საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის
ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

პროექტი

მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია

2018 – 2022

1.1 პროექტის დასახელება: **მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები – თეორია და პრაქტიკა. გამოთვლითი ალგორითმების აგება და რეალიზაცია.**

1.2 პროექტის ხელმძღვანელები:

- **ჯემალ სანიკიძე.** ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.
  - ტელეფონი: 2374376, 2337991; მობილური: 593357053;
  - ელ.ფოსტა: j_sanikidze@yahoo.com
- **ვახტანგ კვარაცხელია.** ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.
  - ტელეფონი: 2632933, 2332438; მობილური: 555129750;
  - ელ.ფოსტა: v.kvaratskhelia@gtu.ge

1.3 საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

ვებ-გვერდი: micm.gtu.ge

1.4 პროექტის ხანგრძლივობა – **5 წელი**

შინაარსი

1.5. პროექტის მოკლე შინაარსი

წინამდებარე პროექტი მიზნად ისახავს თეორიული და გამოყენებითი დანიშნულების ამოცანების კვლევას, სათანადო გამოთვლითი მეთოდების შექმნა-სრულყოფას და თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დამუშავებასა და დანერგვას. აქ წარმოდგენილია როგორც ინსტიტუტისთვის ტრადიციული მიმართულებები, ასევე თანამედროვე, ახალი ამოცანები.

პროექტი ხუთწლიანია. მისი შედგენისას მაქსიმალურად იქნა გათვალისწინებული ინსტიტუტის წინაშე მდგარი ახალი გამოწვევები. პირველ რიგში უნდა აღინიშნოს ჩვენს ქვეყანაში მძლავრი სუპერკომპიუტერის გამართვა-ამოქმედებასთან დაკავშირებული მასშტაბური პროექტი, რომლის განხორციელება დაგეგმილია ჩვენი ინსტიტუტის ბაზაზე 2018 წელს. სუპერკომპიუტერი მოგვცემს შესაძლებლობას დავსვათ და მათემატიკურად გადავწყვიტოთ ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ხასიათის პრობლემები, დავუთმოთ დიდი გამოთვლითი რესურსები მეცნიერების წინაშე მდგარ თანამედროვე ამოცანებს და ა. შ. მნიშვნელოვანია აგრეთვე ახლო მომავალში ახალგაზრდა მეცნიერების დაინტერესება შესაბამისი პროექტებით.

პროექტში დაგეგმილია კვლევები შემდეგი 4 მიმართულებით:

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

მიმართულება 3. მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციისამოცანებში.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

ქვემოთ მოკლედ მიმოვიხილავთ პროექტით დასახულ ამოცანებს მიმართულებების მიხედვით.

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის.

ამ მიმართულებით დაგეგმილია ოთხი ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 1.1. კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემები და მათი გამოყენებები.

ამოცანა 1.2. ჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთ სივრცით განზოგადებულ სასაზღვრო ამოცანათა რიცხვით ამოხსნებში ალბათური მეთოდის გამოყენების შესახებ.

ამოცანა 1.3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა.

ამოცანა 1.4. რიცხვითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება საინჟინრო მექანიკის ამოცანებისთვის, რომლებიც დაკავშირებული არიან სხვადასხვა კონსტრუქციებისა და მოწყობილობების რღვევის გამომწვევი დეფორმაციების განსაზღვრასთან.

ამოცანაში 1.1 განხილული იქნება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემების აგებისა და მათი გამოყენების საკითხები, როგორც ფუნქციათა თეორიის სასაზღვრო ამოცანების, ასევე დრეკადობის თეორიის, ბირთვული ფიზიკის და სხვა მიმართულებებთან დაკავშირებული ამოცანების რიცხვით რეალიზაციაში. განსაკუთრებული ყურადღება დაგეგმილ კვლევებში დაეთმობა აგებული მიახლოებითი სქემების კრებადობის, სიზუსტისა და ამოხსნადობის პრობლემების განხილვას და შესაბამისი მააპროქსიმირებელი ოპერატორების ინდივიდუალურ შესწავლას.

ამოცანაში 1.2 ნავარაუდევია დირიხლეს ზოგიერთი სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის და მათი რიცხვითი ამოხსნის საკითხის შესწავლა ერთი ან რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრული სასრული და უსასრულო არეების შემთხვევაში. განზოგადებული ამოცანის ქვეშ იგულისხმება შემთხვევა, როცა სასაზღვრო ფუნქციას აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირების სასრული რაოდენობა.

ამოცანაში 1.3 დაგეგმილია გარსებისა და მშენებლობაში მათ გამოყენებასთან დაკავშირებული პრობლემატიკის შესწავლა. თანამედროვე ტექნოლოგიების განვითარება განაპირობებს მდგრადი და მსუბუქი კონსტრუქციების აგების აუცილებლობას. ასეთი კონსტრუქციების ასაგებად ფართოდ გამოიყენება კომპოზიტური (ფენოვანი) მასალები. მათმა გამოყენებამ მშენებლობის სხვადასხვა სფეროში, საკმარისად აქტუალური გახადა ფენოვანი გარსების დეფორმაციების შესწავლასთან და საინჟინრო გათვლებთან დაკავშირებული პრობლემები. ხშირ შემთხვევაში, სამშენებლო კონსტრუქციებს ან მათ ელემენტებს აქვთ სწორედ ბრუნვითი გარსის, კერძოდ, ცილინდრული, კონუსური, სფერული ან ელიფსოიდალური ფორმა. კვლევის საგანს წარმოადგენს აღნიშნული სახის ფენოვანი გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი, მათზე მოქმედი სხვადასხვა დატვირთვის შემთხვევებში.

ამოცანაში 1.4 შესწავლილი იქნება სხვადასხვა დრეკადი სხეულების დეფორმაციისას წარმოქმნილი ბზარების გავრცელების ამოცანებთან დაკავშირებული სუსტი და ძლიერი სინგულარობის შემცველი ინტეგრალური განტოლებები და მათ რიცხვით ამოხსნასთან დაკავშირებული საკითხები. განსახილავ ამოცანათა შორის მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს ერთმანეთში ჩადგმული მახლობელრადიუსიანი ცილინდრული სხეულების საკონტაქტო ამოცანის კვლევას იმ შემთხვევისთვის, როცა კონტაქტში მონაწილე სხეულებს ზედაპირებზე გააჩნიათ ბზარების გავრცელების მიდამოები. ასევე, გათვალისწინებულია რიცხვითი ალგორითმებისა და პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავება ბზარებიანი საინჟინრო დეტალებისა და კონტრუქციების დეფორმაციის ზოგიერთი პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანისათვის.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

ამ მიმართულებით დაგეგმილია შემდეგი ოთხი ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებული და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება.

ამოცანა 2.2. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელები, მათი პროგრამული უზრუნველყოფა და რიცხვითი რეალიზაცია.

ამოცანა 2.3. არაკორექტული შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში განტოლების გადატანის მეთოდით.

ამოცანა 2.4. არაწრფივი ტალღების ზოგიერთი მათემატიკური მოდელის გამოკვლევა.

ამოცანაში 2.1 კვლევები წარიმართება წარმოების დაგეგმვისა და მართვის ამოცანებზე, რომლებშიც საკითხი დგას ოპტიმალური შედეგის მიღწევაზე. ძირითადი აქცენტი გადატანილი იქნება ჩვენი ქვეყნის თანამედროვე სოციალური და ეკონომიკური პრობლემების გათვალისწინებაზე. ამოცანები მოდელირებული იქნება მათემატიკური დაპროგრამების, დინამიკური დაგეგმარების და თამაშთა თეორიის ჩარჩოებში. მოდელები იქნება სტატიკური და დინამიკური, დეტერმინირებული და სტოქასტური.

მოკლედ მიმოვიხილავთ ამოცანებს და კვლევის მეთოდებს.

განხილული იქნება წარმოების დაგეგმვის ამოცანები, სადაც კვლევები დაეყრდნობა ა. ვალდის კონცეფციას – ამოცანა განიხილება, როგორც ორი პირის თამაში, რომელშიც პირველი მოთამაშეა "ბუნება", მეორე კი მკვლევარი (სტატისტიკოსი). ასეთ თამაშებს ეწოდება "თამაშები ბუნების წინააღმდეგ". მიდგომა ორგვარია – ანტაგონისტური და ე.წ. ბაიესისებური. ჩვენს მიერ ბაიესისებური მიდგომით განხილული იქნება ამოცანები მარაგთა მართვის თეორიიდან და მასობრივი მომსახურების თეორიიდან.

ჩამოთვლილ ამოცანათა პრაქტიკული რეალიზებისათვის კლასიკური ანალიზის მეთოდების გარდა საჭირო იქნება მათემატიკური დაპროგრამების, კერძოდ წრფივი დაპროგრამების სტანდარტული პაკეტების გამოყენება. მატრიცული თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება ახალი იტერაციული მეთოდი, რომელშიც გამოყენებულია კაჩმაჟის იდეა წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ამოხსნისათვის. მეთოდი განეკუთვნება ე.წ. სწრაფდაშვების მეთოდების ჯგუფს. დამუშავდება აგრეთვე ახალი მეტოდი უსასრულო თამაშებისათვის ერთეულოვან კვადრატზე.

სოფლის მეურნეობის დარგთა განვითარების და გაადგილების მათემატიკური მოდელი, რომელიც შედგენილი და აპრობირებულია 80-იანი წლების ფაქტობრივ მონაცემებზე, გადაკეთდება თანამედროვე სასურსათო პრობლემების გათვალისწინებით. განისაზღვრება ქვეყნის სოფლის მეურნეობის პოტენციური შესაძლებლობები და გაითვლება მოსახლეობის ადგილობრივი წარმოების ძირითადი სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციით (მარცვეული, ხორცი, რძის პროდუქტებით) მაქსიმალურად შესაძლო დაკმაყოფილების გეგმა. სასურველია ამ საკითხით სოფლის მეურნეობის სამინისტროს დაინტერესება.

ენერგეტიკის მართვის საკითხებში დამუშავებული გვაქვს სხვადასხვა ტიპის მოდელები მათემატიკური და დინამიკური დაპროგრამების მეთოდებით. თანამედროვე პრობლემების გათვალისწინებით (საწვავზე ფასის ცვალებადობა), ჩვენი მიზანია შეიქმნას მართვის ისეთი მოდელი, რომელშიც გადამწყვეტი იქნება საწვავის ეკონომია. მოდელი საშუალებას მოგვცემს წყალსაცავების გონივრული მართვით გაითვალოს თბოსადგურების ჩართვის პერიოდები. ამ მიმართულებით დაგეგმილი კვლევები ბევრად უფრო ეფექტური იქნება ენერგეტიკოსებთან თანამშრომლობის შემთხვევაში.

დამუშავებული იქნება რესურსების განაწილების დინამიკური ვარიანტი როგორც ანტაგონისტური თამაში ლექსიკოგრაფიული მოგებების შემთხვევაში.

რესურსების განაწილების მთელ რიგ ამოცანებში მოცულობები გამოისახება არაუარყოფითი მთელი რიცხვებით. ასეთი ამოცანები მიიყვანება მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის პირობითი ექსტრემუმის პოვნის ამოცანებზე. დამუშავებული იქნება ასეთი ამოცანების ზუსტი ან მიახლოებითი ამოხსნების პოვნის ალგორითმები.

ამოცანაში 2.2 კვლევები წარიმართება განუზღვრელობის ოპტიმალურად შემცირების მათემატიკური თეორიის ამოცანებზე, რომელიც სწავლობს ამოცანის სირთულეს და განუზღვრელობის (ცდომილების) სიდიდის დადგენას არასრული ინფორმაციის ბაზაზე. შეისწავლება ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუქციის საკითხი, როდესაც ამოხსნის ოპერატორი ასახავს მეტრიკულ წრფივ ლოკალურად ამოზნექილ სივრცეს ასეთსავე სივრცეზე. ჩატარდება მიღებული წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა), შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტები. შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში, მისი წრფივობა, სპლაინურობა და ცენტრალურობა, ანალიზი და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.

ამოცანაში 2.3 კვლევები წარიმართება ჰილბერტის სივრცეში მოქმედი წრფივი ოპერატორის შემცველი არაკორექტული ამოცანის ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში გადატანით მიღებული სტაბილური განტოლების შესწავლასთან დაკავშირებით. გამოკვლეული იქნება მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის შესაბამისი ორბიტის შვარცის სივრცის გამოყენების საკითხი თეთრი ხმაურის შესასწავლად, ინტერპრეტაციები თანამედროვე მათემატიკურ (ბირთვულ) ფიზიკაში, ჩატარდება რიცხვითი ექსპერიმენტები. დაგეგმილია ყველა ორბიტის სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის. განზრახულია ყველა ორბიტის სივრცეში მიღებულ განტოლებათა მიახლოებითი ამოხსნისათვის განხილული ალგორითმების წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის და სხვა პრობლემების შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.

ამოცანაში 2.4 კვლევის ძირითადი საგანი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის დასმული ამოცანების ამოხსნათა გავრცელების არეებია. განიხილება პარაბოლურად გადაგვარებადი ჰიპერბოლური განტოლებები ორი დამოუკიდებელი ცვლადის შემთხვევაში. ამ მიმართულებით გათვალისწინებულია საწყისი და მახასიათებელი ამოცანების გამოკვლევა მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლური კვაზიწრფივი განტოლებების ზოგიერთი კლასისათვის. ძირითადი მიზანია საწყისი შეშფოთებების ისეთი თვისებების გამოვლენა, თავისი ზემოქმედების არეში მზიდისაგან მოშორებით ამოხსნისათვის შეუღწევადი ქვეარეების არსებობას რომ იწვევენ.

მიმართულება 3. მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

ამ მიმართულებით დაგეგმილია ორი ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 3.1. მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალურ ანალიზში, უთანადობათა (discrepancy) თეორიის ამოცანების ალგორითმიზაციაში, სახეთა ამოცნობასა და დიდ მონაცემთა ანალიზში.

ამოცანა 3.2. უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევის ახალი ასპექტები. ზოგიერთი გამოყენება.

ამოცანა 3.1-ის პრობლემატიკას საფუძველი ჩაუყარა რიმანის ცნობილმა თეორემამ რიცხვითი მწკრივების გადანაცვლებების შესახებ. მასთან მჭიდროდ არის დაკავშირებუ-

ლი ფუნქციონალური ანალიზის მრავალი პრობლემა და აგრეთვე გამოყენებები, როგორიცაა უთანადობათა თეორია (Discrepancy Theory), მანქანური სწავლება (Machine Learning), სახეთა ამოცნობა, კომბინატორული ოპტიმიზაციის ამოცანები და სხვა. კვლევის მეთოდები ძირითადად ემყარება მაქსიმალურ უტოლობებს და მათი გამოყენებით გადანაცვლების ამოცანის შედარებით ადვილ, ნიშნების განლაგების ამოცანაზე დაყვანის ჩვენ მიერ შემუშავებულ იდეას.

პროექტით დაგეგმილია კვლევები შემდეგი მიმართულებებით: ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის; პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლე; კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა; ულიანოვის ამოცანა; გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში; დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება.

დიდი მონაცემებისათვის (Big Data) ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში საინტერესოდ გვეჩვენება პარალელური გამოთვლების გამოყენება. რიგ ამოცანებში გამოთვლითი სირთულის შემცირება ძალზედ მნიშვნელოვანია და ამის მიღწევა ხდება სიზუსტის ხარჯზე. ჩვენ გამოვიკვლევთ ამ ამოცანას ოპტიმალობის სხვადასხვა კრიტერიუმისთვის.

ამოცანაში 3.2 კვლევის საგანია სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები ზოგად ბანახის სივრცეში. ტრადიციული, სასრულგანზომილებიანი მეთოდები სასურველ შედეგებს იძლევა ჰილბერტის სივრცის შემთხვევაში, მაგრამ ზოგად ბანახის სივრცეში ეს მეთოდები არ მუშაობენ, რის გამოც დღის წესრიგში დადგა კვლევები ისეთ ბანახის სივრცეებში, რომელთა გეომეტრია „მსგავსია“ ჰილბერტის სივრცის გეომეტრიის. მნიშვნელოვანი შედეგები იქნა მიღებული ე. წ. UMD ბანახის სივრცეების კლასის შემთხვევაში, მაგრამ UMD ბანახის სივრცეების კლასი მეტად ვიწროა – ისინი რეფლექსური ბანახის სივრცეების კლასის ვიწრო ქვეკლასს წარმოადგენენ. სტოქასტური ანალიზის განვითარება UMD ბანახის სივრცეებში გასული საუკუნის 80-იანი წლებიდან იწყება, მაგრამ ბანახის სივრცეების კლასის შემდგომი გაფართოება დღემდე ვერ ხერხდება. ამგვარად, სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევა ზოგად ბანახის სივრცეში მეტად მნიშვნელოვანი პრობლემაა. ჩვენი მიდგომა საშუალებას იძლევა თეორია განვავითაროთ ზოგადი ბანახის სივრცის შემთხვევაში.

ძირითადი ამოცანის კვლევის პროცესში წარმოიშვა ამოცანა ე. წ. სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტების ყოფაქცევის შესახებ უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში. სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები ინახავენ ბევრ თვისებას, რომლებიც გააჩნიათ დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს, მაგრამ ისეთი კანონები, როგორიცაა დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი, კერძო ჯამების თითქმის ნამდვილად კრებადობა, განმეორებითი ლოგარითმების კანონი და ა. შ., საკვლევია. ჩვენი პროექტის მეორე ამოცანას სწორედ ეს საკითხი წარმოადგენს.

პროექტის მესამე ამოცანა ეძღვნება ძირითადი ამოცანის კვლევის შედეგების გამოყენებას ტურბულენტური მოძრაობის მოდელირებაში. ტურბულენტური მოძრაობის მოდელირებას მრავალრიცხოვანი ლიტერატურა ეძღვნება. მის აღსაწერად ძირითადად ე. წ. ნავიე-სტოქსის განტოლებები გამოიყენება, რომლის მიახლოებითი ამოხსნა თანამედროვე უმძლავრესი კომპიუტერების გამოყენებითაც კი უიმედოა. ბოლო დროს მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების კვლევისას დიდი წარმატებით გამოიყენება ალბათური მეთოდები. ჩვენი მიდგომა სწორედ ამ მეთოდებს ეფუძნება, რადგანაც ტურბულენტური მოძრაობა შემთხვევითი პროცესია. კერძოდ, ჩვენი მიდგომის ძირითადი არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ტურბულენტური გარემოს ფიქსირებულ წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის იმპულსი შემთხვევითი სიდიდეა, დროის ინტერვალში სიჩქარის იმპულსების რაოდენობა დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცესია. განვითარებული მათემატიკური თეორია იძლევა წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის გამოსახულების

მიღების საშუალებას, რომელიც წარმოიდგინება ფუნქციონალურ სივრცეში მნიშ-ვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესის წრფივი ფუნქციონალის სახით.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია

ამ მიმართულებით დაგეგმილია 5 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 4.1. მონაცემთა დამუშავება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.
ამოცანა 4.2. პარალელური გამოთვლითი სისტემებისთვის დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების, აგრეთვე გრაფთა წარმოდგენის ალგებრაიზაციის შემუშავებისა და გამოყენების საკითხები.
ამოცანა 4.3. არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკური ფიზიკის წრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის.
ამოცანა 4.4. დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.
ამოცანა 4.5. ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის მართვის მხარდამჭერი კიბერ - ინფრასტრუქტურული პროექტი.

მიმართულების სამეცნიერო თემატიკა ეძღვნება პარალელური ალგორითმების აგებას, შესაბამისი პროგრამების შექმნას, მათ გამოკვლევას და რეალიზაციას პარალელურ გამოთვლით სისტემაზე. დაგეგმილია კვლევები შემდეგი ამოცანების გარშემო:
ამოცანა 4.1 ითვალისწინებს მონაცემთა დამუშავებას არამკაფიო სიმრავლეთა თეორი-ის საფუძველზე. შემუშავდება ეფექტური მეთოდიკა, რომელიც დაეფუძნება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეების თეორიას.
ამოცანაში 4.2 პარალელური გამოთვლითი სისტემებისათვის განხილული და შესწავ-ლილი იქნება ალგორითმების თეორიისა და პარალელური დაპროგრამების ზოგიერთი მნიშვნელოვანი პრობლემა. კერძოდ, გრაფთა თეორიის ზოგიერთი საკითხის ახლებური ინტერპრეტაციის საფუძველზე შემუშავდება მეთოდიკა, რომელიც გამიზნულია გრაფთა თეორიის პრაქტიკული გამოყენებისთვის პარალელური ალგორითმებისა და მათი მო-ნაცემების ოპტიმალური სტრუქტურის ასაგებად; შემუშავდება დაპროგრამების ალგორით-მულ ენებში ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებების ჩამატებისთვის გამიზნული მეთოდიკა. შეისწავლება ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებების პარალელურ დაპროგრამებაში პრაქტიკულად გამოყენებასთან დაკავშირებული საკითხების ფართო სპექტრი.
ამოცანაში 4.3 შემუშავებული და გამოკვლეული იქნება კერძოწარმოებულიანი დიფე-რენციალური განტოლებებისათვის არალოკალური ამოცანების, მათ შორის არალოკა-ლური საკონტაქტო ამოცანების ამოხსნის პარალელური ალგორითმები. აღსანიშნავია, რომ არალოკალური ამოცანები ხშირად გვხვდება ფიზიკის, ტექნიკის, ეკონომიკის, ეკო-ლოგიის და სხვა პრაქტიკული ამოცანების მათემატიკური მოდელირებისას, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს დიდი სიმძლავრის გამოთვლით რესურსს, რაც გააჩნია თანამედროვე პარალელურ გამოთვლით სისტემებს .

