აგრეთვე მოთამაშეთა მოგების ფაქტორ-ფუნქციების ცვლილებასთან დაკავშირებით ასეთი წონასწორული სიტუაციის მდგრადობა და ლექსიკოგრაფიული არაკოპერატიული თამაშის მდგრადობა. მიღებულია ამ მდგრადობის პირობები. დამტკიცებულია, რომ თუ</p>					

ლექსიკოგრაფიულ თამაშში არსებობს ერთადერთი წონასწორობის სიტუაცია, მაშინ იგი არის მდგრადი სიტუაცია და შესაბამისი თამაშიც მდგრადია.

2. უწყვეტი პერიოდული ფუნქციებისათვის ცნობილი ზოგიერთი კლასიკური შედეგი განზოგადებულია ლოკალურად კომპაქტურ აბელის ჯგუფებზე განსაზღვრულ თითქმის პერიოდული ფუნქციებისათვის. შემოყვანილია და შესწავლილია ფურიეს მწკრივთა ბოხნერ-რისის ცნობილი საშუალოების გარკვეული ანალოგები. შედეგები ილუსტრირებულია მაგალითებით.
3. სტატიაში განხილულია მახასიათებელ ამოცანათა არაწრფივი ვარიანტები მონაცემთა არაკომპაქტური მზიდებით. შესწავლილია ამოცანების კორექტულობა. მიღებულია ამოცანათა ამოხსნები და განსაზღვრის არეები.
4. ნაჩვენებია, რომ განსხვავებით კომპლექსურ რიცხვთა ველისგან, კვატერნიონების ტანში  $\mathbb{H}$ , მოდულით 1-ის ტოლი არცერთი კვატერნიონისთვის  $|z| = 1, z \neq 1, z \neq -1$ , მწკრივი  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$  არ არის უნივერსალური  $\mathbb{H}$ -ში.
5. ნაშრომში ნაჩვენებია, რომ ტიპი 2-ის მქონე ბანახის რეფლექსურ სივრცეში სუსტად სუბგაუსური შემთხვევითი ელემენტი გამა-სუბგაუსურია მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა მის მიერ ინდუცირებული ოპერატორი 2-შემკრებია.
6. ნაშრომი მიმოხილვითი ხასიათისაა; მასში განხილულია ვექტორულ სივრცეებსა და აბელის ჯგუფებში მაკის ტიპის ტოპოლოგიების არსებობასთან დაკავშირებული პრობლემები.
7. განხილულია წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები იმ შემთხვევისთვის, როცა სტოქასტური ინტეგრალი აიღება ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე არაწინმსწრები შემთხვევითი პროცესიდან რიცხვითი ვინერის პროცესით. მიღებულია წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების განზოგადებული ამონახსნები, რომლებიც რადონიზებადობის პირობების დაკმაყოფილების შემთხვევაში წარმოადგენენ შესაბამისი წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების ამონახსნებს ბანახის სივრცეში.
8. სტატია წარმოადგენს ავტორის მიერ ადრე გამოქვეყნებული ნაშრომის გაგრძელებას, სადაც დამტკიცებულია, რომ ზეამოხსნადი ლის რგოლის ყოველი ნორმალური მესერული იზომორფიზმი ინდუცირებულია ბუნებრივი იზომორფიზმით. ამ სტატიაში განზოგადებულია აღნიშნული თეორემა რაციონალური რგოლებისათვის.
9. ნაშრომში განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა პარაბოლური ტიპის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებისათვის. ამ ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის მისაღებად აკად. ა. სამარსკის რეგულარიზაციის მეთოდის გამოყენებით აგებულია ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა. დამტკიცებულია ამ სქემის ამონახსნის კრებადობა საწყისი დიფერენციალური ამოცანის ამონახსნისაკენ. დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის გლუვი ამონახსნების შემთხვევაში შეფასებულია სხვაობიანი სქემის კრებადობის სიჩქარე. მიღებული სხვაობიანი განტოლებების ამონახსნელად შემუშავებულია პარალელური ალგორითმები, რომელთა რეალიზაცია შესაძლებელია კლასტერის ტიპის კომპიუტერულ სისტემაზე. ასეთი სისტემებისათვის მოყვანილია ალგორითმის ფსევდო-კოდი და მოყვანილია რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგები, რომლებიც ადასტურებს რიცხვითი ალგორითმის ეფექტურობას.

### III. 1. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა

#### ა) საქართველოში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მომხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	J. Sanikidze ,	On construction and application of	South Caucasus Grid&Cloud Computing