ამოცანაში 4.4 აიგება ახალი ტიპის პარალელური ალგორითმები, რომლებიც არა მარტო გარდაქმნის წრფივ პროგრამებს პარალელურად, არამედ გაითვალისწინებს ბირთვებზე პროგრამების შესრულების ოპტიმალურ გადანაწილებას. გამოყენებულ იქნება პარალელური ავტომატური პროგრამების ვერიფიკაციის ინტერაქტიული მეთოდი, რომელშიც იერარქიული ავტომატები შეიძლება რეალიზებულ იქნას სხვადასხვა ნაკადებში და შესაძლებელია მათი ერთმანეთთან ურთიერთქმედება. ინტერაქტიული ვერიფიკაცია საშუალებას იძლევა შემცირდეს ვერიფიკაციის დრო და გაიზარდოს სავერიფიკაციო პროგრამის შესაძლო მაქსიმალური ზომა.

ამოცანაში 4.5 ჩვენი მიზანია დიდი მოცულობის მონაცემთა განაწილებული დამუშავების სისტემის აგება ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის დაგროვებისა და მართვისთვის. პროექტი გულისმხობს მათემატიკური უზრუნველყოფის აგებას კიბერ-ინფრასტრუქტურისთვის, რომელიც ქვეყნის მასშტაბით ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის ჩამოყალიბების მხარდაჭერას და მომხმარებლისადმი მის მიწოდებას უზრუნველყოფს. ინფრასტრუქტურა აიგება ქსელური ტექნოლოგიების საფუძველზე და წარმოდგენილი იქნება მონაცემთა შენახვის და დამუშავების მექანიზმით აღჭურვილი პროგრამულ-აპარატურული გარემოს (ე.წ. ღრუბლოვანი გარემოს) სახით, რომელიც მიიღებს პირველად ინფორმაციას საგნობრივ არეებში მოქმედი სერვისის მიმწოდებლებისგან (საწარმოები, სამედიცინო დაწესებულებები, საგანმანათლებლო დაწესებულებები და ა.შ.) და უზრუნველყოფს მის გარდაქმნას მართვის სხვადასხვა დონეზე გადაწყვეტილების (რაიონის, ქალაქის, რეგიონის და ა.შ.) მიღებისთვის აუცილებელ ინფორმაციულ აგრეგატებად და ინდიკატორებად.

1.6. არსებული აღჭურვილობა და დანადგარები

ინსტიტუტის განკარგულებაშია კომპიუტერული ტექნიკა, საკომუნიკაციო საშუალებები, საკანცელარიო ინვენტარი.

ინსტიტუტის ახალი, თანამედროვე ინფრასტრუქტურა უზრუნველყოფს ზემოთხსენებული სუპერკომპიუტერის ტექნიკურად გამართვის წარმატებით განხორციელებას.

1.7. პროექტის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგები

პროექტის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგებია გამოთვლითი მეთოდები, ინფორმაციული ტექნოლოგიები, ალბათობა და სტატისტიკა, ოპერაციათა კვლევა, მათემატიკური ეკონომიკა, ალგორითმების თეორია, მათემატიკური ფიზიკა, დრეკადობის თეორია, საინჟინრო მექანიკა, ფუნქციონალური ანალიზი და სხვა.

თანამედროვე ტექნოლოგიების დანერგვის კუთხით, 2018 და მომდევნო წლები ძალზედ მნიშვნელოვანია ინსტიტუტისთვის. ჩვენთან გამართული სუპერკომპიუტერის საშუალებით მოხდება გლობალურ სამეცნიერო ქსელში ჩართვა. იგეგმება CERN-ის Grid-სისტემის მომსახურება თავდაპირველად Tier 3 დონეზე შემდგომში Tier 2-ად გარდაქმნის პერსპექტივით. დღის წესრიგშია ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანების დამუშავება, წარმოების და ბიზნესის დაგეგმვის პრობლემატიკა და სხვა. ყოველივე ეს კი თავისთავად გულისხმობს თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დანერგვას და მათი განვითარების პროცესში აქტიურ ჩართვას.

არსებული თანამედროვე ინფრასტრუქტურით და სამეცნიერო პოტენციალით, შესაბამისად მომზადებულ ახალგაზრდა პერსონალთან ერთად, ვფიქრობთ, ინსტიტუტი მზადაა ამ გამოწვევებისთვის.

1.8. პროექტის სავარაუდო ღირებულება

ღირებულება (ლარი)	წელი 1 2018	წელი 2 2019	წელი 3 2020	წელი 4 2021	წელი 5 2022
ხელფასი	383200	440600	506600	582500	669800
საქონელი და მომსახურება	177200	194900	214300	235700	259200
სხვახარჯები	6000	6000	6000	6000	6000
არაფინანსური (კაპიტალური) ხარჯები	11000	12100	13300	14600	16000
სულ	**577400**	**653600**	**740200**	**838800**	**951000**

2 პროექტის აღწერილობა.

2.1 შესავალი.

(კვლევის ობიექტი, პრობლემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია)

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის

ამოცანა 1.1. კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემები და მათი გამოყენებები.

შესაბამის ავტორიტეტულ გამოცემებში მოყვანილი სამეცნიერო შედეგები ნათლად აჩვენებენ სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციაზე დაფუძნებული გამოთვლითი სქემების გაცილებით ფართო შესაძლებლობებსა და ეფექტურობას ბადეთა მეთოდისა და ფრედჰოლმის სასაზღვრო ინტეგრალური მეთოდებისგან განსხვავებით. ყურადსაღებია, რომ სასაზღვრო ინტეგრალური მეთოდები მნიშვნელოვნად ამცირებენ ამოსავალი ამოცანების განზომილებას, რითაც ისინი არსებითად აფართოებენ გამოყენებითი ამოცანების შესაძლებლობებს სხვადასხვა თეორიული და პრაქტიკული ხასიათის პრობლემების კვლევისა და გამოყენების თვალსაზრისით. ამ მიმართებით განსაკუთრებით მნიშვნელოვან ინტერესს წარმოადგენს რეგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის გაუსის ტიპის ფორმულების ანალოგების აგების შესაძლებლობის შესწავლა და შესაბამისი მეთოდების გავრცელება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების თეორიაში მათი სათანადო დაფუძნებით.

კვლევებით ასევე გათვალისწინებულია რეგულარული ინტეგრალების თეორიაში ჩებიშევის ფორმულების სახელწოდებით ცნობილი კვადრატურების ანალოგების აგებისა და გამოყენების საკითხების განხილვა, როგორც თეორიულ, ასევე პრაქტიკულ ასპექტებში.

კვლევითი სამუშაოების სპექტრი მოიცავს შემდეგ საკითხებს:

- მაღალი სიზუსტის (გაუსის ტიპის) სპეციალური კვადრატურული სქემების აგება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის;
- ჩებიშევის კვადრატურული პროცესების კონსტრუირებისა და მათი გამოყენების საკითხებთან დაკავშირებული ამოცანების რეალიზაციის შესაძლებლობების შესწავლა;
- სინგულარული ინტეგრალების მააპროქსიმირებელი მიახლოებითი სქემების აპრიორული დაფუძნების შესაძლებლობის განსაზღვრა მათი ინდივიდუალური სტრუქტურის ანალიზის საფუძველზე;
- ფართო რიცხვითი ექსპერიმენტების განხორციელება აგებული რიცხვითი სქემების სათანადო კორექტირებისთვის ძნელად რეალიზებად კვადრატურულ სტრუქტურებთან მიმართებაში.

ამოცანა 1.2. ჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთი სივრცითი განზოგადებულ სასაზღვრო ამოცანათა რიცხვით ამოხსნებში ალბათური მეთოდის გამოყენების შესახებ.

პრაქტიკაში ადგილი აქვს სტაციონარული პროცესებს, რომელთა გამოკვლევა მიიყვანება დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის ამოხსნაზე (იხ. მაგ., [26-29]). ეს ამოცანები მიეკუთვნება რთულ ამოცანათა კლასს ამოხსნის თვალსაზრისით. პირველ რიგში სირთულე მდგომარეობს იმაში, რომ კლასიკური მიახლოებითი მეთოდების პირდაპირი გამოყენება განზოგადებული ამოცანების ამოსახსნელად არ იძლევა სასურველ შედეგს სიზუსტის თვალსაზრისით. ამის მიზეზი არის მიახლოებითი პროცესის ძალიან ნელი კრებადობა წყვეტის წირის მიდამოში (იხ. მაგ., [26-28]). ერთადერთი შემთხვევა, როცა ამონახსნი მოიცემა ზუსტი სახით, არის ბრტყელი განზოგადებული

ჰარმონიული ამოცანა წრისათვის. ამ შემთხვევაში ამონახსნი მოიცემა კარგად ცნობილი პუასონის ინტეგრალით (იხ, მაგ., [30]).

სხვა შემთხვევებში გამოთვლითი ალგორითმების შერჩევა და კონსტრუირება ძირითადად დამოკიდებულია ამოცანის კლასზე, განზომილებაზე, არის საზღვრის გეომეტრიაზე და საზღვარზე სინგულარობათა განლაგების სტრუქტურაზე. მაგალითად, განზოგადებული ბრტყელი ჰარმონიული ამოცანები ზოგიერთი ცალადბმული არეებისათვის, წყვეტის წერტილების კონკრეტული განლაგებით განხილულია [31], ხოლო ზოგადი შემთხვევები სასრული და უსასრულო არეებისათვის შესწავლილია [32-39]-ში.

სივრცის შემთხვევაში არ არსებობს სტანდარტული სქემა, რომელიც შეიძლება გამოყენებული იქნას არეთა ფართო კლასისათვის. კლასიკურ ლიტერატურაში (იხ. [26-29]) განხილულია მხოლოდ უმარტივესი შემთხვევები, ე.წ. “ამოხსნადი ამოცანები” (ამოცანები, რომელთა “ზუსტი” ამონახსნის აგება შესაძლებელია მწკრივის სახით), რომელთა ამოხსნისათვის გამოყენებულია ცვლადთა განცალების კლასიკური მეთოდი, რაც თავიდანვე განაპირობებს ამონახსნის დაბალ სიზუსტეს. აღნიშნულ ამოცანებში სასაზღვრო ფუნქციები ძირითადად არის მუდმივები, ხოლო ზოგად შემთხვევაში, ანალიზური სახე “ზუსტი” ამოხსნისა არის იმდენად რთული რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისით, რომ მას აქვს მხოლოდ თეორიული მნიშვნელობა. გარდა ამისა, არ ხდება გათვალისწინება იმისა, რომ წყვეტის წირები ფიზიკური თვალსაზრისით წარმოადგენენ დიელექტრიკებს. აქვე აღვნიშნავთ, რომ ზემოთ ხსენებულ გარემოებებს, ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ გამოთვლით ალგორითმებში ადგილი არ აქვს.

ყოველივე ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე, ჩვენი თვალსაზრისით, სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის, მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგებას, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნება არეთა ფართო კლასისათვის, აქვს, როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული მნიშვნელობა და მიეკუთვნება აქტუალურ პრობლემათა რიცხვს.

პროქტით გათვალისწინებულ კვლევის ობიექტს წარმოადგენს შემდეგი სახის დირიხლეს სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების კორექტულობის შესწავლა და მათი რიცხვითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება. სიმარტივისათვის, აღნიშნული სახის ამოცანას ჩამოვაყალიბებთ მხოლოდ ერთი ჩაკეტილი, უბან-უბან გლუვი S ზედაპირით შემოსაზღვრული D არისათვის:

ვთქვათ D არის S ზედაპირზე მოცემულია g(y) ფუნქცია, რომელიც უწყვეტია ყველგან, გარდა სასრული რაოდენობა $l_k(k=\overline{1,n})$ წირებისა, რომლებიც g(y) ფუნქციისათვის წარმოადგენენ პირველი გვარის წყვეტის წირებს. მოითხოვება პოვნა ისეთი

$$u(x)=u(x_1,x_2,x_3)\in C^2(D)\bigcap C(\overline{D}\setminus\bigcup_{k=1}^{n}l_k)$$

ფუნქციისა, რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\Delta u(x)=0, \qquad x\in D, \tag{1}$$

$$u(y)=g(y), \quad y\in S,\ y\notin l_k, \qquad u(y)=0,\ y\in l_k \quad (k=1,2,...n), \tag{2}$$

$$|u(x)|<c, \qquad y\in\overline{D}, \tag{3}$$

სადაც Δ ლაპლასის ოპერატორია, ხოლო $c\in R$.

შევნიშნოთ, რომ თუ D უსასრულო არეა, მაშინ ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობისათვის დამატებით მოითხოვება პირობა

$$\lim u(x)=0, \qquad x\to\infty. \tag{4}$$

გარდა აღნიშნულისა, ჩვენს მიზანს წარმოადგენს სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი რალიზაციით მიღებული შედეგების ანალიზი.

პრობლემის აქტუალობა განპირობებულია შემდეგი ფაქტორებით:

1. მისი თეორიული შესწავლა კორექტულობის თვალსაზრისით;
2. პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე სასაზღვრო ამოცანებისათვის ეფექტურად რეალიზებადი ისეთი გამოთვლითი ალგორითმების აგება, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნება არეთა ფართო კლასისათვის.

კვლევის სიახლეს განაპირობებს დირიხლეს სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების კორექტულობის შესწავლა და ანალოგიური პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება. სიახლეა ისიც, რომ ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ალგორითმები არ მოითხოვს სასაზღვრო ფუნქციის აპროქსიმაციას და არ არის დაკავშირებული რაიმე სახის სისტემის ამოხსნასთან. მიუხედავად იმისა, რომ შემოთავაზებული ალგორითმები გამოირჩევა სიმარტივით და საკმარისად მაღალი სიზუსტით, საჭიროების შემთხვევაში სიზუსტის გაზრდა და თვლის დროის შემცირება შესაძლებელია პარალელური თვლის მეთოდის გამოყენებით. პარალელური თვლა კი თავის მხრივ მოითხოვს სათანადო გამოთვლით ტექნიკას.

კვლევის მეთოდოლოგია. პროექტში დაგეგმილი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის ჩვენ მიერ შექმნილ ალგორითმებში ძირითად კომპონენტად გამოყენებული იქნება ალბათური ამოხსნის მეთოდი [40, 41], რომელიც თავის მხრივ გულისხმობს ვინერის პროცესის კომპიუტერულ მოდელირებას, ხოლო ამ უკანასკნელის განხორციელება ხდება “თეთრი ხმაურის” საშუალებით [33].

აღვნიშნოთ, რომ სათანადო დარგის სპეციალისტებთან ჩვენი თანამშრომლობა შესაძლებელს გახდის რიგი კონკრეტული ტექნიკური განზოგადებული ამოცანები ამოიხსნას მარტივად და პრაქტიკისათვის მისაღები სიზუსტით.

ამოცანა 1.3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა.

გარსებს, როგორც კონსტრუქციის ელემენტებს, მნიშვნელოვანი გამოყენება გააჩნიათ მშენებლობის მრავალ სფეროში. თანამედროვე ტექნოლოგიების განვითარება განაპირობებს მდგრადი და მსუბუქი კონსტრუქციების აგების აუცილებლობას. ასეთი კონსტრუქციების ასაგებად ფართოდ გამოიყენება კომპოზიტური (ფენოვანი) მასალები. მშენებლობის სხვადასხვა სფეროში კომპოზიტური მასალების გამოყენებამ საკმარისად აქტუალური გახადა ფენოვანი გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი. ხშირ შემთხვევაში, სამშენებლო კონსტრუქციებს ან მათ ელემენტებს აქვთ ბრუნვითი გარსის ფორმა. კერძოდ, მათ შეიძლება ჰქონდეთ ცილინდრული, კონუსური, სფერული ან ელიფსოიდალური სახე.

აქტუალური კვლევის საგანს წარმოადგენს აქ ჩამოთვლილი კონკრეტული კონფიგურაციის მქონე ფენოვანი გარსის დეფორმირებული-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი, მათზე მოქმედი შემდეგი დატვირთვების შემთხვევებში:

1. გარსი იმყოფება ლოკალური დატვირთვის ზემოქმედების ქვეშ;
2. გარსზე მოქმედებენ თანაბრად და არათანაბრად განაწილებული ზედაპირული ძალები;
3. გარსი იმყოფება ტემპერატურული ველის ზემოქმედების ქვეშ.

აღნიშნული კლასის გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა ანალიზური მეთოდების გამოყენებით თითქმის შეუძლებელია რიგი სირთულეების გამო.

შესაბამისად, მათი ამოხსნის ეფექტურ საშუალებას წარმოადგენს რიცხვითი მეთოდების გამოყენება. კვლევები გვიჩვენებს, რომ მიზანშეწონილია კონკრეტული ამოცანების რიცხვითი რეალიზაციისას გამოყენებული იქნას როგორც კლასიკური, ასევე დაზუსტებული თეორიები, რაც მოგვცემს მიღებული რიცხვითი შედეგების ფართო ანალიზის ჩატარების საშუალებას.

ამოცანა 1.4. რიცხვითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება საინჟინრო მექანიკის ამოცანებისთვის, რომლებიც დაკავშირებული არიან სხვადასხვა კონსტრუქციებისა და მოწყობილობების რღვევის გამომწვევი დეფორმაციების განსაზღვრასთან.

ცნობილია, რომ რეალურ მასალებში ყოველთვის არსებობს მიკროდეფექტები, რომელთა განვითარება დეფორმაციის პირობებში წარმოშობს სხეულის ლოკალური ან სრული რღვევის საშიშროებას. ეს სიტუაციები, მათი პრაქტიკული მნიშვნელობიდან გამომდინარე, აუცილებელ შესწავლას მოითხოვს და შესაძლოა მიგვიყვანოს არც თუ ისე იოლად გადასაწყვეტ მექანიკურ თუ მათემატიკურ პრობლემებთან. სახელდობრ, ბზარების გავრცელების მიდამოების მქონე სხეულებთან დაკავშირებულ გათვლებში, დატვირთვების კრიტიკული მნიშვნელობის განსაზღვრის გარდა, საჭიროა გამოითვალოს ძაბვის განაწილების მახასიათებელი ინტენსივობის კოეფიციენტები; ასევე, დადგენილი იქნას ბზარების გავრცელების კრიტერიუმები სხეულებზე გარე მოქმედების ველის პირობებში; უმეტეს შემთხვევაში აუცილებელია გადაადგილებებისა და ძაბვების შესწავლა ბზარის წვეროების მახლობლობაში.

ამ და სხვა მსგავსი საკითხების კომპლექსური გადაჭრისთვის საკმარისად მოხერხებულ საშუალებას წარმოადგენს სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი, რომელიც შესაბამისი ამოცანების ამოხსნის არსებულ მეთოდებში განსაკუთრებით ეფექტურად არის მიჩნეული რიგი უპირატესობების გამო. მაგალითად, როგორც წესი, ბზარების მქონე არეებისათვის სათანადო წირის ზუსტი პარამეტრული განტოლებებით მოცემა რთულია და ხშირად ცნობილია ამ წირის მხოლოდ გრაფიკული სახე. ასეთ შემთხვევებში, როგორც ექსპერიმენტები აჩვენებს, სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი უალტერნატივოა, ვინაიდან შესაბამისი გამოთვლითი სქემების აგებისთვის შესაძლოა საკმარისი აღმოჩნდეს მხოლოდ წირის კვანძითი წერტილების ცოდნა, ამასთან, ზუსტი განტოლების დისკრეტიზაციისას მოსალოდნელია აპროქსიმაციას დაექვემდებაროს მხოლოდ საძიებელი ამონახსნი.

სამომავლოდ განსახორციელებელ კვლევებში, ნავარაუდევია დრეკად სიბრტყეებზე რღვევის გავრცელების ამოცანების (მათ შორის საკონტაქტო ამოცანების) მიახლოებით ამოხსნასთან დაკავშირებული საკითხების შესწავლა სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა აპარატის გამოყენებით სხვადასხვა კონფიგურაციის მქონე ბზარების შემთხვევაში.

პრობლემის აქტუალობას განსაზღვრავს ის გარემოება, რომ დასმულ ამოცანებს არსებითი გამოყენება გააჩნიათ საინჟინრო ტექნიკაში, სახელდობრ, სხვადასხვა დეტალებისა და კონსტრუქციების გათვლებში. მაგალითად, კვლევებში განხილული ცნობილი საკონტაქტო ამოცანით აღიწერება მანქანათმშენებლობაში ისეთი მნიშვნელოვანი დეტალი, როგორიცაა სრიალის საკისარი, რომელიც მონაწილეობს თითქმის ყველა ტიპისა და ფუნქციონალური დანიშნულების მანქანურ დანადგარებსა და მოწყობილობებში, მათ შორის ძრავებში, ტურბინებში, ტუმბოებში, კომპრესორებში და ა.შ.