	M. Kublashvili	some quadrature formulas of high accuracy for Cauchy type singular integrals	Workshop (SCCTW 2016), Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
2	M. Kublashvili, M. Zakradze, N. Koblishvili Z. Sanikidze	On Solving the Dirichlet Generalized Problem for a Harmonic Function in the Case of an Infinite Plane with a Crack-Type Cut	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016), Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
3	Ed. Abramidze	A numerical analysis of deformed multilayered ellipsoidal non-linear shells	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო
4	D. Ugulava	Approximation in mean on homogeneous spaces	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო
5	D. Ugulava, D. Zarnadze, M. Kublashvili, P. Tsereteli	On Calculation of the Inverse of Multidimensional Harmonic Oscillator on Schwartz Space	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016), Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
6	გ. ბღაღაძე, მ. მენთეშაშვილი	კვანძოვანი განტოლებების ზოგადი ინტეგრირება და კომპლექსური ანალიზის ამოცანის განსახილველად არეები	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო
7	M. Nikoleishvili V. Tarieladze	Equivalence of two problems of integer-valued optimization	Inter-University Scientific-Practical Conf. "Georgia – Facing Recent Challenges" at Sukhishvili Teaching University, Gori, Georgia, May 28 – 9, 2016.
8	V. Kvaratskhelia	Unconditional convergence of random series	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო
9	S.A.Chobanyan	Inequalities on rearrangements of summands with application in a.s. convergence of functional series. პლენარული მოხსენება	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო

			რემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო
10	L.A.Chobanyan, S.A.Chobanyan	A Monte-Carlo Algorithm for Finding a Near Optimal Rearrangement of the Steinitz Functional	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
11	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili.	On Some Applications of Hadamard Matrices.	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
12	B. Mamporia , G. Chelidze, N. Vakhania	An Algorithm for Distributing Jobs in Cluster Environment	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
13	B. Mamporia	On Modeling of the Turbulent Movement	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
14	V. Tarieladze	Computational Aspects of a Discrete Extremum	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
15	V. Tarieladze	K. Ito (7.IX.1915 – 10.XI.2008) a great probabilist of XX-th century	Int. Conf. “Applications of random processes and mathematical statistics in Financial Economy and Social Sciences”, Georgian-American University, September 19 – 21, 2016, Tbilisi, Georgia
16	H. Meladze , T. Davitashvili	On One Nonlocal Contact Problem for Elliptic Equation and its Numerical Solution	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
17	L. Shetsiruli , M. Pkhovelishvili , N. Archvadze , O. Ioseliani	The Algorithm of Parallel Programming Using “Small Delay”	South Caucasus Grid&Cloud Computing Workshop (SCCTW 2016),Tbilisi, Georgian Technical University, 3 – 7 October, 2016. <a href="https://indico.cern.ch/event/572800/">https://indico.cern.ch/event/572800/</a>
18	Hamlet Meladze, Tinatin Davitashvili	Some Algorithms of Solving the Systems of Nonlinear Algebraic Equations on Parallel Computing Systems	საქართველოს მათემატიკოსთა კავშირისა და საქართველოს მექანიკოსთა კავშირის VII გაერთიანებული საერთაშორისო კონფერენცია "უწყვეტ გარემოთა მექანიკა და ანალიზის მონათესავე საკითხები". 5-9 სექტემბერი, 2016 წ. ბათუმი, საქართველო Book of Abstracts, pp.166-167, <a href="http://www.gmu.ge/Batumi2016/">http://www.gmu.ge/Batumi2016/</a>
19	გიორგი ღლონტი, ზურაბ ყიფშიძე	დიდი მასივების მონაცემთა ბაზებიდან ცოდნის მოპოვების ერთი კონსტრუქციული მეთოდი.	თბილისი, 1-3 ოქტომბერი, 2016

	<p>მე-4 საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია  "კომპიუტინგი/ინფორმატიკა, განათლების მეცნიერებები, მასწავლებლის განათლება"</p>	
--	---	--

მოსხენებათა ანოტაციები

- ერმიტის ცნობილი ფორმულის გამოყენებით აგებულია გაუსის ტიპის კვადრატურული პროცესი კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის, რომელიც შეიცავს რა ინტეგრალქვეშა ფუნქციის  $n$  მნიშვნელობას, დამატებითი წევრის გარეშე ზუსტია ნებისმიერი  $2n$  ხარისხის პოლინომისთვის.
- განხილულია ჰარმონიული ფუნქციისათვის დირიხლეს განზოგადებული ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის პროცესი კონკრეტული არეების შემთხვევაში. მოყვანილია საილუსტრაციო მაგალითები, რაც ადასტურებს წარმოდგენილი ალგორითმის ეფექტურობას.
- მიღებული და ამოხსნილია ბრუნვითი ფენოვანი გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების შესაბამისი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა, სადაც გათვალისწინებულია გარსის სისქის გასწვრივ წარმოქმნილი ნორმალური დეფორმაციის არსებობა.
- ზოგიერთი სახის ერთგვაროვან სივრცეებზე განსაზღვრულ კვადრატით ინტეგრებად ფუნქციათა სივრცეებისათვის დამტკიცებულია ჯეკსონის ტიპის თეორემა. ამ მიზნით შემოყვანილი და შესწავლილია გარკვეული ტიპის უწყვეტობის მოდულები. თეორემა ილუსტრირებულია იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ერთგვაროვან სივრცედ აღებულია სამგანზომილებიანი ევკლიდეს სივრცის ერთეულოვანი სფერო.
- განხილულია მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ოპერატორის შემცველი ოპერატორული განტოლების ამოცანის ამოხსნა შვარცის სივრცეში. ეს არის შრედინგერის ამოცანა, რომელიც მნიშვნელოვანია თეთრი ხმაურის შესწავლისათვის და აგრეთვე დაკავშირებულია სუპერსიმეტრიულობასთან ქვანტურ მექანიკაში. თეორიული გამოკვლევები განხორციელდა ევკლიდეს მრავალგანზომილებიან სივრცეზე განსაზღვრულ შვარცის ფუნქციათა სივრცეში. გამოყენებულ იქნა უმცირეს კვადრატთა მეთოდი: ბაზისურ ფუნქციებად აღებულია ერმიტის ფუნქციების ნამრავლი, რომელიც ქმნის ბაზისს ამ სივრცეში და წარმოადგენს განხილული ოპერატორის საკუთრივ ფუნქციებს. დამტკიცებულია მიახლოებითი ამონახსნების კრებადობა ზუსტი ამოხსნისაკენ.
- განხილულია მეორე რიგის ზოგიერთი სპეციფიკური კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური განტოლება შესაძლო პარაბოლური გადაგვარებით. პირველი ინტეგრალების დახმარებით აგებულია განტოლებათა ზოგადი ინტეგრალები, რომელთა გამოყენება ხდება კოშის ამოცანის შესწავლისას. დადგენილია ამოცანის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურაც.
- მოსხენება მიეძღვნა მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის შემდეგი ორი ამოცანის ექვივალენტობას:

$$I. b(L, n; 0; 0; \dots, 0_n; s_1, \dots, s_n) = \max\{\prod_1^n (x_i + s_i) : (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{B}(L, n; )\}$$

$$II. b(L, n; k_1, \dots, k_n; 0; \dots; 0) = \max\{\prod_1^n x_i : (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{B}(L, n), x_i > k_i\}$$

სადაც

$$b(L, n; k_1, \dots, k_n; s_1, \dots, s_n) = \max\{\prod_1^n (x_i + s_i) : (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{B}(L, n; k_1, \dots, k_n)\}$$

$$\mathcal{B}(L, n; k_1, \dots, k_n) = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{B}(L, n) : x_i > k_i, i = 1, \dots, n\}$$

$$\mathcal{B}(L, n) = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{N}^n : \sum_{i=1}^n x_i = L\}.$$

8. ვთქვათ,  $X$  არის ბანახის სივრცე,  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  არის ალბათური სივრცე და  $(\xi_k)$  არის  $\Omega$ -ზე განსაზღვრული შემთხვევითი ელემენტების მიმდევრობა მნიშვნელობებით  $X$  ბანახის სივრცეში. ჩვენ ვიტყვით, რომ შემთხვევითი მწკრივი  $\sum_{k=1}^n \xi_k$  იკრიბება თითქმის ყველგან (თ.ყ.) უპირობოდ  $X$  ბანახის სივრცეში, თუ არსებობს სიმრავლე  $\Omega_0 \in \mathcal{A}, \mathbb{P}(\Omega_0) = 1$ , რომლისთვისაც მწკრივი  $\sum_{k=1}^n \xi_k(\omega)$  იკრიბება უპირობოდ  $X$ -ის ნორმის ტოპოლოგიაში ყოველი  $\omega \in \Omega_0$ -სათვის (ანუ, ნატურალურ რიცხვთა ყოველი  $\pi$  გადანაცვლებისათვის მწკრივი  $\sum_{k=1}^n \xi_{\pi(k)}(\omega)$  კრებადია ყოველი  $\omega \in \Omega_0$ -სათვის). წარმოდგენილ მოხსენებაში განხილული და შესწავლილია ბანახის სივრცეში თ.ყ. უპირობოდ კრებადი შემთხვევითი მწკრივები. აგრეთვე გამოკვლეულია მწკრივთა თ.ყ. უპირობოდ კრებადობის კავშირი ბანახის სივრცის გეომეტრიულ თვისებებთან.
9. მოხსენებაში წარმოდგენილია “გადატანის” თეორემა ნიშნებისა და გადანაცვლებებისთვის. თეორემიდან გამომდინარეობს მორე-პიზიეს და გარსია-ნიკიშინის ტიპის შედეგები. აღნიშნულია ამ თეორემის გამოყენებები ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების კრებადობის თეორიაში, დაგეგმვის, განსხვავებულობის (discrepancy) თეორიის და მანქანური სწავლების (machine learning) საკითხებში.
10. მოხსენებაში წარმოდგენილია “გადატანის” თეორემისა და მაქსიმალური უტოლობის გამოყენებები შტეინიცის ფუნქციონალის შეფასებისთვის, რომელსაც მნიშვნელოვანი გამოყენებები აქვს დაგეგმვის, განსხვავებულობის (discrepancy) თეორიის და მანქანური სწავლების (machine learning) ამოცანებში. მოცემულია თითქმის ოპტიმალური გადანაცვლების პოვნის ამოცანის ალგორითმული ამოხსნები. სხვა მეთოდებთან ერთად განხილულია მონტე-კარლოს მეთოდი. მიღებული ალგორითმები პოლინომიალური სირთულისაა.
11. ლიტერატურაში ცნობილია მატრიცების სხვადასხვა ტიპი, რომელთაც გააჩნიათ გარკვეული თვისებები, რომლებიც საინტერესო და სასარგებლოა როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით. ცნობილ მატრიცას ორთოგონალური თვისებით წარმოადგენს ადამარის მატრიცა, რომლის პირველი განსაზღვრება ეკუთვნის ჯ.ჯ. სილვესტრს (1867 წ.) და რომელიც მოგვიანებით საფუძვლიანად შეისწავლა ჟ. ადამარმა (1893 წ.). ადამარის მატრიცა არის კვადრატული მატრიცა, რომლის ელემენტებია  $+1$  ან  $-1$  და რომლის სტრიქონები (და, შესაბამისად, სვეტებიც) არიან წყვილ-წყვილად დამოუკიდებლები. წარმოდგენილ პრეზენტაციაში მოკლედ არის მიმოხილული ადამარის მატრიცების თეორია. გარდა ამისა, ნახვენებია ადამარის მატრიცის ერთი რიცხვითი მახასიათებლის თვისებები.
12. განხილულია  $n$  რაოდენობის ამოცანის  $m$  რაოდენობის პროცესორზე გადანაწილების ამოცანა ისე, რომ ამოცანათა დამუშავება მოხდეს ოპტიმალურ დროში. განხილულია ის შემთხვევა, როცა ამოცანათა დამუშავებას ჭირდება განსხვავებული დროები და პროცესორებს გააჩნიათ განსხვავებული სიმძლავრეები, თუმცა მოცემული პროცესორის სიმძლავრე იდენტურია ყველა ამოცანისთვის. პრობლემის სირთულიდან გამომდინარე ხდება ევრისტიკული მოდელების ძიება, ანუ, ისეთი მოდელების, რომლებიც არ არიან ოპტიმალური, მაგრამ გარკვეული პრაქტიკული მოსაზრებების გამო, მიზანშეწონილია მათი გამოყენება. მოყვანილია მარტივი ალგორითმი, რომელიც ოპტიმალურია იმ შემთხვევისთვის, როცა  $n$  ნაკლებია ან ტოლი  $m$  -ზე, მაგრამ როცა  $n = m + 1$ -სთვის უკვე არ არის ოპტიმალური. ტურბულენტური გარემოს ფიქსირებულ წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სინქარის იმპულსი შემთხვევითი სიდიდეს, დროის ინტერვალში სინქარის იმპულსების რაოდენობა დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცე-