კვლევის სიახლესთან და მეთოდოლოგიასთან დაკავშირებით შეიძლება ითქვას, რომ კვლევის ფარგლებში აგებული იქნება განხილული ამოცანების შესაბამისი სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა რიცხვითი ამოხსნის ახალი სქემები, რომლებიც არსებული სქემებისგან განსხვავებით უშუალოდ სინგულარული ოპერატორის აპროქსიმაციას დაეფუძნება. აღნიშნული სქემები მნიშვნელოვნად გაამარტივებს ამოცანის

ამოხსნის პროცესს და იოლი გამოსაყენებელი იქნება საინჟინრო გამოთვლების თვალსაზრისით.

მიღებული შედეგების საფუძველზე დამუშავდება რიცხვითი ალგორითმები დრეკადი სხეულების დეფორმაციის სხვადასხვა ამოცანისათვის იმ შემთხვევებში, როცა სხეულებს ზედაპირებზე გააჩნიათ სხვადასხვა კონფიგურაციის ბზარების გავრცელების მიდამოები.

აღნიშნული ალგორითმების გამოყენებით შეიქმნება ერთიანი პროგრამული პაკეტი ბზარებით შესუსტებული საინჟინრო დეტალებისა და კონსტრუქციების პრაქტიკული გათვლებისთვის.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებული და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება.

მომდევნო ხუთ წელს კვლევები წარიმართება წარმოების დაგეგმვისა და მართვის ამოცანებზე, რომლებშიც საკითხი დგას ორიენტირებული (ოპტიმალური) შედეგის მიღწევაზე. ძირითადი აქცენტი გადატანილი იქნება ჩვენი ქვეყნის თანამედროვე სოციალური და ეკონომიკური პრობლემების გათვალისწინებაზე. ამოცანები მოდელირებული იქნება მათემატიკური დაპროგრამების, დინამიკური დაგეგმარების და თამაშთა თეორიის ჩარჩოებში. მოდელები იქნება სტატიკური და დინამიკური, დეტერმინირებული და სტოქასტური. მოგვყავს ჩასატარებელ სამუშაოთა ჩამონათვალი:

ა) თამაში „ბუნების წინააღმდეგ“ წარმოების დაგეგმვის ამოცანებში. ეკონომიკის დაგეგმვის და მართვის ამოცანებში ხშირად განუზღვრელობის ფაქტორი მნიშვნელოვანია და ასეთ დროს მოდელირებისას, ბუნებრივია იყენებენ ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის მეთოდებს. ჩვენი მიდგომა დაეყრდნობა ა. ვალდის კონცეფციას – ამოცანა განიხილება, როგორც ორი პირის თამაში, რომელშიც პირველი მოტამაშეა “ბუნება”, მეორე კი მკვლევარი (სტატისტიკოსი). ასეთ თამაშებს ეწოდება “თამაშები ბუნების წინააღმდეგ”. პირველი მოთამაშის სტრატეგიათა სიმრავლეა განაწილების ფუნქციათა ოჯახი ანუ გარკვეული განაწილების პარამეტრთა მნიშვნელობების სიმრავლე λ, ხოლო მეორე მოთამაშისა – გადაწყვეტილებათა სიმრავლე D^t. ყოველ (λ, D^t) სიტუაციას შეესაბამება $R(\lambda, D^t)$ რისკის ფუნქციის მნიშვნელობა, რომელიც ასახავს მეორე მოთამაშის მოსალოდნელ დანაკარგებს. მიდგომა ორგვარია – ანტაგონისტური და ბაიესისებური. პირველ შემთხვევაში ბუნება განიხილება როგორც „მტერი“, მეორე შემთხვევაში სტატისტიკოსი იღებს ინფორმაციას (დაკვირვებას) ბუნებისაგან და მასზე დაყრდნობით იღებს გადაწყვეტილებას. რა თქმა უნდა, პირველი მიდგომა გამოიყენება უკიდურეს შემთხვევაში.

ჩვენს მიერ ბაიესისებური მიდგომით განხილული იქნება ამოცანები მარაგთა მართვის თეორიიდან, ასევე მასობრივი მომსახურების თეორიიდან. ესაა შემთხვევით ნაკადთა მართვის ამოცანები. მიღებული უსასრულო თამაშების ამოხსნა საზოგადოდ პრობლემურია.

ბ) სასრულო და უსასრულო ანტაგონისტურ თამაშთა ამოხსნის რიცხვითი მეთოდები. ზემოთ ჩამოთვლილ ამოცანათა პრაქტიკული რეალიზებისათვის კლასიკური ანალიზის მეთოდების გარდა საჭირო იქნება მათემატიკური დაპროგრამების, კერძოდ წრფივი დაპ-

როგრამების სტანდარტული პაკეტების გამოყენება. დინამიკური დაპროგრამების ამოცანების ამოხსნა მართვის პარამეტრების რაოდენობის სიმცირის გამო არ იქნება პრობლემური, შედარებით რთულადაა საქმე ანტაგონისტურ თამაშებში.

მატრიცული თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება ახალი იტერაციული მეთოდი, რომელშიც გამოყენებულია კაჩმაჟის [1] იდეა წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ამოხსნისათვის. მეთოდი განეკუთვნება ე.წ. სწრაფდაშვების მეთოდების ჯგუფს.

უსასრულო თამაშებისათვის ერთეულოვან კვადრატზე ე.წ. ბუნებრივი მეტრიკით აიგება ε-ბადე, რომლის კვანძების ერთობლიობა იქნება პირველი მოთამაშის სტრატეგიათა სიმრავლე. თუ მეორე მოთამაშის სტრატეგიათა სიმრავლე სასრულოა (წინააღმდეგ შემთხვევაში აქაც აიგება ε-ბადე), მაშინ საქმე გვექნება მატრიცულ თამაშთან, რომელიც ε-ექვივალენტურია წარმომქნელი უსასრულო თამაშის. ეს უკანასკნელი ფაქტი არის ა. ვალდის [2] თეორიის საკვანძო თეორემა.

გ) სოფლის მეურნეობის სტრუქტურული გარდაქმნის მოდელი. სოფლის მეურნეობის დარგთა განვითარების და გაადგილების მათემატიკური მოდელი, რომელიც შედგენილი და აპრობირებულია 80-იანი წლების ფაქტობრივ მონაცემებზე, გადაკეთდება თანამედროვე სასურსათო პრობლემების გათვალისწინებით. განისაზღვრება ქვეყნის სოფლის მეურნეობის პოტენციური შესაძლებლობები და გაითვლება მოსახლეობის ადგილობრივი წარმოების ძირითადი სასოფლო-სამეურნეო პროდუქციით (მარცვეული, ხორცი და რძის პროდუქტებით) მაქსიმალურად შესაძლო დაკმაყოფილების გეგმა. სასურველია ამ საკითხით სოფლის მეურნეობის სამინისტროს დაინტერესება.

დ) ენერგეტიკული სისტემის მართვის მოდელი. ენერგეტიკის მართვის საკითხებში დამუშავებული გვაქვს სხვადასხვა ტიპის მოდელები მათემატიკური და დინამიკური დაპროგრამების მეთოდებით. ჩვენი მიზანია თანამედროვე პრობლემების გათვალისწინებით (საწვავზე ფასის ცვალებადობა) შეიქმნას მართვის ისეთი მოდელი, რომელშიც გადამწყვეტი იქნება საწვავის ეკონომია. მოდელი საშუალებას მოგვცემს წყალსაცავების გონივრული მართვით გაითვალოს თბოსადგურების ჩართვის პერიოდები.

უნდა აღინიშნოს, რომ უცხოელი ავტორები მართვის მოდელებში ყველგან სვამენ საკითხს მხოლოდ საწვავის მინიმიზაციაზე. სხვა ხარჯები უგულებელყოფილია. აღნიშნული მოდელები შედგენილია მხოლოდ ერთი ჰიდროსადგურის შემთხვევაში. პროექტით ეს უნდა გაკეთდეს მთელი ენერგოსისტემისათვის.

ამ მიმართულებით დაგეგმილი კვლევები ბევრად უფრო ეფექტური იქნება ენერგეტიკოსებთან თანამშრომლობის შემთხვევაში.

ე) ლექსიკოგრაფიული ε-წონასწორობა რესურსების განაწილების ამოცანაში. განხილული იქნება რესურსების განაწილების დინამიკური ვარიანტი როგორც ანტაგონისტური თამაში ლექსიკოგრაფიული მოგებების შემთხვევაში. ასეთი თამაშისათვის ზოგად შემთხვევაში წონასწორობის სიტუაცია არ არსებობს. ამიტომ განხილული იქნება ზედა და ქვედა დამხმარე მრავალსვლიანი ლექსიკოგრაფიული ზღვარითი თამაშები, რომელთა საშუალებით შეიძლება მიღწეულ იქნას ε-წონასწორობის სიტუაციები.

ვ) მთელრიცხვა პირობითი ოპტიმიზაციის ამოცანები. შესწავლილი იქნება მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის საკითხები. რესურსების განაწილების მთელ რიგ ამოცანებში მოითხოვება, რომ რესურსების მოცულობები გამოისახებოდეს არაუარყოფითი მთელი რიცხვებით, ამასთან ისინი უნდა აკმაყოფილებდნენ გარკვეულ პირობებს და მოცემულ ფუნქციონალს ანიჭებდნენ მაქსიმალურ (მინიმალურ) მნიშვნელობას. ფუნქციონალის სახე შეირჩევა კონკრეტული ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე. ასეთი ამოცანები მიიყვანება მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის პირობითი ექსტრემუმის პოვნის ამოცანებზე. ფაქტობრივად, საქმე ეხება მრავალი ცვლადის ფუნქციის ოპტიმიზაციის ამოცანას, სადაც არგუმენტების ჯამი $L > 1$, ხოლო თვით არგუმენტები ქვემოდან არიან შემოსაზღვრული არაუარყოფითი მთელი რიცხვებით. ასეთ ამოცანებს ყოველთვის გააჩნიათ ამოხსნა. არცთუ დიდი $L-$

თვისაც კი ოპტიმალური ამოხსნის პოვნა საკმარისად რთულია. დამუშავებული იქნება ასეთი ფუნქციონალების გარკვეული კლასისათვის დასმული ამოცანების ზუსტი ან მიახლოებითი ამოხსნების პოვნის ალგორითმები.

ამოცანა 2.2. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელები, მათი პროგრამული უზრუნველყოფა და რიცხვითი რეალიზაცია.

შეისწავლება განუზღვრელობის ოპტიმალურად შემცირების მათემატიკური თეორია და მისი სხვადასხვა სახის გამოყენებები. ეს თეორია სწავლობს ამოცანის სირთულეს და განუზღვრელობის (ცდომილების) ზომის დადგენას არასრული ინფორმაციის ბაზაზე. შეისწავლება ოპტიმალური და ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუქციის საკითხი, როდესაც ამოხსნის ოპერატორი ასახავს მეტრიკულ წრფივ ლოკალურად ამოზნექილ სივრცეს ასეთსავე სივრცეზე. კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელების აგება ხორციელდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლის საშუალებით. ჩატარდება მიღებული წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა), შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტები.

შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში, მისი წრფივობა, სპლაინურობა და ცენტრალურობა, ანალიზი და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა. ახლებური მიდგომით მოგვეცემა შესაძლებლობა ანალიზს დავუქვემდებაროთ გამოთვლითი პროცესები, რომლებიც არ თავსდებიან ბანახის სივრცეების ჩარჩოებში და აქამდე განხილული არ ყოფილან.

შებრუნებული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება მოგვცემს მიღებული შედეგების დამატების შესაძლებლობას ჩვენი მონოგრაფიის "Central spline algorithms for computerized tomography" ინგლისური ვარიანტისათვის.

კვლევის მეთოდოლოგია: კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანის არასტაბილურობა დიდ სიძნელეებს ქმნის. არაკორექტული ამოცანების ამოხსნისათვის რეგულარიზაციის ა. ტიხონოვის მეთოდის გამოყენება განპირობებულია დამაკმაყოფილებელი პრაქტიკული შედეგებით. ჩვენს მიერ განხილული არაკორექტული ამოცანებისა და კომპიუტერული ტომოგრაფის ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმების დაფუძნებები მოხდა ფრეშეს სივრცეებში საუკეთესო მიახლოების, თვითშეუღლებული ოპერატორებისა და წრფივი ამოცანების თეორიების განზოგადებით. ეს თეორიები იგებოდა სამ ათეულზე მეტი ხნის განმავლობაში პროექტის თემაში მონაწილე მეცნიერების მიერ მრავალი წინააღმდეგობის დაძლევით. რეგულარიზაციისა და ჩვენს მიერ შექმნილი მეთოდი არსებითად იყენებს საუკეთესო მიახლოების თეორიის შედეგებს. პროექტით გათვალისწინებულია კავშირების დადგენა რეგულარიზაციის მეთოდებსა და ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ განზოგადებულ სპლაინურ ცენტრალურ ალგორითმებს შორის. მიღებული შედეგების ბაზაზე ჩატარდება კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა), შეიქმნება შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის და ჩატარდება რიცხვითი ექსპერიმენტები.

ამოცანა 2.3. არაკორექტული შებრუნებული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში განტოლების გადატანის მეთოდით.

შესწავლილი იქნება შემდეგი ამოცანები: ორბიტალური ოპერატორის განსაზღვრა არა მარტო ჰილბერტის სივრცეში მოცემული თვითშეუღლებული ოპერატორებისთვის, არამედ

სიმეტრიული და ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორებისათვის; ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცე; მოცემული არაკორექტული ამოცანის ყველა ორბიტის სივრცეში გადატანით მიღებული განტოლების სტაბილურობის საკითხი.

გამოკვლეული იქნება მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის შესაბამისი ორბიტების შვარცის სივრცის გამოყენების საკითხი თეთრი ხმაურის შესასწავლად, მათი ინტერპრეტაციები თანამედროვე მათემატიკურ (ბირთვულ) ფიზიკაში. ჩატარდება რიცხვითი ექსპერიმენტები. შევისწავლით ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეს და ორბიტალურ ოპერატორს დიფერენციალური ოპერატორებისათვის. შევისწავლით ამ ამოცანასთან დაკავშირებული ალგორითმების (რიტცის და უმცირეს კვადრატთა) წრფივობას, სპლაინურობას, ცენტრალურობას და სხვა პრობლემებს, შეიქმნება შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფა. შეიქმნება ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ცენტრალური ალგორითმები ჰილბერტისა და ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში. შევისწავლით სინგულარულ გაშლებთან დაკავშირებული პარალელური გამოთვლების ალგორითმებს და მათი ცენტრალურობის საკითხს.

კვლევის მეთოდოლოგია: არაკორექტული ამოცანები საზოგადოდ არასტაბილურია, რაც უაღრესად დიდ სიძნელეებს ქმნის. მათი კვლევისათვის რეგულარიზაციის ცნობილი მეთოდის გამოყენება განპირობებულია დამაკმაყოფილებელი პრაქტიკული შედეგებით. ჩვენს მიერ განხილული არაკორექტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმების დაფუძნებები მოხდა ფრეშეს სივრცეებში საუკეთესო მიახლოების, თვითშეუღლებული ოპერატორებისა და წრფივი ამოცანების თეორიების განზოგადებით. ეს თეორიები იგებოდა სამ ათეულ წელზე მეტი ხნის განმავლობაში პროექტის თემაში მონაწილე მეცნიერების მიერ. ჩვენს მიერ შექმნილი მეთოდი არსებითად იყენებს ფრეშეს სივრცეში საუკეთესო მიახლოების თეორიის შედეგებს. მომავალ ხუთ წელიწადში, მიღებულ შედეგებზე დაყრდნობით, ჩატარდება ყველა ორბიტის სივრცეში განხილული სტაბილური განტოლებების კვლევა, შეისწავლება დამოკიდებულებები რეგულარიზაციისა და ჩვენს მიერ აგებულ მეთოდებს შორის, შეიქმნება განხილული ალგორითმების პროგრამული უზრუნველყოფა.

2.2 და 2.3 ამოცანებთან დაკავშირებული ლიტერატურა მოცემულია პუნქტში 2.2, მიმართულება 2, [7–23]

ამოცანა 2.4. არაწრფივი ტალღების ზოგიერთი მათემატიკური მოდელის გამოკვლევა.

კვლევის ძირითადი საგანი ჰიპერბოლური განტოლებებისათვის დასმული ამოცანების ამოხსნათა გავრცელების არეებია. განიხილება პარაბოლურად გადაგვარებადი ჰიპერბოლური განტოლებები ორი დამოუკიდებელი ცვლადის შემთხვევაში.

პროექტის მიხედვით სწორედ ამ მიმართულებითაა გათვალისწინებული საწყისი ამოცანების გამოკვლევა მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლური კვაზიწრფივი განტოლებების ზოგიერთი კლასისათვის.

პროექტის ძირითადი მიზანი საწყისი შეშფოთებების ისეთი თვისებების გამოვლენაა, თავისი ზემოქმედების არეში მზიდისაგან მოშორებით ამოხსნისათვის შეუღწევადი ქვეარეების არსებობას რომ იწვევენ.

მსგავსი თვისების არეები არაერთგზის არის შემჩნეული სხვადასხვა ბუნებრივი პროცესის მსვლელობისას. მათი გამომწვევი მიზეზები მრავალფეროვანია, რომელთა შორის არ არის გამორიცხული პარაბოლური გადაგვარების ეფექტიც, თუმცა ეს ეფექტიც და სხვა მიზეზებიც, მიუხედავად მათი პრაქტიკული და თეორიული მნიშვნელობისა, ჯერჯერობით ნაკლებადაა გამოკვლეული, თუ არ ჩავთვლით რამდენიმე შედეგს ზემოხსენებული სტრუქტურების თაობაზე როგორც გახსნილი, ასევე შეკრული მზიდების შემთხვევაში (იხ. [24-26]). ერთ-ერთი მათგანი კოშის ამოცანასთან დაკავშირებითაა მიღებული, წრეწირზე ყველგან

მოცემული პირობებით. ამასთან, ამონახსნის არსებობა დამტკიცებულია არა მზიდის მახლობელ ზოლში, არამედ ზუსტად დადგენილ საზღვრებში. საინტერესო ფაქტია, რომ ამონახსნი წრეწირის შიგნით, მახასიათებელთა საერთო მომვლებამდე ვრცელდება (იხ., [27, 32]). ინტერესმოკლებული არ უნდა იყოს ისეთი შემთხვევების განხილვაც, როცა ტალღის ფრონტი მახასიათებელთა ოჯახების საერთო დისკრიმინანტული წირია.

კვლევის ობიექტებად შერჩეულია არაწრფივი რხევებისა და არხების ზედაპირთა ცნობილი განტოლებების მონათესავე კლასები (იხ. მაგ. [29, 30]). თითოეული მათგანი მეორე რიგის ნამდვილმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლებაა, რომელთა მთავარი კოეფიციენტები პოლინომებითაა წარმოდგენილი საძიებელი ამონახსნისა და მისი უმცროსი წარმოებულების მიმართ. მათ შორისაა, მაგალითად შენახვის კონკრეტული არაწრფივი კანონებიდან გამომდინარე განტოლებებიც:

$$(u_y^2-1)u_{xx}-2u_xu_yu_{xy}+u_x^2u_{yy}=f(x,y,u_x,u_y,u)$$
$$u_y(u_y-1)u_{xx}+(u_y-u_x-2u_xu_y+1)u_{xy}+u_x(u_x+1)u_{yy}=f(x,y,u_x,u_y,u).$$

ყოველი მათგანი არამკაცრადაა ჰიპერბოლური. მახასიათებლებიც და პარაბოლური გადაგვარების წერტილთა სიმრავლეც საძიებელმა ამოხსნამ უნდა განსაზღვროს. ზოგიერთი ამოხსნისათვის პარაბოლური გადაგვარება გამორიცხულია. ამიტომ შემოჰყავთ ჰიპერბოლურ და გადაგვარებულ ჰიპერბოლურ ამოხსნათა კლასები. ამოხსნათა ყოფაქცევის მიხედვით შესაძლოა განტოლება საერთოდ არ გადაგვარდეს და თუ ეს მაინც მოხდა, გადაგვარების არცერთი ვარიანტი არაა გამორიცხული – ტრიკომისეულიც და ჩიბრარიოკელდიშისეული ძლიერი პარაბოლური გადაგვარებაც [31]. ასეთი მოვლენების გამომწვევი მიზეზები ზოგჯერ უშუალოდ განტოლებიდან ან მისი ზოგადი ინტეგრალის წარმოდგენიდან ჩანს, ზოგჯერ კი ცალკეული კონკრეტული ამოხსნის თვისებების ცოდნაა საჭირო.

პროექტით დაგეგმილია განტოლებათა ზემოაღნიშნული კლასიდან ზოგიერთი მათგანის ზოგადი ინტეგრალის აგებაც. თავისუფალი ფუნქციების საშუალებით ამ კლასის განტოლებათა რამდენიმე კერძო შემთხვევაში მოხერხდა ზოგადი ინტეგრალების წარმოდგენა ინვარიანტების ტერმინებში [32, 33]. კონკრეტულ შემთხვევებში მათ საფუძველზე მოხერხდა საწყისი და შერეული ამოცანების პირობებით ამოხსნათა გავრცელების არეების საკმაოდ სრული დახასიათება. გამოირკვა, რომ ზოგჯერ ამ პირობების ზემოქმედების არეში მზიდიდან დაშორებით ამოხსნის არარსებობის ქვეარეები წარმოიქმნება. ამოხსნებისათვის შეუღწევადი ამ არეების საზღვრები, როგორც წესი, განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების შეკრული წირებია.

დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების შესრულება:

პირველი ეტაპი:

1. კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის ზოგადი ინტეგრალების აგება;
2. დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის ზოგადი ინტეგრალის აგება;

სავარაუდო შედეგი – მოსალოდნელია აიგოს ზემოაღწერილი ამოცანების ზოგადი ინტეგრალები თავდაპირველ ან მახასიათებელ ცვლადებში.

მეორე ეტაპი:

1. კოშის ამოცანა მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლური კვაზიწრფივ განტოლებათა ზოგიერთი კლასისათვის.

სავარაუდო შედეგი – კოშის ამოცანების ინტეგრალების აგება არაცხადი სახით, ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობების დადგენა.

მესამე ეტაპი:

1. მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურის შესწავლა.

სავარაუდო შედეგი – აიგება მახასიათებელ წირთა ოჯახები, დადგინდება მათი სტრუქტურა კონკრეტულ შემთხვევებში.

მეოთხე ეტაპი:

2. მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განხილულ განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობათა დადგენა.

სავარაუდო შედეგი – განისაზღვრება მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განხილულ განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობები.

მეხუთე ეტაპი:

1. ამონახსნის არარსებობის არეების დადგენა და მათი გეომეტრიის შესწავლა.

სავარაუდო შედეგი – დადგინდება ამონახსნის არარსებობის არეების არსებობა კონკრეტულ შემთხვევებში.

მეექვსე ეტაპი:

1. მდგრადობის პრობლემის შესწავლა.

სავარაუდო შედეგი – საწყის პირობების ცვლილებაზე დამოკიდებულება ამონახსნის არარსებობის არეების არსებობასა და სტრუქტურაზე.

კვლევის მეთოდოლოგია: კერძო წარმოებულებიანი არაწრფივი განტოლებებისა და უტოლობებისათვის თანამედროვე არაწრფივი ანალიზის მეთოდებით, აპრიორული შეფასებების საფუძველზე ლოკალური და გლობალური ხასიათის მრავალი მნიშვნელოვანი ფაქტია დადგენილი. მათ შორისაა ტალღის მსხვრევა, ამოცანათა ამოხსნების გლობალური არსებობა და არარსებობა, გრადიენტული კატასტროფა და სხვა მსგავსი მოვლენები გლუვი საწყისი შეშფოთების შემთხვევაში (იხ. [34, 35]). ტალღის გავრცელების არეში მისი არარსებობის ქვეარისათვის დამატებითი ინფორმაცია მოითხოვება, რომელიც განტოლებათა სპეციფიკიდან უნდა გამომდინარეობდეს. ამ მხრივ მეტად სასარგებლო აღმოჩნდა კვაზიწრფივ განტოლებათა ზოგადი ინტეგრალების ცხადი წარმოდგენები, როცა ასეთები არსებობენ (იხ. [36, 37]). სავარაუდოა, რომ მახასიათებელი რიმანისეული ინვარიანტების ანალოგებისა და განტოლებათა ზოგადი ინტეგრალების შეხამება არაწრფივი ანალიზისა და რიცხვითი ანალიზის თანამედროვე მეთოდებთან, დასმული პრობლემის კვლევისათვის ეფექტური იქნება.

კვლევის ეფექტურად წარმართვის მიზნით ერთმანეთთან იქნება მისადაგებული ზოგად ინტეგრალთა ცხადი წარმოდგენები, კვაზიწრფივ განტოლებათა რიმანისეული მახასიათებელი ინვარიანტებისა და ასგეირსონისეული საშუალო მნიშვნელობის თვისების არაწრფივი ანალოგები. მათი საშუალებითა და რიცხვითი ანალიზის მეთოდების, მათემატიკური კომპიუტერული პროგრამების დახმარებით შესწავლილი იქნება მახასიათებელ წირთა ოჯახების სტრუქტურა, რის საფუძველზეც შეირჩევა საწყისი პირობები, ამონახსნის არარსებობის ქვეარეთა წარმოქმნას რომ უზრუნველყოფენ.

მიმართულება 3. მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

ამოცანა 3.1. მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალურ ანალიზში, უთანადობათა (discrepancy) თეორიის ამოცანების ალგორითმიზაციაში, სახეთა ამოცნობასა და დიდ მონაცემთა ანალიზში.

ამ პრობლემატიკას საფუძველი ჩაუყარა რიმანის ცნობილმა თეორემამ რიცხვითი მწკრივების გადანაცვლებების შესახებ. მასთან მჭიდროდ არის დაკავშირებული ფუნქციონალური ანალიზის მრავალი პრობლემა და აგრეთვე გამოყენებები, როგორიცაა უთანადობათა თეორია (Discrepancy Theory), მანქანური სწავლება (Machine Learning), სახეთა ამოცნობა, კომბინატორული ოპტიმიზაციის ამოცანები და სხვა. კვლევის მეთოდები ძირითადად ემყარება მაქსიმალურ უტოლობებს და მათი გამოყენებით გადანაცვლების ამოცანის შედარებით ადვილ, ნიშნების განლაგების ამოცანაზე დაყვანის ჩვენს მიერ შემუშავებულ იდეას.

პროექტში დასმულ ამოცანებს აერთიანებს მაქსიმალური უტოლობის და გადატანის (transference) უტოლობის მეთოდი, რომელიც შემოღებულია ჩვენ ნაშრომებში [13, 15, 16, 18, 22]. იდეა მარტივად შეიძლება გადმოცემული იყოს შემდეგი ფორმით:

თეორემა 1. მაქსიმალური უტოლობა. ვთქვათ მოცემულია ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ისეთი ერთობლიობა $x=(x_1,...,x_n)$, რომ $\sum_1^n x_i = 0.$ მაშინ ნიშნების ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $\vartheta=(\vartheta_1,...,\vartheta_n)$ ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობას:

$$\max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k x_i \| + \max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k \vartheta_i x_i \| \ge 2\max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k x_{\pi(i)} \| , \tag{1}$$

სადაც π არის $\{1,...,n\}$ სიმრავლის გადანაცვლება განსაზღვრული შემდეგნაირად (უმეტეს შემთხვევებში π-ს კონსტრუქცია არ არის მნიშვნელოვანი) $\pi=(k_1^+,..,k_p^+,k_q^-,..,k_1^-)$, სადაც $k_1^+,..,k_p^+$ შეესაბამება ზრდადობით დალაგებულ იმ ინდექსებს, რომელთა შესაბამის ϑ_i ტოლია +1-ის, ხოლო $k_q^-,..,k_1^-$ კი შებრუნებული რიგით დალაგებული -1-ების შესაბამისი ინდექსებია.

ჩვენ მიერ დამტკიცებული გადატანის უტოლობა, რომელიც ხშირად გამოიყენება ლიტერატურაში, თეორემა 1-ის უშუალო შედეგია.

თეორემა 2. გადატანის უტოლობა. ვთქვათ მოცემულია ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ისეთი ერთობლიობა $x=(x_1,...,x_n)$, რომ $\sum_1^n x_i = 0.$ მაშინ არსებობს $\{1,...,n\}$ სიმრავლის ისეთი გადანაცვლება σ, რომ ნიშნების ნებისმიერი ერთობლიობისთვის ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობას:

$$\max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k x_{\sigma(i)} \| \le \max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k \vartheta_i x_{\sigma(i)} \| . \tag{2}$$

მაქსიმალური უტოლობა გამოიყენება მეცნიერების შემდეგ მიმართულებებში: მათემატიკა (გადანაცვლებული მწკრივის კრებადობა), ალბათობა და სტატისტიკა, დაგეგმვის თეორია, სახეთა ამოცნობა, უთანადობათა (Discrepancy) თეორია, რომელსაც თავის მხრივ, შეიძლება ჰქონდეს საინტერესო გამოყენებები მანქანურ სწავლებაში (Machine Learning). ქვემოთ მოკლედ შევეხებით თითოეულ მათგანს.

1. ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის. მაქსიმალური უტოლობიდან (თეორემა 1) გამომდინარეობს შემდეგი უტოლობა [48]: არსებობს C_1 და C_2 აბსოლუტური მუდმივები ისეთი, რომ სამართლიანია შემდეგი ორმხრივი უტოლობა:

$$C_1 E \| \sum_1^n x_i r_i \| \le Ave_\pi \max_{1\le k\le n} \| \sum_1^k x_{\pi(i)} \| \le C_2 E \| \sum_1^n x_i r_i \| , \tag{3}$$

სადაც (r_k) რადემახერის ფუნქციებია, ხოლო E - მათემატიკური მოლოდინი. (3) ხშირად გამოიყენება გადანაცვლებული მწკრივის კრებადობის დასადგენად. კონიაგინი რამდენჯერმე იყენებს ამ უტოლობას (იხ. ქვემოთ ულიანოვის ჰიპოთეზასთან დაკავშირებული საკითხები).

აქ ჩვენ ვგეგმავთ ფუნქციონალური შესაკრებებისთვის უტოლობა (3)-ის ანალოგიური უტოლობის დამტკიცებას.

2. პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლე. ეს გახლავთ ძალზედ ცნობილი და ლამაზი პრობლემატიკა, რომელიც უკავშირდება რიმანის ცნობილ თეორემას. სასრულგანზომილებიანი შემთხვევისთვის აგრეთვე ძალზედ ცნობილია ლევი-შტეინიცის [45], [57] თეორემა, რომლის თანახმად პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლე $S(\sum a_k)$ წრფივია. ბანახმა დასვა ამოცანა $S(\sum a_k)$ სიმრავლის წრფივობაზე უსასრულოგანზომილებიან წრფივ (ნამდვილ) სივრცეებში. არსებობს ბევრი კონტრმაგალითი, რომელთაგან პირველი ეკუთვნის მარცინკევიჩს (გასული საუკუნის 30-იან წლებში) და ბოლო - ვოიტაშჩიკს [60]. ამ უკანასკნელმა აჩვენა, რომ უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცის ყოველი სასრული სიმრავლისთვის M არსებობს ისეთი მწკრივი $\sum a_k$, რომ $S(\sum a_k) = M$. უნდა აღინიშნოს, რომ უფრო ადრე ამ ტიპის მწკრივი ორელემენტიანი M-ებისთვის ააგო მ. კადეცმა. მანვე დასვა საკითხი $S(\sum a_k)$-ს წრფივობისთვის დამატებითი პირობების თაობაზე. როგორც ჩვენი თეორემა 3 (იხ. [12]) გვიჩვენებს ასეთი პირობაა $\sum a_k r_k$ მწკრივის კრებადობა. ამ შედეგმა გააძლიერა და გააერთიანა სპეციალური ბანახის სივრცეებისთვის არსებული მრავალი ცალკეული შედეგი. შემდგომში (იხ. [16]), თეორემა 2-ის გამოყენებით ეს პირობა იქნა შესუსტებული ე.წ. სიგმა-თეტა პირობით. ანალოგიური შედეგი იმავე პერიოდში, დამოუკიდებლად მიიღო პეჩერსკიმ [50]. ამ საკითხების განვითარების ისტორია გადმოცემულია მონოგრაფიაში [35]. შემდგომში ეს შედეგი ჩასკოსა და ჩობანიანის მიერ გავრცობილი იქნა მეტრიზებადი ფრეშეს სივრცეებისთვის [7], სადაც მთავარი ინსტრუმენტი იყო ისევ თეორემა 2. შევნიშნოთ, რომ სიგმა-თეტა პირობა ავტომატურად სრულდება სასრულგანზომილებიან სივრცეებში. ასე რომ ჩასკო – ჩობანიანის ნაშრომი მოიცავს შტეინიცის თეორემის მტკიცებულებასაც. ასევე საინტერესოა უნივერსალური მწკრივების (მწკრივი, რომლის ჯამთა სიმრავლე ემთხვევა მთელ სივრცეს) მაგალითები (იხ. [30]).

ამ პრობლემატიკაში ვგეგმავთ ლევი-შტეინიცის თეორემის განზოგადებებს მეტრიზებადი ვექტორული სივრცეებისთვის.

3. კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა. 1920 წელს კოლმოგოროვმა გამოთქვა ჰიპოთეზა (**კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა**): L_2 სივრცეში ყოველი ორთონორმირებული (φ_n) სისტემისათვის არსებობს გადანაცვლება $\pi : N \to N$ ისეთი, რომ $(\varphi_{\pi(n)})$ გახდება კრებადობის სისტემა, ანუ მწკრივი $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \varphi_{\pi(n)}$ კრებადი იქნება თითქმის ყველგან სკალართა ნებისმიერი (α_n) მიმდევრობისათვის, რომელთათვისაც $\sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_n|^2 < \infty$.

კოლმოგოროვის ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების საკითხი დღემდე გაურკვეველია. ამ მიმართულებით მიღებული შედეგების საინტერესო მიმოხილვა მოცემულია სტატიაში [6]. კოლმოგოროვის ჰიპოთეზის მხარდამჭერი პირველი შედეგი იყო მენშოვის დებულება, რომლის მიხედვითაც ყოველი ორთონორმირებული სისტემისათვის არსებობს გადანაცვლება, რომელიც მას გადააქცევს ჩეზაროს აზრით კრებადობის სისტემად. გარსიამ [25] მიიღო შემდეგი შედეგი:

გარსიას თეორემა. მოცემული ორთონორმირებული (φ_n) სისტემისათვის და სკალართა (α_n) მიმდევრობისათვის, რომლისთვისაც $\sum_{n=1}^{\infty}|\alpha_n|^2<\infty$, არსებობს გადანაცვლება $\pi: N\to N$ ისეთი, რომ მწკრივი $\sum_1^{\infty}\alpha_{\pi(n)}\varphi_{\pi(n)}$ იკრიბება თითქმის ყველგან.

გარსიას თეორემის დამტკიცება ეყრდნობა გარსიას შემდეგ უტოლობას: ყოველი $\varphi_1,\ldots,\varphi_n$ სასრული ორთონორმირებული სისტემისათვის $L_2(\Omega,B,\mu)$ სივრცეში და სკალართა ნებისმიერი $\alpha_1,\ldots\alpha_n$ მიმდევრობისათვის არსებობს გადანაცვლება $\pi:\{1,\ldots,n\}\to\{1,\ldots,n\}$ ისეთი, რომ

$$\int_{\Omega}\max_{k\le n}|\sum_{i=1}^{k}\alpha_{\pi(i)}\varphi_{\pi(i)}|^2\,d\mu\le C\sum_{k=1}^{n}|\alpha_k|^2, \tag{4}$$

სადაც C არის აბსოლუტური მუდმივი.

შევნიშნოთ, რომ მენშოვის კლასიკური უტოლობის თანახმად (4) ყოველთვის სრულდება იგივური გადანაცვლებისათვის π, $\pi(k)=k$, ოღონდ დამატებითი $(\log n)^2$ მამრავლით უტოლობის მარჯვენა მხარეს. გარსიამ 1970 წელს დაამტკიცა, რომ კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა სამართლიანია, თუ სამართლიანია შემდეგი ჰიპოთეზა:

გარსიას ჰიპოთეზა. არსებობს აბსოლუტური კონსტანტა C ისეთი, რომ ყოველი სასრული ორთონორმირებული $\varphi_1,\ldots,\varphi_n$ სისტემისათვის მოიძებნება ისეთი გადანაცვლება $\pi:\{1,\ldots,n\}\to\{1,\ldots,n\}$, რომ (4) სამართლიანია $\alpha_1,\ldots\alpha_n$ სკალართა ნებისმიერი მიმდევრობისათვის.

უცნობია, ეკვივალენტურია თუ არა კოლმოგოროვის და გარსიას ჰიპოთეზები. 1989 წელს ბურგეინმა [6] თანაბრად შემოსაზღვრული ორთონორმირებული სისტემისათვის $|\varphi_k|\le M,\ k=1,2,\ldots$ დაამტკიცა გარსიას ჰიპოთეზის სამართლიანობა უტოლობის მარჯვენა მხარეში დამატებითი $(\log\log n)^2$ მამრავლის მონაწილეობით (კონსტანტა C დამოკიდებულია M-ზე).

1970 წელს გარსიამ დაამტკიცა კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა გადანაცვლებადი ორთონორმირებული (φ_k) სისტემისათვის (ეს უკანასკნელი ნიშნავს, რომ $k_1,\ldots,k_l$ ინდექსთა ნებისმიერი სასრული რაოდენობისათვის $(\varphi_{k_1},\ldots,\varphi_{k_l})$-ის განაწილება არ იცვლება ინდექსთა ნებისმიერი გადანაცვლებისათვის).

ჩვენი წვლილი. ჩვენი გუნდის წევრს ეკუთვნის შემდეგი დებულება [28] რომელიც შეიძლება ჩაითვალოს კოლმოგოროვის ჰიპოთეზის "თითქმის" ამოხსნად.

თეორემა ([28]). ვთქვათ (φ_n) არის ორთონორმირებული სისტემა და P არის ალბათური ზომა ბორელის σ-ალგებრაზე l_2-ში. მაშინ არსებობს გადანაცვლება $\pi:N\to N$ და l_2-ის ქვესივრცე L ისეთი, რომ $P(L)=1$ და ყოველი $(\alpha_k)\in L$-სათვის მწკრივი $\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_k\varphi_{\pi(k)}$ კრებადია თითქმის ყველგან.

აქ ჩვენ ვგეგმავთ, უპირველეს ყოვლისა ჯერ დავამტკიცოთ გარსიას ჰიპოთეზის გამარტივებული ვარიანტი და შემდეგ შევეცდებით გადავიდეთ ზოგად შემთხვევაზე.

4. ულიანოვის ამოცანა. ულიანოვმა [58] დასვა შემდეგი ამოცანა: ვთქვათ $f:R^1\to R^1$ არის უწყვეტი, 2π-პერიოდული ფუნქცია და ვთქვათ $f\sim\sum_{n=0}^{\infty}A_n$ არის მისი შესაბამისი ფურიეს მწკრივი, სადაც $A_n(x)=c_n\cos(nx+\vartheta_n)$. არსებობს თუ არა ფურიეს მწკრივის ისეთი გადანაცვლება $\sum_{n=0}^{\infty}A_{\gamma(n)}$, რომელიც იკრიბება f-საკენ თანაბრად?

რევეშმა ([51, 52], თეორემა 2 -ის მსგავსი ტექნიკის გამოყენებით აჩვენა, რომ მწკრივის $\sum_0^\infty A_n r_n$ კრებადობა იწვევს დადებით პასუხს ულიანოვის კითხვაზე. თეორემა 2 გვაძლევს რევეშის პირობის შესუსტების საშუალებას, კერძოდ მისი შეცვლა შეიძლება სიგმა-თეტა პირობით: ნებისმიერი გადანაცვლებისთვის $\sigma : N \to N$ არსებობს ნიშანთა მიმდევრობა $\vartheta = (\vartheta_n)$ ისეთი, რომ მწკრივი $\sum_0^\infty A_{\sigma(n)} \vartheta_n$ იკრიბება.

ულიანოვის ამოცანასთან კავშირში პროექტის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანია დავადგინოთ, არის თუ არა სიგმა-თეტა პირობა აუცილებელი. წინასწარი ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ეს ასე არ არის (რევეშმა კონტრმაგალითის საშუალებით აჩვენა, რომ რადემახერის მწკრივის კრებადობა არ არის აუცილებელი).

აღვნიშნოთ, რომ კონიაგინმა [37] იპოვა საკმარისი პირობა ფუნქციის უწყვეტობის მოდულის ტერმინებში, რომელიც უზრუნველყოფს ფურიეს მწკრივის თანაბარ კრებადობას მისი სათანადო გადანაცვლების შემდეგ. საინტერესოა ის ფაქტი, რომ დამტკიცებებში გამოყენებულია ორმხრივი უტოლობა (3).

5. გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში. პროექტის ამ ნაწილის იდეები და საკითხები შემოტანილი და დამუშავებულია ინსტიტუტის ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილების მათემატიკოსთა ჯგუფისა და მიჩიგანის (აშშ) სახელმწიფო უნივერსიტეტიდან მათი კოლეგების, მკვლევარი პროგრამისტების მიერ. ჩვენ გამოვყოფთ ზოგიერთ პუბლიკაციას: [21], [22], [20], [17].

არსებობს შემთხვევითი მიმდევრობების (პროცესების) მრავალი მაგალითი, რომლებიც არ აკმაყოფილებენ გაძლიერებულ დიდ რიცხვთა კანონს, მაგრამ აკმაყოფილებენ მას გადანაცვლების შემთხვევაში. თავის თავად ეს ლამაზი თეორიაა. ამავე დროს მას შეიძლება ჰქონდეს გამოყენებები ბუთსტრაპის (bootstrap) თეორიაში. ეს ის შემთხვევაა, როდესაც სტატისტიკოსის განკარგულებაშია მხოლოდ ერთი დიდი შერჩევა და იგი განიხილავს მის გადანაცვლებებს როგორც განსხვავებულ შემთხვევით შერჩევებს.

6. დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება. ჩამოთვლილთაგან თითოეულში საქმე გვაქვს ამოცანებთან, რომელთაც აქვთ შემდეგი ქვეამოცანა როგორც ძირითადი ნაწილი: თქვათ $x = (x_1, \dots, x_n)$ არის ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ისეთი კრებული, რომ $\sum_1^n x_i = 0.$ ამოცანა მდგომარეობს ოპტიმალური (ან ოპტიმალურთან ახლოს მყოფი) ისეთი გადანაცვლების პოვნაში, რომელიც მინიმუმს ანიჭებს ფუნქციონალს

$$F(\pi) = \max_{1 \le k \le n} \| \sum_1^k x_{\pi(i)} \| \quad .$$

მაგალითებისთვის იხილეთ [46], [5], [33], [1]. ყოველი მათგანი იყენებს თეორემებს 1 და 2 და უწოდებს მათ ჩობანიანის გადატანის თეორემას.

გადანაცვლების პოვნის მთავარი იდეაა თეორემა 1-ის გამოყენებით, ამოცანის დაყვანა ვექტორთა ყოველი გადანაცვლებისთვის ნიშანთა ოპტიმალური კრებულის პოვნის ამოცანაზე. თეორემა 1 გვკარნახობს თვით ალგორითმს (იხ. [11], [10], [46]). მიღებული ალგორითმი პოლინომიალური რიგისაა. აგრეთვე საინტერესოა, რომ ხარბი (greedy) ალგორითმი არ მუშაობს (იხ. [8]; Wojtaszczyk J.O., 2010 (ზეპირი კომუნიკაცია)).

დიდი მონაცემებისათვის (big data) ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში საინტერესოდ გვეჩვენება პარალელური გამოთვლების გამოყენება: "გრძელი" ვექტორები შეიძლება დავყოთ შედარებით მცირე განზომილებიან ვექტორებად, მიღებულ ბლოკებში, პარალელური დაპროგრამების რეჟიმში, მოვძებნოთ ოპტიმალური გადანაცვლებები ზემოთ მითითებული ალგორითმით. მათი ბუნებრივი შეერთებით მიღებული გადანაცვლება, რა თქმა უნდა, შეიძლება არ იყოს ოპტიმალური. თუმცა რიგ ამოცანებში გამოთვლითი

სირთულის შემცირება ძალზედ მნიშვნელოვანია და ამის მიღწევა ხდება სიზუსტის ხარჯზე. ჩვენ გამოვიკლევთ ამ ამოცანას ოპტიმალობის სხვადასხვა კრიტერიუმისთვის.

ამოცანა 3.2. უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევის ახალი ასპექტები. ზოგიერთი გამოყენება.

პირველი შედეგები სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესახებ უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში გამოჩნდა მეოცე საუკუნის 60-იანი წლებიდან. ტრადიციული, სასრულგანზომილებიანი მეთოდები სასურველ შედეგებს იძლევა ჰილბერტის სივრცის შემთხვევაში. ხოლო ზოგადი ბანახის სივრცისთვის ეს მეთოდები ჩიხში აღმოჩნდა. რის შემდეგაც დაიწყო ისეთ ბანახის სივრცეებში კვლევა, რომელთა გეომეტრია იყო „მსგავსი" ჰილბერტის სივრცის გეომეტრიის. აღსანიშნავია ამ მიმართულებით თვით კ. იტოს მონოგრაფია ([61]). მნიშვნელოვანი შედეგები იქნა მიღებული ე. წ. UMD ბანახის სივრცეების კლასის შემთხვევაში, მაგრამ ეს კლასი მეტად ვიწროა და წარმოადგენს რეფლექსური ბანახის სივრცეების ქვეკლასს. სტოქასტური ანალიზის განვითარება UMD ბანახის სივრცეებში გასული საუკუნის 80-იანი წლებიდან იწყება, მაგრამ ბანახის სივრცეების კლასის შემდგომი გაფართოება დღემდე ვერ ხერხდება. ამგვარად, სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევა ზოგად ბანახის სივრცეში მეტად რთული და მნიშვნელოვანი პრობლემაა. **პროექტის ძირითადი ამოცანა სწორედ სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლაა ზოგად ბანახის სივრცეებში.**

სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლა ეფუძნება იტოს სტოქასტური ინტეგრალის ცნებას. ტრადიციული მეთოდებით იტოს სტოქასტური ინტეგრალის აგება ხერხდება ბანახის ზოგიერთ სივრცეებში სპეციალური გეომეტრიული სტრუქტურით. დღემდე არსებული ბანახის სივრცეების ყველაზე ფართო კლასი, სადაც ეს მეთოდი მუშაობს, UMD ბანახის სივრცეების კლასია (იხ. [73]).

მეორე მთავარი პრობლემა არის სტოქასტური ინტეგრალის შეფასების მოძებნა, რომელიც უზრუნველყოფს იტერაციულ პროცედურას სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის მოსაძებნად. ასეთი შეფასება ზოგად ბანახის სივრცეში არ არსებობს.

კვლევის ჩვენი მეთოდის სიახლე მდგომარეობს იმაში, რომ ჩვენ განვსაზღვრავთ განზოგადოებულ სტოქასტურ ინტეგრალს ზოგად ბანახის სივრცეში ჭვრეტადი შემთხვევითი პროცესებიდან, რომელიც არის განზოგადოებული შემთხვევითი ელემენტი (GRE) (ხშირად იხმარება ტერმინები წრფივი შემთხვევითი ფუნქცია ან ცილინდრული შემთხვევითი ელემენტი). თუ მიღებული GRE წარმოდგენადია შემთხვევითი ელემენტით მნიშვნელობებით ბანახის სივრცეში, მაშინ ვიტყვით, რომ ეს შემთხვევითი ელემენტი არის სტოქასტური ინტეგრალი. ამგვარად, სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის ამოცანა დაყვანილი იქნა GRE-ის წარმოდგენადობის კარგად ცნობილ ამოცანაზე. სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის დასამტკიცებლად ჩვენ ვიყენებთ GRE-ის წარმოდგენადობის საკმარის პირობებს, მათ შორის ლ. შვარცისა და ს. კვაპიენის ცნობილ საკმარის პირობას p-აბსოლუტურად შემკრები ოპერატორების ენაზე.

მეორე პრობლემის დასაძლევად ჩვენი მიდგომა ასეთია: GRE-ების ბანახის სივრცეში ჩვენ ვიხილავთ სტოქასტურ დიფერენციალურ განტოლებას. ამ სივრცეში ტრადიციული მეთოდები საშუალებას იძლევა დავამტკიცოთ განზოგადებული ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. შემდეგ, ძირითად ბანახის სივრცეში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებიდან ვიღებთ განტოლებას GRE-ების ბანახის სივრცეში, რომლის ერთადერთი განზოგადოებული ამონახსნი არსებობს; თუ ეს ამონახსნი წარმოდგენადია ძირითადი ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესით, მაშინ ეს პროცესი

იქნება მოცემული განტოლების ერთადერთი ამონახსნი. ამგვარად, ამ შემთხვევაშიც ამონახსნის არსებობის ამოცანა დაგვყავს GRE-ის წარმოდგენადობის ამოცანაზე.

რაში მდგომარეობს GRE-ის წარმოდგენადობის ანუ ოპერატორების ინდუცირებადობის პრობლემა?

ვთქვათ X ბანახის სეპარაბელური სივრცეა, X^* მისი შეუღლებულია, $B(X)$ - ბორელის σ-ალგებრაა X-ში, $(\Omega, \mathrm{B}, \mathrm{P})$ ალბათური სივრცეა. წრფივ შემოსაზღვრულ ოპერატორს $L: X^* \to L_2(\Omega, \mathrm{B}, \mathrm{P})$ ეწოდება განზოგადებული შემთხვევითი ელემენტი (GRE) (ხშირად გვხვდება ტერმინები: ცილინდრული შემთხვევითი ელემენტი ან წრფივი შემთხვევითი ფუნქცია). აღვნიშნოთ $M_1 := L(X^*, L_2(\Omega, \mathrm{B}, \mathrm{P}))$ სიმბოლოთი GRE-თა ბანახის სივრცე ნორმით $\|T\| = \sup_{\|x^*\|\le 1}(E(Tx^*)^2)^{1/2}$. $\xi: \Omega \to X$ ზომად გადასახვას ეწოდება სუსტი მეორე რიგის შემთხვევითი ელემენტი, თუ ყოველი $x^* \in X^*$-სთვის $E\langle \xi, x^* \rangle^2 < \infty$. სუსტი მეორე რიგის შემთხვევით ელემენტი აინდუცირებს GRE-ს – $T_\xi: X^* \to L_2(\Omega, \mathrm{B}, \mathrm{P})$, განსაზღვრულს ტოლობით $T_\xi x^* = \langle \xi, x^* \rangle$; მაგრამ არა პირიქით. იმ პირობების მოძებნა, რომლებიც განაპირობებენ მოცემული GRE-ის წარმოდგენას შემთხვევითი ელემენტის საშუალებით, ე. წ. ოპერატორების ინდუცირებადობის კარგად ცნობილი ამოცანაა. GRE არის შემთხვევითი ვექტორის განზოგადება უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში. სასრულ-განზომილებიან სივრცეებში ყოველი GRE ინდუცირებადია (წარმოიდგინება შემთხვევითი ვექტორით). M_2-ით აღვნიშნოთ სუსტი მეორე რიგის შემთხვევით ელემენტთა ნორმირებული სივრცე ნორმით $\|\xi\| = \|T_\xi\|$, $X \subset M_2 \subset M_1$.

სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების კვლევა მიმდინარეობს სხვადასხვა მიმართულებით: პირველი მიმართულებაა (პირობითად), როცა ინტეგრება ხდება რიცხვითი ვინერის პროცესით, ხოლო ინტეგრანდი ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე ჭვრეტადი პროცესია (იხ. [62]). წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების განზოგადებული ამონახსნისა და უშუალოდ ამონახსნის პოვნა განხილულია ნაშრომში [66]. მეორე მიმართულებაა როცა ინტეგრება ხდება ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში, ხოლო ინტეგრანდი ოპერატორულ მნიშვნელობიანი ჭვრეტადი პროცესია (იხ. [67]); მესამე შემთხვევაში ინტეგრება ხდება ცილინდრული ვინერის პროცესით ჰილბერტის სივრცეში, ხოლო ინტეგრანდი ოპერატორულ მნიშვნელობიანი ჭვრეტადი პროცესია ჰილბერტის სივრციდან ბანახის სივრცეში (იხ. [68]). ჩვენი მიზანია სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლა როცა ინტეგრება ხდება ამა თუ იმ სახის ვინერის პროცესით. ასევე განზრახული გვაქვს ამ შემთხვევებისთვის განვითარებული ჩვენი მეთოდების გამოყენება მაშინაც, როცა სტოქასტური ინტეგრალი იგება შედგენილი პუასონის პროცესით. ჩვენი მიდგომა საშუალებას იძლევა სტოქასტური ანალიზის მეთოდები სასრულგანზომილებიანი შემთხვევისთვის ბუნებრივად განზოგადდეს უსასრულოგან-ზომილებიან შემთხვევაზე. როგორც ცნობილია, ვინერის ფუნქციონალები წარმოიდგინება იტოს სტოქასტური ინტეგრალის სახით. სტოქასტურად გლუვი ფუნქციონალის შემთხვევაში ოკონე-კლარკის ფორმულა ინტეგრალქვეშა ფუნქციის წარმოდგენის საშუალებას იძლევა ე. წ. მალივენის წარმოებულის გამოყენებით. პროექტის ფარგლებში ჩვენი ამოცანაა ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების მაქსიმალურად ფართო კლასის აღწერა, სადაც მოხერხდება ოკონე-კლარკის ფორმულის განზოგადება. ვინერის ფუნქციონალების წარმოდგენები სტოქასტური ინტეგრალის მეშვეობით (გირსანოვის ზომის შეცვლის თეორემასთან ერთად) არსებითად მნიშვნელოვან როლს თამაშობს თანამედროვე ფინანსურ მათემატიკაში. შევისწავლით ვინერის და პუასონის ფუნქციონალების იტოს

სტოქასტური ინტეგრალის სახით წარმოდგენის პრობლემას და გირსანოვის თეორემის განზოგადებას ზოგად ბანახის სივრცეში. როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები და მასთან დაკავშირებული საკითხები ზოგად ბანახის სივრცეში გადაუჭრელი პრობლემებია გასული საუკუნის ოთხმოციანი წლებიდან. ამასთან ამ მიმართულებით მიღებული შედეგები რთული სისტემების მოდელირების საშუალებას მოგვცემს. ამის საილუსტრაციოდ გამოდგება ტურბულენტური მოძრაობის მათემატიკური მოდელის აგება, რომელსაც ქვემოთ შევეხებით.

მეორე ამოცანა, რომლის კვლევა განხორციელდება პროექტის ფარგლებში, არის სუს-ტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები უსასრულოგანზომილებიან სივრცეებში. პროექტის ძირითად ამოცანაზე მუშაობის პროცესი დავიწყეთ ბანახის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე ვინერის პროცესის განსაზღვრების ანალიზით, რომელმაც მიგვიყვანა შემთხვევითი ელემენტების სუსტად დამოუკიდებლობის შესწავლის აუცილებლობამდე. როგორც ვიცით, ბანახის X სივრცეში მნიშვნელობების მქონე ξ_1 და ξ_2 შემთხვევითი ელემენტები დამოუკიდებლებია, თუ ყოველი x^* და y^* ელემენტებისათვის X^* შეუღლებული სივრციდან, $\langle \xi_1, x^* \rangle$ და $\langle \xi_2, y^* \rangle$ დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია. თუ ამ მოთხოვნას შევასუსტებთ და მოვითხოვთ $\langle \xi_1, x^* \rangle$ და $\langle \xi_2, x^* \rangle$ შემთხვევითი სიდიდების დამოუკიდებლობას ყოველი $x^* \in X^*$-სათვის, მივიღებთ შემთხვევითი ელემენტების სუსტად დამოუკიდებლობას. თუ შემთხვევითი ელემენტები $\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_n$ სუსტად დამოუკიდებლებია, მაშინ კორელაციური ოპერატორები $R_{ij}, i \neq j$, ანტისიმეტრიული ოპერატორებია (დამოუკიდებლობის შემთხვევაში $R_{ij} = 0,\ i \neq j$). სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები ინახავენ ბევრ იმ თვისებას, რაც გააჩნიათ დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს. კერძოდ, მათთვის სამართლიანია ცენტრალური ზღვარითი თეორემა, დიდ რიცხვთა სუსტი კანონი, კერძო ჯამების ზომით კრებადობა და ა.შ. იმ პირობებში, რომლებიც მოითხოვება დამოუკიდებლობის შემთხვევებში. თუმცა, კერძო ჯამების თითქმის ნამდვილად კრებადობის ან დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონის სამართლიანობის საკითხი ჯერ-ჯერობით გადაუწყვეტელია. ამ მიმართულებით პირველი შედეგები მიღებული გვაქვს სუსტად დამოუკიდებელი გაუსის შემთხვევითი ელემენტების შემთხვევისთვის (იხ. [70]). იმედი გვაქვს საანგარიშო პერიოდში მივიღებთ დასრულებულ შედეგებს. ოსალოდნელია ახალი შედეგების მიღება ჰილბერტის სივრცის შემთხვევაშიც.

მესამე ამოცანა, რომელსაც ჩვენ განვიხილავთ პროექტში, არის ტურბულენტური მოძ-რაობის მათემატიკური მოდელის შექმნა. ჩვენი მიზანია პროექტის ძირითადი ამოცანის გადაწყვეტისას მიღებული შედეგების გამოყენება ტურბულენტური მოძრაობის შესას-წავლად. ჯერ კიდევ ა.ს. მონინისა და ა.მ. იაგლომის ცნობილ მონოგრაფიაში გვხვდება მოსაზრება, რომ ტურბულენტური მოძრაობის მათემატიკური მოდელის ასაგებად საჭირო იქნება შემთხვევითი პროცესების გამოყენება მნიშვნელობებით უსასრულო-განზომილებიან ფუნქციონალურ სივრცეებში (იხ. [72], თ. 10, პ. 29.5). მოკლედ ჩამოვაყა-ლიბოთ ჩვენი მიდგომის არსი: დავაფიქსიროთ ტურბულენტურ გარემოში წერტილი x. ამ წერტილში გვაქვს t-მომენტში გადატანითი სიჩქარე $V(t,x)$ და ტურბულენტური „და-ჯახებებით“ გამოწვეული სიჩქარის იმპულსე – $\xi(t,x)$. ჩვენი მიდგომის ძირითადი არსი მდგომარეობს იმაში, რომ სიჩქარის იმპულსების რაოდენობა t მომენტამდე, ფიქსირებულ x წერტილში $P(t,x)$ დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცესია.

სხვადასხვა წერტილებში სიჩქარის სიდიდეები გარკვეულ კორელაციაში არიან. ტურ-ბულენტური გარემოს ყოველი წერტილისთვის დროის ერთი და იმავე და სხვადასხვა მომენტებში სიჩქარის კორელაციების დადგენა არის მთავარი ამოცანა ტურბულენტური

მოძრაობის შესწავლის საქმეში. ანუ, ეს არის ამოცანა გარკვეულ ფუნქციონალურ სივრცეში შემთხვევითი ელემენტის აგებისა. გარკვეული მსჯელობების ჩატარების შემდეგ ვასკვნით, რომ ასეთი სივრცე უნდა იყოს $D_Q([0,T],C(S))$ სივრცე, სადაც S კომპაქტია (ტურბულენტური გარემო), $C(S)$ უწყვეტ ფუნქციათა ბანახის სივრცეა, Q - რაციონალურ წერტილთა სიმრავლეა $[0,T]$ -ში; $D_Q([0,T],C(S))$ არის სივრცე მარჯვნიდან უწყვეტი და მარცხნიდან ზღვრის მქონე ისეთი ვექტორული ფუნქციების, რომელთაც t-ს მიმართ მხოლოდ რაციონალურ წერტილებში შეიძლება ჰქონდეთ წყვეტა. ეს ბანახის სეპარაბელური სივრცეა $\|f\| = \sup_{t\in[0,T]}\|f(t)\|$ ნორმით.

სიჩქარის, როგორც $D_Q([0,T],C(S))$ სივრცეში შემთხვევითი ელემენტის მოცემა ნიშნავს გარემოს სხვადასხვა წერტილებში, განსხვავებულ დროებში, სიჩქარის სიდიდეების, მათი კორელაციების ცოდნას. თუ გვეცოდინება სიჩქარის, როგორც შემთხვევითი ელემენტის მახასიათებლები და თუ მივაღწევთ რეალურთან მიახლოებულ მის გენერირებას, ჩვენ გვექნება ტურბულენტური მოძრაობის კარგი მოდელი. ტრაექტორიის განტოლებები იქნება სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები $C(S)$-ბანახის სივრცეში. ჩვენი მიზანია ამ საკითხების კვლევა, შესაბამისი განტოლებების ამონახსნების გენერირება, ტურბულენტური მოძრაობის სიმულაცია კომპიუტერზე და ამ გზით მოდელის დახვეწა.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია

ამოცანა 4.1. მონაცემთა დამუშავება კანონიკურად შეუღლებულ არამკაფიო ქვესიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე.

ალგორითმების კომპიუტერული რეალიზაციის ეტაპზე ხშირად საქმე გვაქვს დიდი მოცულობის რთული და არაზუსტი ინფორმაციის დამუშავების აუცილებლობასთან. ამასთან დაკავშირებით, გათვალისწინებულია მონაცემთა დამუშავებისადმი ახალი მიდგომის განვითარება კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლეების ცნების საფუძველზე. კერძოდ, მონაცემებთან დაკავშირებული კანონიკურად შეუღლებული ატრიბუტების (უზუსტობისა და განუზღვრელობის) ერთობლივი განხილვის მიზნით აგებული იქნება ალბათური მოდელი, რომელიც დაეყრდნობა არაკომუტირებადი ცვლადების ფუნქციების წარმოდგენის თეორიაზე დაფუძნებულ ქვანტური მექანიკის მათემატიკურ ფორმალიზმს. შესწავლილი იქნება კანონიკურად შეუღლებული ატრიბუტების – ფერების შესაბამისი ოპერატორების თვისებები და შემუშავდება კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლეების თეორიაზე დაფუძნებული მონაცემთა დამუშავების ეფექტური მეთოდიკა, რაც მოგვცემს საშუალებას მონაცემების დამუშავების მიზნით აიგოს სპეციალური ალგორითმები, რომელთა რეალიზაციაც შესაძლებელია თანამედროვე გამოთვლით სისტემებზე. გათვალისწინებულია აგრეთვე, არამკაფიო დიფერენციალური განტოლებებისათვის კოშის ამოცანის ამოხსნასთან დაკავშირებული პრობლემების გამოკვლევა არამკაფიო ნამდვილი რიცხვების არითმეტიკის საფუძველზე.

ამოცანა 4.2. პარალელური გამოთვლითი სისტემებისთვის დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების, აგრეთვე გრაფთა წარმოდგენის ალგებრაიზაციის შემუშავებისა და გამოყენების საკითხები.