სია. განვითარებული მათემატიკური თეორია იძლევა წერტილში დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის გამოსახულების მიღების საშუალებას, რომელიც წარმოიდგინება ფუნქციონალურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესის წრფივი ფუნქციონალის სახით.

13. ტურბულენტური გარემოს ფიქსირებულ წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის იმპულსი შემთხვევითი სიდიდეა, დროის ინტერვალში სიჩქარის იმპულსების რაოდენობა დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცესია. განვითარებული მათემატიკური თეორია იძლევა წერტილში დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის გამოსახულების მიღების საშუალებას, რომელიც წარმოიდგინება ფუნქციონალურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესის წრფივი ფუნქციონალის სახით.
14. მოხსენება მიეძღვნა მეოცე საუკუნის გამოჩენილ საბჭოთა მათემატიკოსსა და პროგრამისტს ა. ს. კრონროდის (1921—1986) ხსოვნას. მასში კრონროდის ცხოვრებისა და საქმიანობის მოკლე მიმოხილვის შემდეგ საუბარი იყო დისკრეტული ექსტემუმის ერთი პრობლემის გამოთვლით ასპექტებზე (მოხსენება შეიძლება მიეკუთვნოს მიმართულება 3-ის პირველ და მესამე ამოცანებს).
15. მოხსენება მიეძღვნა მეოცე საუკუნის დიდი იაპონელი მათემატიკოსის კ. იტოს ზოგიერთ მათემატიკურ ნაშრომს.
16. მოხსენებაში განხილულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა ელიფსური ტიპის შერეულწარმოებულებიანი წრფივი განტოლებებისათვის. არალოკალური სასაზღვრო პირობები დასმულია არის შიგნით მდებარე მონაკვეთებზე. დამტკიცებულია ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. შემუშავებულია ამოცანის მიახლოებითი ამონახსნის მოძებნის იტერაციული ალგორითმი, რომელიც საშუალებას იძლევა იტერაციის ყოველ ბიჯზე ამოვხსნათ დირიხლეს ამოცანა.
17. მოხსენებაში განხილულია თანამედროვე პარალელური დაპროგრამების საკითხები. აღწერილია პარალელური დაპროგრამებით მრავალბირთვიან კომპიუტერებზე დახარისხების ამოცანების გადაჭრის დროს წარმოშობილი პრობლემები და მათი გადაჭრის შესაძლებლობები. განხილულია ავტორების მიერ შექმნილი ახალი ალგორითმი “მცირე დაგვიანებით“, რომლის ძირითადი იდეა დაფუძნებულია დასამუშავებელი ინფორმაციის ბირთვებზე თანდათანობით, „ბანქოს დარიგების“ პრინციპით გადანაწილებასა და ბირთვებზე დავალების შესრულებასთან მათი მოცდენის მაქსიმალურად შემცირებით.
18. მოხსენებაში განხილულია არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ამონახსნის პარალელური იტერაციული მეთოდები, რომლებიც შეიძლება ეფექტურად იქნეს რეალიზებული პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. ზოგიერთ კერძო შემთხვევაში შეფასებულია იტერაციული მეთოდების კრებადობის სიჩქარე.
19. მოხსენებაში განხილულია დიდი მასივების მონაცემთა ბაზებიდან ცოდნის მოპოვების კონსტრუქციული მეთოდები, აგრეთვე შემუშავებულია მოთხოვნები მიკროეკონომიკური პანელური მონაცემების დამუშავების სისტემისადმი.