როგორც ცნობილია, ინფორმატიკის განვითარების თანამედროვე ეტაპზე გამოთვლების გაპარალელება წარმოადგენს გამოთვლითი სისტემების სიმძლავრის გაზრდის რესურსს. პროექტი მიძღვნილია ალგორითმების თეორიისა და პროგრამირების მთელი რიგი პრაქტიკული და თეორიული საკითხების დამუშავებისთვის პარალელურ სისტემებში გამოყენების მიზნით.

პროექტში დაგეგმილია შემდეგი შინაარსის კვლევები და სამუშაოები: შემუშავდება პარალელური პროცესების მიმდევრობითობის გრაფის ტიპის განსაზღვრის მოხერხებული კრიტერიუმები და სათანადო ალგორითმები; გამოსახულებათა ჩაწერის უფრჩხილებო ნოტაციების გამოყენებით შემუშავდება ხეების აღწერის ახალი ალგებრული საშუალებები და შესწავლილ იქნება მათი გამოყენება პარალელური პროცესებისთვის; შემუშავდება ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებები ალგორითმულ ენებში ჩასამა-ტებლად; შემუშავდება ჰიბრიდული შესაძლებლობების ენების (ალგორითმული ენები, რომლებშიც ჩამატებულია ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებები) გამოთვლითი ალგორითმების გადასაწყვეტად გამოყენების საკითხები. შემუშავდება კრიტერიუმები, რომლებიც განსაზღვრავს ჰიბრიდული შესაძლებლობების უპირატეს გამოყენებას სხვა-დასხვა სახის მიმდევრობით და პარალელურ ალგორითმებში; მოხდება თანამედროვე მიმდევრობით და პარალელურ ალგორითმებში გამოყენებისთვის განკუთვნილი ახალი კომბინატორიკული ამოცანების ჩამოყალიბება და მათი ამოხსნების შემუშავება. პროექ-ტით გათვალისწინებულია დასმული ამოცანების როგორც თეორიული ასპექტების შეს-წავლა, ასევე მათი დამუშავება პრაქტიკულ ჭრილში კომპიოუტერულ რეალიზაციამდე მიყვანით. პროექტით გათვალისწინებული ყველა მიზნობრივი საკითხი დიდი დოზით შეიცავს სამეცნიერო სიახლის ელემენტებს, ხოლო პარალელური სისტემებისთვის ეს საკითხები დამუშავებული არ არის. ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს პროექტის როგორც წმინდა თეორიული, ასევე პრქტიკული სამეცნიერო ღირებულება.

ამოცანა 4.3. არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკური ფიზიკის წრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის.

წარმოდგენილი პროექტის ერთ-ერთ მიზანს წარმოადგენს ახალი ტიპის არალოკალური ამოცანების განხილვა. კერძოდ, შესწავლილი იქნება არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მათემატიკური ფიზიკის განტოლებებისათვის. დამტკიცებული იქნება ამ ამოცანების ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა. აგებული იქნება რიცხვითი ალგორითმები, რომელთა რეალიზაცია შესაძლებელია როგორც მიმდევრობით, ასევე პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. განხილული და შესწავლილი იქნება ფილტრაციის ერთი ამოცანა არალოკალური სასაზღვრო პირობებით.

ამოცანა 4.4. დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად პარალელური თვლის ალგორითმების აგება, დამუშავება და შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

კვლევის ობიექტს წარმოადგენს დიდი მოცულობის მონაცემების დასამუშავებლად ახალი პარალელური ალგორითმების აგება და მათი რეალიზაცია. ეს საკითხი აქტუა-ლურია რადგანაც ტრადიციული ალგორითმებით თითქმის შეუძლებელია ასეთი ამოცა-ნების რეალიზაცია. კვლევის სიახლეს წარმოადგენს ის რომ ასეთ ალგორითმების აგებისას გამოიყენება თანამედროვე პრინციპი: მონაცემების ნაწილებად დაყოფა და მათი შესრულება ბირთვებზე ხდება ერთდროულად - დაყოვნების გარეშე. კვლევის მეთოდო-ლოგია დაფუძნებულია პარალელური პროგრამების ინტერაქტიულ ვერიფიკაციაზე.

ამოცანა 4.5. ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის მართვის მხარდამჭერი კიბერ - ინფრასტრუქტურული პროექტი.

ამ მიმართულებით პროექტის მიზანია აიგოს მათემატიკური უზრუნველყოფა ღია, მოქნილი და მასშტაბირებადი კიბერ-ინფრასტრუქტურული გარემოსთვის, რომელიც განაპირობებს:

- ინფორმაციული სივრცის შექმნას, მასში რიგი საგნობრივი არეების ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის განთავსებისთვის, დაგეგმილი სტრუქტურების შესაბამისად;
- გარკვეული პერიოდულობით, პირველადი ინფორმაციის მიღებას სერვისის მომწოდებლებისგან;
- ინფორმაციის გადამუშავების შედეგად, ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის თანმიმდევრულ ფორმირებას და განთავსებას საკუთარ ინფორმაციულ სივრცეში, გრძელვადიანი არქივის ფორმირებას;
- მომხმარებლების როგორც რეგლამენტური, ისე ნებისმიერი ინფორმაციული მოთხოვნების დაკმაყოფილებას;
- ინფორმაციული ანალიზის სამსახურის უზურნველყოფას.

ამოცანის გადაწყვეტა მოითხოვს ინფორმაციული რესურსის სასიცოცხლო ციკლის, მონაცემთა დამუშავებისა და ანალიზის, მონაცემთა საცავების მართვისა და ქსელური ტექნოლოგიების შესაძლებლობების სისტემურ ინტეგრაციას.

მონაცემთა დამუშავების ინტერნეტ-ტექნოლოგიები თანამედროვე მზარდი ტექნოლოგიებია [24]. ჩვენს ინსტიტუტში არსებობს ანალიტიკლური ინფორმაციული სისტემების აგების მრავალწლიანი ტრადიცია [25]. 2010-2012 წლებში პრობლემა განიხილებოდა ევროკომისიის პროექტის GEO-RECAP (#266155, FP7, INCO. 2010-6.1) ფარგლებში, რიგ სემინარებსა და კონფერენციებზე [26].

პროექტის ფარგლებში იგეგმება ორი ქვესისტემის აგება. პირველია მონაცემთა დამუშავების ქვესისტემა, მეორე – ქსელური არქიტექტურის მართვის ქვესისტემა. როგორც აღვნიშნეთ, ინსტიტუტში არსებობს ანალიტიკური ინფორმაციული სისტემების აგების მრავალწლიანი ტრადიცია. ამის გამო, პირველი ქვესისტემის აგება არ მოითხოვს ხანგრძლივ თოერიულ კვლევებს. აქ, ძირითადად, თანამედროვე ინსტრუმენტული საშუალებების ანალიზია საჭირო, რაც პროექტირების ფარგლებში შესრულდება როგორც ერთ-ერთი ამოცანა.

რაც შეეხება ქსელური არქიტექტურის მართვის ქვესისტემას, აქ საჭიროა პროგრამული უზრუნველყოფის ბაზარზე არსებული თანამედროვე გადაწყვეტილებების ანალიზი [27], შეძლებისდაგვარად მათი გამოყენების მიზნით, და მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ ანალიზი ცხადყოფს მათი გამოყენების არაეფექტურობას, დამოუკიდებელი ქსელური არქიტექტურული გადაწყვეტილების აგება.

2.2 ლიტერატურული მონაცემები.

მიმართულება 1.

1. Саникидзе Д.Г., Нинидзе К.Р. Метод свободных параметров в приближенном вычислении интегралов типа Коши. Тр. X меж. симп. «Методы дискретных особенностей в задачах матем. физ.».Херсон, 2001, 29 мая-5 июня, 299-302.

2. Саникидзе Д.Г.,. Мирианашвили М.Г. К вопросу численного решения граничных задач по схеме аппроксимации сингулярных интегралов для областей с произвольными гладкими границами. Дифференц. уравнения, 38, № 9, 2002, 1277-1284.
3. Sanikidze J., Mirianashvili M. Approximation Schemes for Singular Integrals and Their Applications to Some Boundary Problems. Computational Methods in Applied Math., v.4, #1, 2004, 94-104.
4. Саникидзе Д.Г. О некоторых схемах аппроксимации сингулярных интегралов с ядром Коши и некоторых их применениях. Труды XII международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики», Харьков-Херсон, 13-18 июня 2005, 314-317.
5. Sanikidze J., Mirianashvili M. On Numerical Solution of the Dirichlet Modified Problem by Integral equations. Proceedings of the IEMAP "Integral Equations and Modeling of Applied Problems", Chisinau, Moldova, 20-25 June, 2005, 131-134.
6. Саникидзе Д.Г. О численном решении одного класса сингулярных интегральных уравнений на бесконечном интервале. Дифференц. уравнения, т.41, № 9, 2005, 1280-1285.
7. Саникидзе Д.Г., Мирианашвили М.Г., Купатадзе К.Р. Об одной схеме численного решения видоизмененной задачи Дирихле для конечных многосвязных областей и некоторых ее приложениях. Дифференц. уравнения, т.42, № 9, 2006, 1272-1281.
8. Саникидзе Д.Г. Применение приближенных формул для интегралов с ядром Коши для численного решения задач рассеяния. Вестник Харьковского национального университета, № 775, 2007, 228-235.
9. Sanikidze J. On the Numerical Solution of Integral Equations for Some Main Problems in Plane Elasticity. Differential Equations. 2007, Vol. 43, No. 9, 1-8.
10. О некоторых вычислительных схемах для приближенного решения интегральных уравнений задач плоской теории упругости. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2007, No. 2(13), 102-109.
11. Саникидзе Д.Г., Хубежты Ш.С. О вычислительной схеме повышенной точности для решения одного класса сингулярных интегральных уравнений. Труды XIY межд. симп. «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2009), Харьков-Херсон, 2009, часть 1, с.164-167.
12. Sanikidze J., Mirianashvili M. On Cauchy Type Singular Integrals Approximation Methods in Applied Physics. Proceedings of the second WSEAS International Conference on Finite Differences, Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements, 2009, Tbilisi, Georgia, June 26-28, 182-185.
13. Саникидзе Д.Г. О квадратурных формулах Гаусса для интегралов с фиксированной особенностью типа Коши и их некоторые приложения. Труды IV Международной научно-технической конференции «Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем», Пенза, 19-23 октября 2009 г., стр. 60-63.
14. Sanikidze J., Ninidze K. On Uniform Approximation of Cauchy Type Integrals on Closed Contours of Integration. AMIM, #1, 2010, 11-28.
15. Саникидзе Д.Г.,. Мирианашвили М.Г. О равномерных аппроксимациях интегралов типа Коши с разомкнутыми контурами. Сб. статей «Математическое и компютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем», Пенза, 2011, 117-120.
16. Саникидзе Д.Г., Купатадзе К.Р. О некоторых квадратурных формулах МДО повышенной точности для сингулярных интегралов. Тр. XV Межд. симп МДОЗМФ-2011. Харьков-Херсон, 2011, 232-235.

17. Саникидзе Д.Г., Купатадзе К.Р. Об одном классе усложненных квадратурных формул типа дискретных особенностей для сингулярных интегралов с ядром Коши. Вестник Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина, 2011, № 960, вып. 16, 169-176.
18. Sanikidze J., Ninidze K. Some Approximate Processes for Cauchy Type Singular Integrals. Proc. A. Razmadze Math. Inst., v. 160 (2012), 135-142.
19. Саникидзе Д.Г., Купатадзе К.Р., Хубежты Ш.С. Об одном классе квадратурных формул повышенной точности для сингулярных интегралов с ядром Коши. Труды XYI межд. Симп. «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2013), Харьков- Херсон, 2013, с. 345-348.
20. Sanikidze J., Kupatadze K. On One Class of High Accuracy Quadrature Formulas for Singular Integrals with Cauchy Kernels. Bull. of Kharkov National University "Mathematical Modeling, Information Technologies, Automated Control Systems". №1063, 2013, 90-98.
21. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д. О некоторых вопросах точности квадратурных формул для сингулярных интегралов с ядром Коши. Proceed. of the International Scientific-Practical Conference IEC-2014, Vinnytsia, Ukraine, 157-158.
22. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д. О квадратурных формулах для сингулярных интегралов, близких по точности к гауссовским. Пенза, Сборник статей ПГУ «Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем», 2014, с. 37-41.
23. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д., Мирианашвили М.Г. К вопросу применения узлов Чебышева в квадратурных формулах для сингулярных интегралов с ядром Коши и весовыми функциями Якоби. Россия, Пенза, Сборник статей IX межд. Научно-техн. Конференции ПГУ «Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем», с. 62-66, 2015.
24. Sanikidze J., Ninidze K. On Discrete Vortices Type Computational Schemes with Higher Accuracy for the Numerical Solution of Some Classes of the Singular Integral Equations. 2015, Tbilisi International Conference on Computer Science and Applied Mathematics. Tbilisi, Georgia, 271-273.
25. Sanikidze J., Mirianashvili M., Kupatadze K. On some quadrature formulas for cauchy type singular integrals with jacobi weights // applied mathematics, informatics and mechanics (AMIM), Vol.21 No.1, 2016, pp.133-144.
26. Grinberg G.A. The selected questions of mathematical theory of electric and magnetic phenomena. (Russian) Izd. Akad. Nauk SSSR, 1948.
27. SmytheWilliam R. Static and Dinamic Electricity (second edition), New York, Toronto, London, 1950.
28. Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids, Oxford University Press, London, 1959.
29. Budak B.M., Samarski A.A. and Tikhonov A.N. A collection of problems in mathematikal physics, Nauka, Moscow, 1980 (in Russian).
30. Lavrent'jev M.A. and Shabat B.V. Methods of the theory of functions of a complex variable. (Russian) Nauka, Moscow, 1973.
31. Karageorghis A. Modified methods of fundamental solutions for harmonic and biharmonic problems with boundary singularities. Numer. Methods Partial Differential Equations, 8, 1992, 1-19.
32. Koblishvili N., Tabagari Z. and Zakradze M. On reduction of the Dirichlet generalized boundary value problem to an ordinary problem for harmonic function. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 132 (2003), 93-106.
33. Chaduneli A., Tabagari Z. and Zakradze M. A method of probabilistic solution to the ordinary and generalized plane Dirichlet problem for the Laplace equation. Science and Computing, Proc. Sixth ISTC Scientific Advisory Committee Seminar, Vol. 2, Moscow (2003), 361-366.

34. Chaduneli A., Tabagari Z. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized boundary problem for a harmonic function by the method of probabilistic solution. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 173, №1, 2006, 30-33.
35. Zakradze M., Koblishvili N., Karageorghis A. and Smyrlis Y. On solving the Dirichlet generalized problem for harmonic function by the method of fundamental solutions. Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Reports, 34 (2008), 24-32.
36. Kublashvili M., Sanikidze Z. and Zakradze M. A method of conformal mapping for solving the generalized Dirichlet problem of Laplace's equation. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 160 (2012), 71-89.
37. Zakradze M., Sanikidze Z., Koblishvili N.and Natsvlishvili Z. One model of reduction of the Dirichlet generalized problem to ordinary problem for harmonic function. Several Problems of applied Mathematics and Mechanics. Mathematics Research Developments, Nova publishers, New York, (2013), 111-123.
38. Koblishvili N. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized problem for a harmonic function in the case of an infinit plane with holes. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 164(2014), 71-82.
39. Koblishvili N., Kublashvili M., Sanikidze Z. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized problem for a harmonic function in the case of an infinit plane with a crack-type cut. Proc. A. Razmadze Math. inst., Vol. 168 (2015), 53-62.
40. Duenkin E.B. and Yushkevich A.A. Theorems and problems on Markov’s processes, Nauka, Moscow, 1967 (in Russian).
41. Zakradze M., Kublashvili M., Sanikidze Z., Koblishvili N. Investigation and numerical solution of some 3D internal Dirichlet generalized harmonic problems in finite domains, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute 171 (2017) 103-110.
42. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Об учете неоднородности деформаций поперечного сдвига по толщине в слоистых оболочках. Прикл. механика, 1977, 13, №10, с. 36-42.
43. Григоренко Я. М., Василенко А. Т. Теория оболочек переменной жесткости. Киев: Наук.думка, 1981, 541с.
44. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Голуб Г.П. Статика анизотропных оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. – Киев, Наук.думка, 1987. -216с.
45. Григоренко Я.М., Абрамидзе Э.А. Напряженное состояние гибких слоистых оболочек вращения с учетом неоднородности деформаций поперечного сдвига. Докл. АН УССР, Сер.А., 1988, № 9, с.30-34.
46. Григоренко Я.М., Абрамидзе Э.А.Температурная задача о деформации гибких слоистых оболочек вращения в уточненной постановке. Прикл. Механика. Киев, 1993, 29, № 5, с. 55-59.
47. Grigorenko Ya.M., Abramidze E.A. Refined stress analysis of flexible multilayered shells of revolution with orthotropic layers of variable thickness. International Applied Mechanics, 37, 11, 2001, 1433-1140.
48. Abramidze E.A. The stress state of multilayer flexible cylindrical shells of variable stiffness, Journal International Applied Mechanics, vol. 39, 2, 2003, pp. 211-216.
49. Абрамидзе Э.А., Чанкотадзе В.В. О численном решении нелинейных задач для гибких слоистых оболочек по уточненной теории. Научно-техн. журнал «Строительство». Тбилиси, № 3(18), 2010, с. 37-42.
50. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости, М.-Л.: Гостехиздат, 1949.
51. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1953.
52. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости, М.: Наука, 1966.
53. Александров В.М. Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении, М.: Машиностр., 1986.

54. Морозов Е.М., Зернин М.В. Контактные задачи механики разрушения, 2-е изд., М.: Либроком, 2012.
55. Морозов. Н.Ф. Математические вопросы теории трещин, М.:Наука, 1984.
56. Мусхелишвили Н.И., Сингулярные интегральные уравнения, М.:Наука, 1968.
57. კუბლაშვილი მ. ბზარის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის შესახებ. საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია "მართვის ავტომატიზირებული სისტემები". სამეცნიერო შრომები ქ. თბილისი, 27-28 სექტემბერი, 1996 წ., გვ. 28-31.
58. Кублашвили М.Д. О численном решении некоторых задач бесконечных пластин с трещинами, Сб. трудов международного симпозиума, посвященного проблемемам тонкостенных пространственных систем, Тбилиси, 2001, с.132-136.
59. Кублашвили М.Д. О численном решении задачи термоизолированной трещины, Проблемы прикладной механики, 4(9) 2002, с. 89-91.
60. Sanikidze Z. On some questions of an approximate solution of a contact problem of the theory of elasticity, Reports of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 9, 1-3, 1994.
61. Sanikidze Z. Numerical solution of one problem of interaction of two elastic cylinders, Reports of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 10, 3, 1995.
62. Sanikidze Z. One approximate solution of one first kind integral equation by regularization method, Bull. Georgian Acad. Sci., 153, 1, 1996.
63. Sanikidze Z. On approximate representation of one integral operator and its application, Bull. Georgian Acad. Sci., 153, 3, 1996.

მიმართულება 2.

1. Kaczmarz S. Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen (Approximate Solution for Systems of Linear Equations). Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Série A, Sciences Mathématiques, 35, 355–357.
2. Wald A. Statistical decision functions. Wiley, 1950.
3. Giorgobiani J. Long-term Inventory Control Problem for Cascade Systems. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences. Bulletin of the Georgian National Akademy of Sciences, v.10, no. 40, 2016, 27 – 32.
4. Beltadze G., Giorgobiani J. The stability of equilibrium situation for lexicographic strategic games. International Journal of Modern Education and Computer Science, v.8, no 12, 2016, 18 – 45.
5. Giorgobiani J, Nachkebia M., Giorgobiani G. One Approach to the Regime Optimization of Water-Power System. Comp. Sciences and Telecommunications (GESJ), No.2 (38), 2013, 52-56.
6. Ugulava D., Zarnadze D. On notion of generalized spline for a sequence of elements sets. Bull. Georg. Ac. Sci., v.4, No.1, 2010, 12-16 .
7. Tsotniashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On the stability of ill–posed problem with noninjective compact operator. Third Intern. Conf.of Gori University, 1-2 October, 2010, 233-234.
8. Ugulava D., Zarnadze D. Generalized spline algorithms and condition of their linearity and centrality. Proceedings of A. Razmadze Math. Inst., v. 160, 2012, 134-164.
9. Tsotniashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On some Frechet space and operator arising in computerized tomography. The fifth annual international conference, Gori University, Georgria, 2012, November 16-18, 108-110.
10. Tsotniashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On a linear central spline algorithm in the space $D(K^{-n})$. The sixth annual international conference, Gori University, Georgria, 2013, November 15-16, 191-193.