### ბ)უცხოეთში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მოხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	M. Menteshashvili, A. Figula	არაწრფივი კომის ამოცანის ამოხსნის განსაზღვრის არეობა	4 <sup>th</sup> Int. Conf. “Lie Groups, Differential Equations and Geometry”. 8 – 15 June, 2016,

		გეომეტრიის შესახებ	Modica, Italy (EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721)
2	V. Tarieladze	Locally quasi-convex groups 65 years later	Interdisciplinary Colloquium in Topology, September 1-2, 2016, Pamplona, Spain.
3	V. Kvaratskhelia, A. Figula	ადამარის მატრიცები, ადამარის ჰიპოთეზა და მასთან დაკავშირებული პრობლემები	4 <sup>th</sup> Int. Conf. "Lie Groups, Differential Equations and Geometry". 8 – 15 June, 2016, Modica, Italy
4	G. Giorgobiani	Some Problems on the Rearrangements of Series	4 <sup>th</sup> Int. Conf. "Lie Groups, Differential Equations and Geometry". 8 – 15 June, 2016, Modica, Italy (EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721)
5	M. Razmadze	Summary of Results achieved under the LIE-DIFF-GEOM Project and Future Prospects of Cooperation with MICM-GTU	4 <sup>th</sup> Int. Conf. "Lie Groups, Differential Equations and Geometry". 8 – 15 June, 2016, Modica, Italy (EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721)
6	A. Lashkhi, T. Kvirikashvili	On the fundamental theorem of geometric algebra over SF-rings	4 <sup>th</sup> Int. Conf. "Lie Groups, Differential Equations and Geometry". 8 – 15 June, 2016, Modica, Italy (EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721)
7	A. Lashkhi	Modeling of ring geometry from von Neumann's Point of view	Research workshop of the Israel Science Foundation "Groups, Algebras and Identities" Honoring Boris Plotkin's 90th birthday. Jerusalem - Tel Aviv, Israel, March 20-24, 2016
8	T.Davitashvili, H.Meladze	On one nonlocal contact problem for Poisson's equation in 2d area // <a href="http://events.math.unipd.it/imse2016/sites/default/files/book-of-abstracts.pdf">http://events.math.unipd.it/imse2016/sites/default/files/book-of-abstracts.pdf</a>	14th International Conference on Integral Methods in Science and Engineering (IMSE 2016), Book of Abstracts, p.26 25-29 of July, 2016, department of Mathematics, University of Padova, Padova, Italy
9	Н.Н. Арчвадзе М.Г. Пховелишвили Л.Д. Шецирули	Особенности параллельного программирования на языке Haskell <a href="http://sait.kpi.ua/media/filer_public/73/32/7332a68e-e93b-4c57-a3c8-66f11ee074cd/sait2016ebook.pdf">http://sait.kpi.ua/media/filer_public/73/32/7332a68e-e93b-4c57-a3c8-66f11ee074cd/sait2016ebook.pdf</a>	Proceedings of the System Analysis and Information Technologies 18-th International Conference SAIT 2016, 30 Май – 2 Июнь, 2016, Киев, Украина

1. მეორე რიგის კვაზიწრფივი განტოლებისათვის (დუბრეიდ-ჟაკოტენის განტოლება) შესწავლილია კომისა და კომის შექცეული ამოცანები. დადგენილია საწყისი ამოცანის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურა. დადგენილია საწყის მონაცემებზე პირობები, როცა ამოცანის განსაზღვრის არეში არსებობს ამონახსნის არარსებობის ქვეარეები.
2. მოხსენება მიეძღვნა ლოკალურად კვაზი-ამოხსნეკილი ტოპოლოგიური ჯგუფების თეორიაში მიღებული შედეგების მიმოხილვას.
3. პრეზენტაციაში მიმოხილულია უახლესი მიღწევები ადამარის ჰიპოთეზის გადაწყვეტის მიმართულებით. განხილულია ადამარის მატრიცის ზოგიერთი გამოყენება ფუნქციონალურ ანალიზში. კერძოდ, ადამარის მატრიცების გამოყენებით შესწავლილია გარკვეული ტიპის მწკრივების უპირობო კრებადობის პირობები ზოგად ბანახის სივრცეში.
4. მოხსენება ეძღვნება მეტრიზებად ვექტორულ სივრცეებში მწკრივის გადანაცვლებებ-

თან დაკავშირებულ ამოცანებს. მოკლედ არის მიმოხილული პრობლემატიკის განვითარება და ავტორისა და მისი კოლეგების შედეგები ამ მიმართულებით. ასევე განხილულია ზოგიერთი ახალი დაკვირვება გარკვეული ტიპის ოპერატორებზე.