11. Ugulava D., Zarnadze D. The least squares method for harmonic oscillator operator in Schwartz space. Intern. Conf. on Comp. Science and Appl. Math., Proceedings, March 21-23, 2015, Tbilisi, Georgia, 255-261.
12. Ugulava D., Zarnadze D. On a new mathematical model of computerized tomography. Intern. Scientific Conf. Dedicated to 85-th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili, Information and Computer Technologies, Modeling, Control. Proceedings, Georgian Technical University. Tbilisi, 2015, 433-435.
13. Ugulava D., Zarnadze D. On a linear generalized spline central algorithm of computerized tomography. Proceedings of A. Razmadze Math. Inst., v.169, 2015, 129-148.
14. Ugulava D., Zarnadze D. New mathematical models of computerized tomography based on SVD of Radon operator. Information and Computer Technology, Modeling and Control. Nova Science publishers, Chapter 29, New York, 2017.
15. Traub J.F., Wojniakowski H. and Wasilkowski G.W. Information-based complexity. With contributions by A.G. Werschulz and T. Boult. Computer Science and Scientific Computing. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1988.
16. Traub J. F., Wojniakowski H. Information, uncertainty, complexity. 1980.
17. Natterer F. The mathematics of computerized tomography. B. G. Teubner, Stuttgart; John Wiley &Sons, Ltd., Chichester, 1986.
18. Louis K. Orthogonal function series expansions and the null space of the Radon transform. SIAM J. Math. Anal.**15** (1984), No. 3, 621–633.
19. Dietz R. L. Die approximative inverse alsrekonstruktionsmethode in der rontgen computer tomography. Dissertation, Universitat des Saarlandes, Saarbruken, 1999.
20. Maass P. Singular value decompositions for Radon transforms. Mathematical methods in tomography (Oberwolfach, 1990), 6–14, Lecture Notes in Math., 1497, Springer, Berlin, 1991.
21. Triebel H. Interpolation theory, Function spaces, Differential operators, North-Holland, 1995.
22. Bechel J.J., Sengupta A.N. The Schwartz space: a background to white noise analysis. Preprint of University of Louisana, 2004-math.Isu.edu, 1-31.
23. Gvazava J. K. Global solution of Cauchy's problem for a degenerate quasilinear hyperbolic equation by the method of characteristics. Differential Equations 17, 1981, 25-30;
24. Menteshashvili M.Z. On the Caushy problem on the unit circumference for a degenerating quasilinear equation (in russian) Soobsh. Akad. Nauk Gruzii 148, 2, 1993, 190-193.
25. Menteshashvili M.Z. The Nonlinear Cauchy Problem with Solutions Defined in Domains with Gaps. Journal of Mathematical Sciences, 2015, Volume 206, Issue 4, 413-423, Springer;
26. Gvazava J., Menteshashvili M., Baghaturia G. On Modeling of Process of Formation of Impenetrable Domains for Non-linear Waves. Book of Abstracts. The International Conference "Information and Computer Technologies, Modeling, Control", Tbilisi, 2010;
27. Gvazava J., Menteshashvili M., Baghaturia G. The Curves of Strong Parabolic Degeneracy as a Part of Boundaries of Domains of Propagation for Some Non-linear Waves, Several Problems of Applied Mathematics and Mechanics, Series: Mathematics Research Developments, Nova Science publishers. ISBN: 978-1-62081-603-5, pp. 93-100, 2013.
28. Darboux G. Lecons sur la theorie generale des surfaces, t. IV, Gauthier-Villars, Paris, 1894; J. Hadamard.Lecons sur la propagation des ondeset les equations de l'hydrodinamique. Hermann, Paris, 1903;
29. Kumei S. and Bluman G.W. When Nonlinear Differential Equations are Equivalent to Linear Differential Equations. SIAM J. Appl. Math. 42 (1982), No 5,1157-1173;
30. Tricomi F. Sulleequazionilinearialle derivate parziali di 2 ordine di tipomisto. Acc. Linc. Rend. (5) 14, 1923, 133-247;
31. Baghaturia G. On The Cauchy Problem for one Quasi-Linear Hyperbolic Equation with Order and Type Degeneracy. Proceedings of A. Razmadze Institute of Mathematics, 141, 2006, 15-27.

32. Bitsadze R. On one nonlinear analogue to the initial-characteristic Darboux problem for an equation of nonlinearoscillation. Problems of Mechanics International scientific journal, 2(23), 2006.
33. Mitidieri E. and Pohozaev S.I. A Priori Estimates and Blow-up of Solutions to Nonlinear Partial Differential Equations and Inequalities, Nauka, Moscow, 2001 (Tr. Mat. Inst. Steklova 234);
34. Veron L. and Pohozaev S.I. Blow-up results for nonlinear hyperbolic inequalities. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Ser. IV, 29, 2000, 393-420.
35. Goursat E. Lecons sur l'integration des equations aux derives partielles du second ordre. Tome 2. Hermann, Paris, 1898.
36. Gelfand I.M. Some Problems of the Theory of quasi-linear Equations. Usp. Math. Nauk. V. 14, No 2, 1959, 87-158.

მიმართულება 3.

1. Ambrus G., Barany I., Grinberg V. Small Subset Sums. arXiv: 1502.04027, 1 [math. MG] 13 Feb 2015.
2. Banaszczyk W. The Steinitz theorem on rearrangement of series for nuclear spaces. J. Reine Angew. Math. 403, 187-200, 1990.
3. Banaszczyk W. On series of sign vectors and their rearrangements. Random Structures and Algorithms 40, 3, 301-316, 2012.
4. Bárány I., Grinberg V.S. On some combinatorial questions in finite-dimensional spaces. Linear Algebra Appl. 41, 1981, 1-9.
5. Beck J., Sos V. Discrepancy theory. in: Handbook of Combinatorics, Elsevier Science, B.V., 1995.
6. Bourgain J. On Kolmogorov's rearrangement problem for orthogonal systems and Garsia's conjecture. Lecture Notes Math., 1376, 1989, 209-250.
7. Chasco M.J., Chobanyan S.A. On rearrangement of series in locally convex spaces. Mich. Math. J., 44, 1997, 607-617.
8. Chelidze G., Chobanyan S., Giorgobiani G., Kvaratskhelia V. Greedy algorithm fails in compact vector summation. Bull. Georgian National Acad. Sci., 4,2, 2010, 5-7.
9. Chelidze G., Giorgobiani G., Tarieladze V. Sum range of a quaternion series. v. 216, 4, 2016, 519-521.
10. Chobanyan L.A., Chobanyan S.A., Giorgobiani G. Compact Vector Summation and its applications in Scheduling Theory. Bull. Georgian National Acad. Sci. 5, 1, 2011, 16-21.
11. Chobanyan L.A., Kvaratskhelia V.V. The algorithmic solution to the problem of compact vector summationwith an application to the scheduling theory. Proc. 9-th Int.Conf. on Comp. Sci. and Inf. Technologies (CSIT-2013), Yerevan, Armenia, 2013, 58-60.
12. Chobanyan S.A. Structure of the set of sums of a conditionally convergent series in a normed space. Math. USSR-Sb. 56, 1987, 49-62.
13. Chobanyan S.A. Convergence a.s. of rearranged series in Banach spaces and associated inequalities. Probability in Banach Spaces, 9. Birkhauser, 1989, 3-29.
14. Chobanyan S.A, Chobanyan A.L., Mandrekar V., Mutka M.W. Some applications of transference lemma to compact vector summation. Bull. Georgian National Acad.Sci., 174, 2006, 220-224.
15. Chobanyan S.A., Giorgobiani G. Almost sure permutational convergence of vector random series and Kolmogorov's problem. New Trends in Prob. And Statist. VSP/Mokslas, 1991.
16. Chobanyan S.A., Giorgobiani G. A problem on rearrangements of summands in normed spaces and Rademacher sums. Probab. Theory on Vector Spaces IV. Proc..Conf.Lancut, 1987, Lecture Notes Math. 1391, 1989, 33-46.
17. Chobanyan S.A., Giorgobiani G., Kvaratskhelia V.V., Levental S.,Tarieladze V.I. On rearrangement theorems in Banach Spaces. Georgian Math.J., 21(2): 157-163, 2014.
18. Chobanyan S., Giorgobiani G., Tarieladze V. Signs and permutations: Two problems of the function Theory. Proceedings of Razmadze Math. Institute. 160, 25-34, 2012.
19. Chobanyan S.A., Levental S. Maximum inequalities in rearrangements of orthogonal series. Submitted to Georgian Math. J. 2016.

20. Chobanyan S.A., Levental S., Mandrekar V. Prokhorov blocks and Strong Law of Large Numbers under rearrangements. J. Theor.Prob. 17, 2004, 647-672.
21. Chobanyan S.A., Mandrekar V. On Kolmogorov SLLN under rearrangements. J. Theoretical Probab., 13, 1, 135-139, 2000.
22. Chobanyan S.A., Salehi H. Exact maximal inequalities for exchangeable systems of random variables. Theory Probab. Appl. 45, 424-435, 2000.
23. Dikranjan D., Martin-Peinador E., Tarieladze V. Group-valued null sequences and metrizable non-Mackey groups. Forum Mathematicum 26, 3, 723-757, 2014.
24. Dvoretzky A., Hanani C. Sur les changements des signes des termes d'une serie a termes complexes, C.R. Acad.Sci. Paris. 255, 516-518, 1947.
25. Garsia A. Rearrangements for Fourier series. Ann. Math. 79, 623-629, 1964.
26. Garsia A. Topics in Almost Everywhere Convergence. Markham, Chicago, 1970.
27. Giorgobiani G. Structure of the set of sums of a conditionally convergent series in a *p*-normed space. Bull. Acad. Sci. Georgian SSR, 130, 480-484, 1988.
28. Giorgobiani G. Almost everywhere convergent rearrangements of expansions with respect to orthogonal systems. Bull. Acad. Sci. Georgian SSR, 138, 257-260, 1990.
29. Giorgobiani G. Convergent rearrangements of series of vector-valued functions. Georgian Math. J., 7, 200, 43-51, 2014.
30. Giorgobiani G., Tarieladze V. On complex universal series. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 160, 53-63, 2012.
31. Grinberg V.S., Sevast'yanov S.V. Value of the Steinitz constant. Funct. Anal. Prilozh., 14, 56-57, 1980.
32. Halperin I., Ando T. Bibliography: Series of Vectors and Riemann sums. Hokkaido University, Sapporo, 1989.
33. Harvey N., Samadi S. Near Optimal Herding. JMLR: Workshop and Conference Proceedings. 35, 1-18, 2014.
34. Kadets M. I. On conditional convergent series in L_p -spaces. Uspekhi Matem. Nauk, 9, 107-109, 1954.
35. Kadets M.I., Kadets V.M. Series in Banach Spaces. Birkhauser. 1997.
36. Kashin B.S. On some properties of matrices of bounded operators from *l(2,n)* to *l(2,m)*. Izvestija Acad. Nauk Arm. SSR. 15, 5, 379-394, 1980.
37. Konyagin S.V. On uniformly convergent rearrangements of trigonometric Fourier Series. J. Math. Sci., New York, 155, 1, 81-88, 2008.
38. Konyagin S.V., Malykhin Y.V. Basis sets in Banach spaces. Springer, 2012.
39. Kvaratskhelia V.V. Some inequalities related to Hadamard matrices. Funct. Anal. Appl., 36, 1, 68-70, 2002.
40. Kvaratskhelia V.V. A numerical characteristic of Sylvester matrix. Discrete Math. Appl.,11, 5, 501-506, 2001.
41. Kvaratskhelia V.V. Unconditional Convergence of Functions. Journal of Math. Sci., Springer- 2014.
42. Kvaratskhelia V.V., Tarieladze V.I. Diagonally canonical and related Gaussian random elements. Teor. Veroyatnost. i Primenen., 2013, Volume 58, Issue 2, p. 282–297
43. Levental S., Mandrekar V., Chobanyan S. Functional Analysis and Its Applications, 45, 1, 41-55, 2011.
44. Levental S., Salehi H., Chobanyan S. Maximum inequalities for rearrangements of summands and assignments of signs. Theory Probab. Appl., 59, 4, 1-11, 2014.
45. Lèvy P. Sur les series semi-convergentes. Nouv. Ann. Math., (4) 5, 506-511, 1905.
46. Makai M. Reroute sequence planning in telecommunication networks and compact vector summation. Appl. Math. Comp. 150, 785-801, 2004.
47. Mamporia B., Shangua A., Tarieladze V. Permutations and convergence in probability. Bull. Georgian Acad. of Sc., 172, 2, 23-25, 2005.
48. Maurey B., Pisier J. Remarques sur l'expose de P. Assouad. Sem. Maurey-Schwartz, annexe 1, 1974-75.

49. Nikishin E.M. On rearrangements of series in L_p. Math. Notes, 14, 1973.
50. Pecherski D.M. Rearrangements of series in Banach spaces and arrangements of signs., Matem Sb. 135, 24-35, 1988.
51. Revesz S.G. Rearrangements of Fourier Series. J Approx. Theory, 60, 101-102, 1990..
52. Revesz S. G. Rearrangements of Fourier series and Fourier series whose terms have random signs. Acta Math. Hungarica, 63, 4 ,395-402, 1994.
53. Sevast'yanov S.V. On some geometric methods in scheduling theory: a survey. Discrete Applied Mathematics. 55, 59-82, 1994.
54. Shangua A., Tarieladze V. Two permutational versions of the Banach-Saks property. Bull. Georgian Acad. of Sc., 173, 2, 29-32, 2006.
55. Spencer J. Balancing games. J. Comb. Theory, Ser. B. 23, 68-74, 1977.
56. Spencer J. Balancing vectors in max norms. Combinatorica. 6, 1986, 55-65, 1986.
57. Steinitz E. Bedingt convergente Reihen konvexe Systeme. J. Reine Angew. Math., 143, 128-175, 1913,.
58. Ulyanov P.L. Problems on the trigonometric series theory. Uspekhi Mat. Nauk, 19, 3-69, 1964.
59. Vakhania N.N., Tarieladze V.I., Chobanyan S.A. Probability distributions in Banach Spaces. D. Reidel, Dordreht, 1989.
60. Wojtaszczyk J.O. A series whose sum range is an arbitrary finite set. Studia Math., 171, 2005, 261-281, 2005.
61. Ito K. Foundation of stochastic Differential Equations in Infinite Dimensional Spaces. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1984.
62. Mamporia B. Stochastic Differential Equation for generalized random Processes in a Banach space. SIAM Theory of Probability & Its Applications, 56:4 (2012), 602-620 .
63. Mamporia B. Ito's formula in a Banach space. Bull. Georgian National Academy of Sciences, vol.5, no.3, 2011, 5-15.
64. Mamporia B. On the concept of description of a turbulence diffusion. Basic paradigms in science and technology development for the 21st century. 2012, 204-206.
65. Mamporia B. On the Wiener process in a Banach Space. Bull. Georgian National Academy of Sciences,vol.7, no.2, 2013, 11-16.
66. Mamporia B. Linear Stochastic Differential Equations in a Banach space. Teor. Veroyat. i ee Prim. 61, 2, 2016, 348-364.
67. Mamporia B. Stochastic differential equations driven by the Wiener process in a Banach space, existence and uniqueness of the generalized solutions. Pure and Applied Mathematics Journal. DOI:11648/j.pamj.20150403.22 View 2 06, Downloads 26, 2015; 4 (3):b133-138.
68. Mamporia B. Stochastic Differential Equation Driven by the Cylindrical Wiener Process in a Banach space. Transactions of A. Razmadze Mathematical institute, 171(2), 2017, 76-89.
69. Mamporia B. The Ito formula for the Ito processes driven by the Wiener process in a Banach space. Pure and Applied Mathematics Journal, 2015, 4(4), 164-171. Science Publishing Group. 548 Fashion Avenue, New York, NY 10018, U.S.A. DOI:11648/j.pamj.20150404.15 View 182, Downloads 19.
70. Chelidze G., Mamporia B. Weakly independent random elements, Proceedings, A. Razmadze Mathematical Institute, Vol. 168, 2015, 15-23.
71. Mamporia B. Process of Independent Increments in Turbulence Information and Computer Technology, Modeling and Control. Proceedings of the International Scientific Conference Devoted to the 85th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili. Chapter 51, (2017).
72. Monin A.S., Iaglom A.M. Statistical hydromechanics. V.2, Moscow, Nauka, 1967.
73. Van Neerven J.M.A.M., Veraar M., Weis L. Stochastic integration in UMD Banach spaces –a survey, Stochastic Analysis: A series of Lectures, pp.297-332(2015).

მიმართულება 4.

1. George J., Klir and Bo Yuan. Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Theory and Applications, 1995, Prentice Hall P T R, 591 p.
2. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory and Its Applications, Fourth Edition, Springer Science + Business Media, LLC, 2001, 525 p.
3. Bede B. Mathematics of Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, 300 p.
4. Criado F., Gachechiladze T., Meladze H., Tsertsvadze G. A Combined Entropy for Evaluation of Fuzzy Random Events Probabilities. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics – vol.13, №4, 1998,28-32.
5. Katamadze E., Meladze H. The Fuzzy Cauchy Problem for the First Order Ordinary Differential Equation and One Approach to its Numerical Solution. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics – vol.13, №4, 1998,50-53.
6. Katamadze E., Meladze H. Generalization of Moor`s Method for Solution of First Order Ordinary Differential Equation in the Case of Fuzzy Initial Value. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 14, №4, 1999,34-37.
7. Criado F., Gachechiladze T., Meladze H., Tsertsvadze G., Sirbiladze G. Ignorance, Knowledge and Information. Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 14, №4, 1999,12-15.
8. Criado F., Gachechiladze T., Jorjiashvili N., Khvedelidze Z., Meladze H., Sirbiladze G., Tsertsvadze G. Theory of Connectivity and Apportionment of Representative Activity Chains in the Problem of Decision-making Concerning Earthquake Possibility. Applied Mathematics and Informatics – Tbilisi, 2001, v.6, №.2,65-75.
9. Katamadze E., Meladze H. On Approximate Solution of Couchy Problem of Fuzzy Differential Equation // Reports of Enlarged Session of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics, vol. 16, №3, 2001,93-97.
10. Criado F., Gachechiladze T., Meladze H., Tsertsvadze G. The Bag Model in Language Statistics. Information Sciences (An International Journal) – 147(2002) – pp.13-44;(0020-0255).
11. Criado F., Gachechiladze T., Jorjiashvili N., Khvedelidze Z., Meladze H., Sanchez J., Sirbiladze G. Tsertsvadze G. Theory of Connectivity and Apportionment of Representative Activity Chains in the Problem of Decision-making Concerning Earthquake Possibility. Int. J. Gen. Syst., 2003, 32, №2,103-121; (0308-1073).
12. Criado F., Gachechiladze T., Jorjiashvili N., Mandjaparashvili T., Meladze H., Sirbiladze G., Tsilossani T. and Tsertsvadze G. Fuzzy Analysis (Image Construction) of the Language Structure on a Finite Set of Insufficient Data. Journal of Quantitative Linguistics, 2004, Vol. 11, no.1-2,93-132.
13. Gachechiladze J., Gachechiladze T., Meladze H., Tsereteli P., Jorjiashvili N., Amanatashvili I. Automation of Digital Seismological Data Processing using the Methods of Fuzzy Analysis. Computer Science and information Technologies. Proceedings of the Conference – September 19-23, 2005, Yerevan, Armenia,615-619.
14. Давиташвили Т.Д., Меладзе Г.В., Саакян В.Г., Церетели П.А.. Итерационные методы решения граничной задачи для системы ОДУ первого порядка с параметром для кластерных систем // Вычислительные методы и программирование, 2005, т.6, номер 2, 116-125.
15. Gachechiladze T., Meladze H., Tsertsvadze G., Tsintsadze M. New Chromo Theory of Canonically Conjugate Fuzzy Subset. Proceedings of the 3rd WSEAS International Conference on Computational Intelligence (CI '09), Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, 410-413.
16. Gordeziani, D., Meladze, H. On some parallel algorithms for approximate solution of problems of mathematical physics (Book Chapter). Information and Computer Technologies - Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili, Nova Science Publishers, USA, 451-471.

17. Gordeziani D., Davitashvili T., Meladze H. Numerical Solution of Nonlocal Contact Problems for Elliptic Equations. 10th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2015), 2015, Yerevan, Armenia. IEEE Conference Publications, 143 - 147, DOI: 10.1109/ CSITechnol.2015.7358269, IEEE's Xplore electronic library, IEEE.
18. Criado-Aldeanueva F., Davitashvili T., Meladze H., Tsereteli P., Sanchez J.M. Three-Layer Factorized Difference Schemes and Parallel Algorithms for Solving the System of Linear Parabolic Equations with Mixed Derivatives and Variable Coefficients. Applied and Computational Mathematics, 2016, V.15, #1, 51-66.
19. Davitashvili T., Meladze H. About One Non-Local Contact Problem for One Dimensional Heat Equation. XXXI Enlarged Sessions of the Seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics of Iv.Javakhisvili Tbilisi State University, April 19–21, 2017, 4 pages.
20. Davitashvili T., Meladze H., Skhirtladze N. About One Parallel Algorithm of Solving Non-Local Contact Problem for Parabolic Equations. 11th International Conference on Computer Science and Information Technologies - CSIT’2017, September 25-29, Yerevan, Armenia, 328-332.
21. Davitashvili T., Meladze H. Some Algorithms of Solving the Systems of Nonlinear Algebraic Equations on Parallel Computing Systems // Information and Computer Technology, Modeling and Control, Series: Computer Science, Technology and Applications, Book Chapter #7, NOVA Science Publishers, USA, 2017.
22. Archvadze N., Pkhovelishvili M., Shetsiruli L., Ioseliani O. The modern approaches in parallel programming. GESJ Computer Sciences and Telecommunications. 2016 | No.3(41), 30-33,
23. Archvadze N., Pkhovelishvili M., Shetsiruli L., Ioseliani O. Usage of Logic for Parallel Verification of Haskel Programs. GESJ Computer Sciences and Telecommunications, 2016 | No. 4(42), 86-92.
24. Глонти И. Г. Об одном опыте разработки информационной базы отрасли на примере здравоохранения. Академия наук ГССР, Вычислительный центр, труды XVII:2, 1977.
25. Ghlonti G. A Unified Analytical Information Space as the Condition for Sustainable Development of a Subject Area (Tbilisi-Batumi, SRBSU, MESDG,IBSU, 7th Silk Road International Conference: ”Challenges and Opportunities of Sustainable Economic Development in Eurasian Countries”, 2012,24-26 May.
26. Tamer Ozsu M., Valduriez P. Principles of Distributed Database Systems. 3-rd edition. Springer 2011. ISBN 978-1-4419-8833-1. e-ISBN 978-1-4419-8834-8.
27. Kleppmann M. Designing Data-Intensive Applications. O’Reilli Media Inc. 2017. ISBN: 9781491903063.