5. მოხსენებაში აღწერილია აღნიშნული პროექტის “Lie groups, differential equations and geometry” ფარგლებში ინსტიტუტის მონაწილეობა და სამომავლო საერთაშორისო თანამშრომლობის პერსპექტივები.
6. R რგოლს, რომელსაც აქვს თვისება, რომ ყოველი სასრული n რანგის R-მოდულში ყოველი n ელემენტური გენერატორი სიმრავლე წარმოადგენს ბაზისს, ეწოდება IB-რგოლი. IB-რგოლს R ეწოდება SF-რგოლი თუ ყოველი R-მოდული არის თავისუფალი. ავტორები წარმოადგენენ SF-რგოლებზე პროექციული სივრცეების პროექციული გეომეტრიის ფუნდამენტური თეორემის ზოგიერთ ნაწილს, რაც იძლევა ალგებრული დახასიათების პერსპექტივას. კომპუტაციური SF-რგოლისთვის R (კომპუტაციურობის პირობა გადამწყვეტია) ნაჩვენებია, რომ R-ზე, n რანგის თავისუფალ მოდულზე განსაზღვრული პროექციული სივრცის პროექციული ასახვა თავის თავზე, რომელიც უძრავად ტოვებს რომელიმე სიმპლექსის ყველა წერტილს, აუცილებლად იგივეურია.
7. ზოგად რგოლებზე განსაზღვრული მოდულებისათვის შესწავლილია კოორდინატიზაციის პრობლემა; მთავარ იდეალთა რგოლებზე განსაზღვრული მოდულებისათვის დამტკიცებულია რ. ბერი - ჯ. ფონ ნეიმანის თეორემის ანალოგი.
8. მოხსენებაში განხილულია ორგანიზაციების არეში არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა პუასონის განტოლებებისათვის. ამ განტოლებებისათვის განხილულია დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანები, ხოლო არალოკალური პირობები დასმულია არის შიგნით მდებარე მონაკვეთებზე. დამტკიცებულია ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. მოყვანილია რიცხვითი გათვლების შედეგები.
9. მოხსენებაში განხილულია პარალელური დაპროგრამების თავისებურებანი დაპროგრამების ენაზე Haskell. პარალელური გამოთვლების ორგანიზების და სინქრონიზაციის მიზნით დაპროგრამების ენაში შეტანილია კონსტრუქციები, რომლებიც იძლევა ცხადი მართვის საშუალებას.

#### IV. 2. საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტისა და გრანტების გარეშე შესრულებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მიითითებით	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები	დაფინანსების წყარო (ადგილობრივი გრანტი, უცხოური გრანტი)
1	Lie groups, differential equations and geometry. მათემატიკა; ლის ჯგუფები, დიფერენციალური განტოლებები, გეომეტრია.	პროექტის დირექტორი ლ. კოზმა, (დებრეცენი, უნგრეთი). პროექტის კოორდინატორი სტუ-ს მხრი-	ა. ლაშვი, ვ. კვარაცხელია, მ. მენთეშაშვილი	ევროკომისია, EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721. 2013-2016

		დან პროფ. ა. ლაშვი		
2	Modernization of Mathematics and Statistics curricula for Engineering and Natural Sciences studies in Georgian and Armenian Universities by introducing modern educational technologies (MATH-GeAr)	Coordinator: University of Saarland, Germany	გ. გიორგობიანი, ი. ჩოგოვაძე	ევროკომისია, TEMPUS IV-6. 2013-2016. <a href="http://www.mathgear.eu/">http://www.mathgear.eu/</a>
3	Developing tools for lifelong learning in Transcaucasus region: e-Learning (ARMAZEG)	Coordinator: Katholieke Universiteit Leuven / KU Leuven	პ. მელაძე	ევროკომისია, 544605-TEMPUS-1-2013-1-BE-TEMPUS-JPHES, 2013-2016. <a href="http://www.eden-online.org/node/923/">http://www.eden-online.org/node/923/</a>
4	მათემატიკის სწავლების საკითხები, სწავლების მეთოდოლოგიის პრობლემები და პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტის გზები.	მ. მენტეშაშვილი	ვ. ბერიკაშვილი, მ. ბრეგვაძე	საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ახალგაზრდა მეცნიერთა და სტუდენტთა ინოვაციურ საქმიანობათა ხელშეწყობის ცენტრი
<b>გარდამავალი (მრავალწლიანი) კვლევითი პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგები</b>				
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. პროექტის ფარგლებში ვ. კვარაცხელია და მ. მენტეშაშვილი პალერმოს უნივერსიტეტის მიწვევით იმყოფებოდნენ მივლინებით იტალიაში, ქალაქ მოდიკაში სადაც გააკეთეს 2 მოხსენება (იხ. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა, უცხოეთში [1, 3]).</li> <li>2. საანგარიშო წელს მიმდინარეობდა ახალი სილაბუსების დახვეწა და გამოცდა საინჟინრო ფაკულტეტებზე საპილოტე კურსებში. მათემატიკის ელექტრონული სასწავლო პროგრამის “Math-Bridge” –ის გარემოში შექმნილია სავარჯიშოები და სხვა მასალა. მუშაობს ქართული მათემატიკური პორტალი.</li> <li>3. პროექტის ფარგლებში გათვალისწინებულია ელექტრონული/უწყვეტი სწავლების ცენტრების შექმნა, ელექტრონული მასწავლებელი ტექნოლოგიების შემუშავება და დანერგვა ამიერკავკასიის რეგიონში, მასწავლებელთა მომზადება, საგანმანათლებლო მასალების მომზადება.</li> <li>4. პროექტში განხილულია ბაკალავრიატში მათემატიკისა და ინფორმატიკის სწავლების ზოგიერი კონკრეტული საკითხის სწავლების მეთოდური პრობლემები.</li> </ol>				

### დამატებითი ინფორმაცია

#### გამოსაქვეყნებლად მომზადებული ნაშრომები:

1. M. Kublashvili, M. Zakradze, N. Koblishvili, Z. Sanikidze. Investigation and numerical solution of some 3D internal Dirichlet generalized harmonic problems in finite domains. ა. რაზმაძის სახელობის მათემატიკის ინსტიტუტის შრომები (იბეჭდება).

2. З. Хухунашвили. Алгебра-геометрическая теория динамики процессов (მონოგრაფია, 250 გვ., მომზადების პროცესში).
3. J. Giorgobiani. Long-term Inventory Control Problem for Cascade Systems. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences (იბეჭდება).
4. D. Ugulava. Approximation in mean on compact homogeneous spaces. (გადაცემულია ჟურნალში Transactions of A.Razmadze Math. Journal).
5. S.A.Chobanyan, S. Levental. Transference inequalities in rearrangements of functional series. Georgian Mathematical Journal, 2016. (იბეჭდება).
6. G. Chelidze, S. Chobanyan, G. Giorgobiani and V. Tarieladze. Trigonometric series and the  $(\square, \square)$  condition (მომზადებულია გამოსაქვეყნებლად).
7. S. Chobanyan and V. Tarieladze. Sum range problem (მომზადების პროცესში).

**პედაგოგიური საქმიანობა:**

1. საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტი: ა. ლაში (პროფესორი, ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის გამოთვლითი მათემატიკის დეპარტამენტის ხელმძღვანელი); პროფესორები: ვ. ტარიელაძე, ვ. კვარაცხელია, დ. უგულავა, ასოცირებული პროფესორები: ედ. აბრამიძე, ზ. სანიკიძე, გ. გიორგობიანი, მ. მენტემაშვილი, მ. ნაჭყებია; მოწვეული პროფესორები: გ. ბაღათურია; გ. ცერცვაძე.
2. ილიას სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ჯ. გიორგობიანი – მოწვეული პროფესორი.
3. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ჯ. სანიკიძე – მოწვეული პროფესორი.
4. სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: ვ. კვარაცხელია - პროფესორი; ასოცირებული პროფესორები: მ. მენტემაშვილი, მ. ნაჭყებია.
5. თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებული ეკონომიკის საერთაშორისო სკოლა (ISET): ს. ჩობანიანი - პროფესორი.
6. წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი: ჰ. მელაძე – პროფესორი.
7. შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი, კომპიუტერული ტექნოლოგიებისა და საინჟინრო საქმის ფაკულტეტი: გ. დლონტი - ასოცირებული პროფესორი; მ. რაზმაძე - მოწვეული პროფესორი.
8. გორის სუხიშვილის სასწავლო უნივერსიტეტი: მ. ნიკოლეიშვილი.

**დოქტორანტის ხელმძღვანელობა:**

1. ზ. სანიკიძე ხელმძღვანელობს სტუ-ს სამშენებლო ფაკულტეტის დოქტორანტს მირიან კუბლაშვილს (დოქტორანტურის მესამე წელი, სადისერტაციო თემა: “სამშენებლო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდის გამოყენებით”).

**დისერტაციების ოპონენტობა:**

1. ჰამლეტ მელაძე. სადოქტორო (აკადემიური ხარისხი) დისერტაციის ოპონენტობა: ლეილა სულავა – “არაწრფივი სოციალური პროცესების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება”. სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, 2016.
2. გურამ ცერცვაძე. სადოქტორო (აკადემიური ხარისხი) დისერტაციის ოპონირება:

პეტრე პეტაშვილი - „კოლექტიური ინტელექტის მეთოდების გამოყენება მულტი-რობო-ტული სისტემების მართვაში“. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2016 წ. ივნისი.

#### მივლინებები:

1. ვ. ტარიელაძე (31 აგვისტო – 15 სექტემბერი, 2016) მივლინებული იყო მადრიდში, ესპანეთი (Complutense University of Madrid). მივლინება დააფინანსეს სტუ-ს ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტმა (მგზავრობა) და მადრიდის კომპლუტენსეს უნივერსიტეტის მათემატიკის ინტერდისციპლინარულმა ინსტიტუტმა (ესპანეთში ყოფნის ხარჯები).
2. ს. ჩობანიანი (ივლისი – აგვისტო, 2016) იმყოფებოდა მივლინებით მიჩიგანის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, აშშ, (Department of Statistics and Probability of Michigan State University) ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოების ჩასატარებლად.
3. 2016 წლის 20-24 მარტს ისრაელის სამეცნიერო ფონდის, ისრაელის მათემატიკოსთა კავშირის და ისრაელის ხუთი წამყვანი უნივერსიტეტის მხარდაჭერით ჩატარდა სამეცნიერო ვორკშოპი "Groups, Algebras and Identities", რომელსაც ჩვენი ინსტიტუტიდან დაესწრნენ ა. ლაშხი, ვ. კვარაცხელია, ვ. ტარიელაძე, ს. ჩობანიანი და მ. მენთეშაშვილი. ვორკშოპი მიეძღვნა ცნობილი მათემატიკოსის ბორის პლოტკინის დაბადებიდან 90-ე წლისთავს. (<http://u.math.biu.ac.il/~vishne/Conferences/Plotkin90/>). ვორკშოპს მასპინძლობდნენ იერუსალიმის ჰებრიუს და ტელ ავივის ბარ ილანის უნივერსიტეტები. ვორკშოპის ერთი სხდომა გაიმართა ბარ ილანის უნივერსიტეტში, ხოლო დანარჩენი სხდომები ჩატარდა ჰებრიუს უნივერსიტეტის აინშტაინის მათემატიკის ინსტიტუტში. ვორკშოპზე წაკითხული იქნა 30 მოხსენება, რომელთა შორის ერთი მოხსენება ჩვენი ინსტიტუტის მთავარი მეცნიერ-თანამშრომლის, ა. ლაშხის მოხსენება იყო. აღსანიშნავია, რომ ვორკშოპზე მოხსენება გააკეთა იუბილარმაც, 90 წლის ბორის პლოტკინმა. უნდა ითქვას, რომ ამ ვორკშოპზე თავი მოიყარა მრავალმა გამორჩეულმა მათემატიკოსმა. მაგალითად, ერთ-ერთი მონაწილე, ევიმ ზელმანოვი, მათემატიკის დარგში მაღალი საერთაშორისო ჯილდოს - ფილდსის მედლის მფლობელია.
4. 2016 წლის 8-15 ივნისს იტალიის ქალაქ პალერმოს უნივერსიტეტის ორგანიზებით ჩატარდა მე-4 საერთაშორისო კონფერენცია "Lie groups, Differential equations and Geometry", რომელსაც უმანსპინძლა სიცილიის ქალაქმა მოდიკამ. კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობა მიიღეს იტალიის, გერმანიის, უნგრეთის, ჩეხეთის, სამხრეთ აფრიკის, ავსტრიის და საქართველოს წარმომადგენლებმა. გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის თანამშრომლებმა კონფერენციაზე წაკითხეს ხუთი მოხსენება, რომლებიც ასახულია ანგარიშში.
5. გურამ ცერცვაძე (21.08.2016 – 30.08.2016) სამეცნიერო მივლინება მიწვევით შმალკალდენის (Schmalkalden) ინფორმატიკის ინსტიტუტში, გერმანია.

#### სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზება:

1. მიმდინარე წლის 3-7 ოქტომბერს ჩატარდა საერთაშორისო ვორკშოპი "South Caucasus Computing and Technology Workshop 2016 (SCCTW'2016)", რომლის ორგანიზატორები იყვნენ ბირთვული კვლევების ევროპული ორგანიზაცია (CERN), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი. (მასალები იხილეთ CERN-ის ვებ-გვერდზე: <https://indico.cern.ch/event/572800/>.) ეს ღონისძიება წარმოადგენს მსგავსი ტიპის ვორკშოპების ლოგიკურ გაგრძელებას,

რომელთაც 2010, 2012 და 2014 წლებში მასპინძლობდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და რომლებშიც საქართველოს მეცნიერებთან და CERN-ის ექსპერტებთან ერთად მონაწილეობა მიიღეს დასავლეთ ევროპის და სამხრეთ-კავკასიის ქვეყნების წარმო მადგენლებმა. ძირითადი თემა, რომელიც ვორკშოპზე იქნა განხილული, იყო განაწილებულ კომპიუტინგთან და CERN-ის დიდ ადრონულ კოლაიდერთან (LHC) დაკავშირებული ტექნოლოგიები. ვორკშოპების ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი იყო და არის მეცნიერებს შორის კონტაქტების დამყარება-განმტკიცება და გრიდ/ქლაუდ კომპიუტინგის, ტექნოლოგიების და ინფორმაციული დანიშნულების აპლიკაციების განვითარება. წლებანდელ ვორკშოპში მონაწილეობდნენ იტალიის, შვეიცარიის, საფრანგეთის, პოლანდიის, ამერიკის შეერთებული შტატების, სომხეთის, აზერბაიჯანის და საქართველოს მეცნიერები. წაკითხული იქნა 40-მდე მოხსენება, რომელთაგან 10 ეკუთვნის ჩვენი ინსტიტუტის თანამშრომლებს. ვორკშოპის მონაწილეებმა დაათვალიერეს საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის შენობა, რომლის სარეაბილიტაციო სამუშაოები უკვე დასასრულს უახლოვდება. როგორც ცნობილია, ამ შენობაში უახლოეს პერიოდში უნდა დამონტაჟდეს და მწყობრში შევიდეს თანამედროვე სუპერ კომპიუტერი და დატა-ცენტრი. ყოველივე ეს ქართულ რეალობაში სიახლეა და, შესაბამისად, ვსაჭიროებთ გამოცდილი კოლეგების, უპირველეს ყოვლისა CERN-ის ექსპერტების, დახმარებას. უცხოელმა კოლეგებმა ამომწურავი პასუხი გასცეს ჩვენი სპეციალისტების მრავალ შეკითხვას და შევთანხმდით მომავალი თანამშრომლობის ფორმებსა და მეთოდებზე.