2.3 პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება.

როგორც ზემოთ აღინიშნა, პროექტი მიზნად ისახავს თეორიული და გამოყენებითი დანიშნულების ამოცანების კვლევას, სათანადო გამოთვლითი მეთოდების შექმნა-სრულყოფას და თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დამუშავებასა და დანერგვას.

პროექტის შედგენისას მხედველობაში იქნა მიღებული ახალი გამოწვევა – ჩვენი ინს-ტიტუტის ბაზაზე მძლავრი სუპერკომპიუტერის დამონტაჟება-გამართვის პროექტი, რაც მოგვცემს შესაძლებლობას დავსვათ და მათემატიკურად გადავწყვიტოთ ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ხასიათის პრობლემები, დავუთმოთ დიდი გამოთვლითი რესურსები მეცნიერების წინაშე მდგარ თანამედროვე ამოცანებს და ა. შ. ამდენად, ჩვენი

პროექტი ორიენტირებულია როგორც თეორიული, ასევე გამოყენებითი მათემატიკური ამოცანების კვლევაზე, შესაბამისი გამოთვლითი ალგორითმების აგებაზე, ანალიზსა და რეალიზაციაზე.

პროექტი მოიცავს 4 ძირითად მიმართულებას. მიუხედავად, გარკვეული აზრით, საერთო მიზნებისა, თითოეულ მათგანს აქვს თავისი დარგობრივი სპეციფიკა. უფრო მეტიც, პროექტში თავმოყრილია მათემატიკის რამდენიმე დარგი, რომლებიც თავის მხრივ მოიცავენ განსხვავებულ ქვემიმართულებებს, ამოცანებს. ამის გამო მიზანშეწონილად მივიჩნიეთ ცალ-ცალკე განგვეხილა თითოეული მათგანის არსი და მეცნიერული ღირებულება.

მიმართულება 1. გამოთვლითი ალგორითმების კონსტრუირება და გამოყენება მათემატიკური ფიზიკის და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნისათვის.

პროექტში აღწერილი კვლევების არსს წარმოადგენს ეფექტური რიცხვითი მეთოდების დამუშავება იმ პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანებისთვის, რომელთაც ფართო გამოყენება გააჩნიათ ფიზიკასა და საინჟინრო მექანიკაში.

პროექტში დაგეგმილი კვლევების საფუძველზე მიღებული შედეგები უდავოდ მიიქცევს მათემატიკოსების, მექანიკოსების, ფიზიკოსების, ინჟინერ-მკვლევარებისა და მომიჯნავე სფეროებში მოღვაწე სპეციალისტების ყურადღებას მათი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის გამო.

თეორიული თვალსაზრისით ინტერესს იწვევს ის მოსალოდნელი შედეგები, რაც უკავშირდება პროექტში განხილული განტოლებების რიცხვით ამოხსნებს.

კერძოდ, აქ წარმოდგენილი კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებისთვის, ჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის სივრცითი სასაზღვრო ამოცანებისთვის, ფენოვანი გარსების საინჟინრო გათვლებისთვის აგებული, შესწავლილი და მათემატიკურად დაფუძნებული იქნება ახალი, გამოსაყენებლად მოსახერხებელი გამოთვლითი სქემები და რიცხვითი მეთოდები, რაც ბუნებრივია განსაზღვრავს პროექტის მეცნიერულ ღირებულებას.

პროექტის პრაქტიკულ მნიშვნელობასთან დაკავშირებით საკმარისია ითქვას, რომ როგორც ზევით იქნა აღნიშნული, აქ განხილული ამოცანებიდან ზოგიერთი აღწერს მნიშვნელოვან ფიზიკურ პროცესებს, ხოლო რიგი ამოცანებისა მჭიდროდ არის დაკავშირებული სხვადასხვა საინჟინრო კონსტრუქციის, მოწყობილობისა თუ დეტალის რიცხვითი გაანგარიშების პრობლემატიკასთან.

მიმართულება 2: ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.

სოფლის მეურნეობის დარგების გაადგილების მათემატიკური მოდელი ჩვენს ინსტიტუტში შეიქმნა გასული საუკუნის 80-იან წლებში და აპრობირებული იქნა სხვადასხვა რეგიონში (აფხაზეთი, გარდაბნის და ბორჯომის რაიონები), შემდგომ, მთავრობის დაკვეთით, 1990 წელს განხორციელდა ამოცანის გადაწყვეტა მთელი რესპუბლიკისმასშტაბით.

თანამედროვე პირობებში, როცა აგრარულ სექტორში განსხვავებული მდგომარეობაა, ანალოგიური ამოცანის გადაწყვეტისათვის საჭირო იქნება მოდელის მოდერნიზება და აგრეთვე ახალი საინფორმაციო ბაზის შექმნა. სოფლის მეურნეობის სამინისტროს დაინტერესების შემთხვევაში ჩვენ მზად ვართ ერთობლივად ვიმუშაოთ ამ თემატიკაზე.

ენერგეტიკული სისტემის მართვის ამოცანის მათემატიკური მოდელი ენერგეტიკის ინსტიტუტთან მჭიდრო თანამშრომლობით შეიქმნა 80-იან წლებში და პრაქტიკულად რეალიზებულ იქნა ფაქტობრივ მასალაზე დაყრდნობით. ჩვენი მოდელი დღესაც გამოდგება. შეგვიძლია ენერგეტიკის სამინისტროსთან თანამშრომლობით შევასრულოთ ეს სამუშაო ახლად განვითარებული სისტემისთვის.

მთავრობის, და უპირველესად ეკონომიკის სამინისტროს, თაოსნობით უნდა დადგინდეს ქვეყნის ბუნებრივ და ინტელექტუალურ სიმდიდრეთა პოტენციალი და, ისე როგორც ბევრ ქვეყანაში, ჩვენთანაც ჩამოყალიბდეს ეკონომიკური განვითარების გეგმა. ჩვენ შეგვიძლია ძლიერ ეკონომიკურ ჯგუფთან ერთად გადავწყვიტოთ როგორც პირველი ამოცანა, ასევე მეორე - ლეონტიევის ტიპის დარგთაშორისი ღია მოდელის რეალიზებით გარკვეული ოპტიმალობის კრიტერიუმით.

გამოყენებული იქნება თანამედროვე მეთოდები, ესაა ოპერაციათა კვლევის მოდელირების ხერხები და ოპტიმალური ამოხსნების პოვნის სტანდარტული ალგორითმები. კლასიკური დარგებიდან გამოვყოფთ კომბინატორულ მეთოდებს და წრფივ განტოლებათა სისტემების ამოხსნის კაჩმაჟის ალგორითმს. ამ მეთოდის იდეას გამოვიყენებთ მატრიცულ თამაშთა ამოხსნის იტერაციული მეთოდისათვის. მათემატიკური მეთოდების რეალიზაცია მოხდება დინამიკური და მათემატიკური დაპროგრამების მეთოდებით.

კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანა განეკუთვნება ე.წ. შებრუნებული ამოცანების კლასს. საზოგადოდ, შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა გულისხმობს გაირკვეს უცნობი მიზეზი დაკვირვების შედეგად მიღებული ეფექტების საფუძველზე. შებრუნებული ტიპისაა რენტგენოდიაგნოსტიკის, რადიოასტრონომიის, ასტროფიზიკის, გეოფიზიკის, ბიოქიმიის, ტექნიკის მრავალი პრაქტიკული ამოცანა. ხუთწლიანი გეგმით გათვალისწინებული კვლევის სამეცნიერო ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ შედეგები შეიძლება გამოყენებული იქნას ყველა იმ დარგში, რომელიც დაკავშირებულია კომპიუტერულ ტომოგრაფთან. ამისათვის მოხდება შემოთავაზებული ალგორითმის დაპროგრამება და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება რადონის ოპერატორის შემცველი განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის. ამ განტოლებისათვის გვაქვს ცენტრალური ალგორითმი და საწყისი ოპტიმალური ინფორმაცია, რაც გამოთვლების დროს მეტი სიზუსტის მიღწევის გარანტია იქნება. ამის საფუძველზე პროექტის მონაწილეებს მიაჩნიათ, რომ შემოთავაზებული წრფივი განზოგადებულად ცენტრალური სპლაინური ალგორითმები არსებითად ეფექტურს გახდის ტომოგრაფის მუშაობას და სასარგებლო იქნება აგრეთვე შებრუნებული ამოცანების ამოსახსნელად. ვფიქრობთ, რომ ეს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი იქნება სამედიცინო დარგისთვის. თუ ახლა ტომოგრაფს შეუძლია 600 შრის გათვლა, სწრაფმოქმედების ხარჯზე უნდა გაიზარდოს შრეების რიცხვი და დიაგნოზი უფრო საიმედო გახდეს.

ამოცანაში 2.3 ჩვენი კვლევის მოსალოდნელი შედეგების სამეცნიერო ღირებულება ძირითადად იმაში მდგომარეობს, რომ ჰილბერტის ან ბანახის სივრცეში განსაზღვრული გარკვეული თვისებების მქონე ოპერატორის შემცველი არაკორექტული განტოლების გადატანით ამ ოპერატორის ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში, ვაღწევთ მიღებული განტოლების სტაბილურობას. მოსალოდნელია, რომ მომავალ ხუთ წელიწადში, ორბიტალური სივრცისა და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლის საფუძველზე, პრაქტიკული შინაარსის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნისათვის ავაგებთ წრფივ, სპლაინურ, ცენტრალურ ალგორითმებს და შექმნით მათ პროგრამულ უზრუნველყოფას.

2.2 და 2.3 ამოცანების შემსრულებელი მეცნიერების ძირითადი სამეცნიერო ინტერესებია: ცენტრალური (ძლიერად ოპტიმალური) ალგორითმების ზოგადი თეორია, აპროქსიმაციის თეორია, მათემატიკური ფიზიკის შებრუნებული ამოცანები. კვლევითი თემატიკის მიმართულებით მათ მიერ მიღებულია შემდეგი ძირითადი შედეგები: აგებულია წრფივი განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები, რომელთა საფუძველზე შეიქმნა კომპიუტერული ტომოგრაფის ახალი მათემატიკური მოდელები, რომელშიც მონაწილე სივრცეები, მეტრიკა, ნორმები, ოპერატორები, მიახლოების მეთოდები სრულიად განსხვავებულია არსებულისაგან; დამუშავებულია განზოგადებულად ცენტრალური ალგორითმების თეორია, რომელიც წარმოადგენს ამერიკელი მეცნიერების ჟ. ტრაუბის, ჰ. ვოჟნიაკოვსკისა და გ. ვასილკოვსკის მონოგრაფიაში გადმოცემული

კლასიკური თეორიის განზოგადებას. იმ შემთხვევისათვის, როდესაც განხილულია პრობლემის ელემენტთა არა ერთი სიმრავლე, არამედ მათი არაზრდადი მიმდევრობა; ფრეშეს სივრცეში დამუშავეულია აპროქსიმაციის თეორიის საკითხები, შემოღებულია განზოგადებულად წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმის ცნებები და შესწავლილია მათი თვისებები.

ამოცანაში 2.4 კვლევის მოსალოდნელი შედეგები პროექტის მიზნებიდან გამომდინარეობს: კვაზიწრფივი განტოლებების ზოგიერთი კლასისათვის დასმული საწყისი ამოცანები განსაკუთრებულ შემთხვევებში იქნება გამოკვლეული. კერძოდ, როცა ამოცანათა პირობები შეშფოთებების ზემოქმედების არეში ისეთი ქვეარეების წარმოქმნას იწვევენ, რომლებშიც ამოხსნა არ არსებობს. ამასთანავე მნიშვნელოვანია, რომ ასეთ არეთა არსებობის გამომწვევი მიზეზები ძირითადად საწყის შეშფოთებებში იქნება მოძიებული. გაირკვევა, როგორი შეშფოთებებისათვის არის მოსალოდნელი ამოხნათა არარსებობის არეთა გაჩენა.

პროექტის შესრულების მოსალოდნელი შედეგები ვფიქრობთ, რომ მნიშვნელოვანი იქნება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისითაც. ასევე, მომავალში შესაძლებელი იქნება მათი მართვის ამოცანებთან დაკავშირებაც და ამ კუთხითაც პრაქტიკული გამოყენების პერსპექტივებიც ჩნდება.

ამ ამოცანის შემსრულებელი ჯგუფის წევრების ძირითადი სამეცნიერო ინტერესებია კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებები, რიცხვითი მეთოდები. მოგვყავს მათ მიერ მიღებული ძირითადი შედეგები კვლევითი თემატიკის მიმართულებით: აგებულია ზოგადი ინტეგრალები მეორე რიგის ზოგიერთი ნამდვილმახასიათებლებიანი კვაზიწრფივი განტოლებისათვის; შესწავლილია საწყისი ამოცანების ამოხსნის არსებობისა და ერთადერთობის საკითხები მეორე რიგის კვაზიწრფივი განტოლებებისათვის როგორც უსასასრულო, ასევე სასრული მზიდების შემთხვევაში; შესწავლილია შეკრულმზიდიანი კოშის ამოცანის გლობალური ამოხსნადობის საკითხები; შესწავლილია მახასიათებელ ამოცანათა არაწრფივი ვარიანტები, დადგენილია ამონახსნის განსაზღვრის არეები; შესწავლილია კოშის შექცეულ ამოცანათა რამდენიმე ვარიანტი. აგებულია ამონახსნები ცხადი სახით; აგებულია კოშის ამოცანის შესაბამის სხვაობიანი სქემა წრფივმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლებისათვის, შესწავლილია სქემის კრებადობა; შესწავლილია არალოკალური ამოცანის რამდენიმე ვარიანტი წრფივმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლებისათვის. დადგენილია ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობები.

მიმართულება 3: მწკრივები, მაქსიმალური უტოლობები და სტოქასტური განტოლებები ფუნქციონალური ანალიზის, დიდ მონაცემთა სტატისტიკური ანალიზისა და დისკრეტული ოპტიმიზაციის ამოცანებში.

ამოცანაში 3.1 დაგეგმილი ამოცანები შეიძლება დაიყოს ორ ჯგუფად: პირველ ჯგუფში მოიაზრება ანალიზის კლასიკური ამოცანები, როგორიცაა პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურის კვლევა, დიდი ხნის წინ დასმული, ჯერ კიდევ გადაუჭრელი კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზა ორთოგონალური მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობაზე, ულიანოვის ასევე ძველი, დღემდე გადაუჭრელი ამოცანა ტრიგონომეტრიული ფურიეს მწკრივების თანაბრად კრებადობაზე და ამ პრობლემატიკასთან დაკავშირებული სხვა ამოცანები. მეორე ჯგუფს განეკუთვნება გამოყენებითი ხასიათის, შედარებით ახალი, თანამედროვე ამოცანები სტატისტიკიდან და შემთხვევითი პროცესებიდან, დაგეგმვის თეორია, დიდ მონაცემთა ანალიზი (big data), უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება. ამ ამოცანებში იგეგმება ეფექტური ალგორითმების შექმნა.

კვლევები ზემოთ ჩამოთვლილი მიმართულებებით დამყარებულია ვექტორული შესაკ-რებების გადანაცვლებებთან დაკავშირებულ მაქსიმალურ უტოლობებზე. აქ კვლევის ძირითადი ინსტრუმენტია ჩვენ მიერ მიღებული, გადატანის ლემის სახელით ცნობილი უტოლობა და მისი მოდიფიკაციები. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს უკანასკნელი ფართოდაა ცნობილი შესაბამისი თემატიკის სამეცნიერო ლიტერატურაში.

პროექტით დაგეგმილია ექვსი ამოცანის შესრულება, რომლებიც დაყოფილია ქვეამო-ცანებად. ამოცანები ისეთი თანამიმდევრობითაა დალაგებული, რომ ზოგიერთი მათგანი შესაძლებელია პარალელურად შესრულდეს, სხვა ამოცანების შესასრულებლად კი წინა ამოცანის დასრულებაა საჭირო. გეგმის განხორციელება გაწერილია 5 წელზე (იხ. ცხრილები ქვემოთ).

პროექტი შეიცავს ამოცანებს მრავალი განსხვავებული სფეროდან. ზოგიერთი მათგანის გადაჭრა (მაგ. კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზა), ან თუნდაც არსებული შედეგების ოდნავი გაუმჯობესებაც კი საკმაოდ რთულია და ამავე დროს პრესტიჟულიც. ოცდამე-ერთე საუკუნის გამოწვევების თვალსაზრისით უაღრესად მნიშვნელოვანია გამოყენებითი ამოცანები. პროექტში ჩამოთვლილი ამოცანები ამ მიმართულებითაც საკმაოდ პრესტი-ჟულია და შესაბამისი დარგებისთვის დამახასიათებელი სირთულეებიც ახლავს. თუმცა, ჩვენი მეთოდი წარმატების იმედს იძლევა.

ამოცანა 3.2-ით გათვალისწინებული პრობლემატიკა აქტიურად მუშავდება მსოფლიოს სხვადასხვა სამეცნიერო ცენტრში. პროექტში დასახული ამოცანების განხორციელების შემთხვევაში მიღებული იქნება ახალი შედეგები, რომელთა მიღებისთვის წლების განმავ-ლობაში აქტიურად მოღვაწეობდნენ მეცნიერები წამყვანი სამეცნიერო ცენტრებიდან. ჩვენი შედეგების პოტენციური მომხმარებელი იქნება მათემატიკური საზოგადოების ის ნაწილი, რომელიც მუშაობს თანამედროვე ალბათობის თეორიასა, სტოქასტური დიფერენციალურ განტოლებების თეორიასა და მათ გამოყენებებში. გამოყენებებიდან აღსანიშნავია ტურბულენტური მოძრაობის შესწავლა და მოდელირება, ასევე ისეთი მიმართულებები, როგორიცაა ფინანსური მათემატიკა, ფილტრაციის თეორია და სტოქასტური მართვის თეორია.

რაც შეეხება სუსტად დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს, დამოუკიდებელი შემ-თხვევითი ელემენტების შემდეგ ეს არის ის ფართო კლასი, სადაც კლასიკური ზღვარითი თეორემები უნდა იყოს სამართლიანი.

მიმართულება 4: დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურის მონაცემების დამუშა-ვების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია და შესაბამისი პრო-გრამული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია.

პროექტის ამ მიმართულებით დაგეგმილია აქტუალური ამოცანების კვლევა თანამედ-როვე კომპიუტერული მეცნიერებებისა და საინფორმაციო ტექნოლოგიების სფეროდან. შედგენილი იქნება დამუშავებული ალგორითმების შესაბამისი პროგრამული პროდუქტები და მოხდება მათი რეალიზაცია.

არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის საფუძველზე შემუშავდება ეფექტური მეთოდიკა დიდი მოცულობის რთული და არაზუსტი ინფორმაციის დამუშავების მიზნით.

გრაფთა თეორიის ზოგიერთი საკითხის ახლებური ინტერპრეტაციის საფუძველზე შემუშავდება მეთოდიკა, რომელიც გამიზნულია გრაფთა თეორიის პრაქტიკული გამოყე-ნებისთვის პარალელური ალგორითმებისა და მათი მონაცემების ოპტიმალური სტრუქტუ-რის ასაგებად. შევისწავლით ანალიტიკური დაპროგრამების საშუალებების პარალელურ დაპროგრამებაში პრაქტიკულად გამოყენებასთან დაკავშირებული საკითხების ფართო სპექტრი.

გამოკვლეული იქნება კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის არალოკალური ამოცანების, მათ შორის არალოკალური საკონტაქტო ამოცანების, ამოხსნის პარალელური ალგორითმები. არალოკალური ამოცანები ხშირად გვხვდება ფიზიკის, ტექნიკის, ეკონომიკის, ეკოლოგიის და სხვა პრაქტიკული ამოცანების მათემატიკური მოდელირებისას, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს დიდი სიმძლავრის გამოთვლით რესურსს, რაც გააჩნია თანამედროვე პარალელურ გამოთვლით სისტემებს.

აიგება ახალი ტიპის პარალელური ალგორითმები, რომლებიც არა მარტო გარდაქმნის წრფივ პროგრამებს პარალელურად, არამედ გაითვალისწინებს ბირთვებზე პროგრამების შესრულების ოპტიმალურ გადანაწილებას. გამოყენებული იქნება პარალელური ავტომატური პროგრამების ვერიფიკაციის ინტერაქტიული მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა შემცირდეს ვერიფიკაციის დრო და გაიზარდოს საავერიფიკაციო პროგრამის შესაძლო მაქსიმალური ზომა.

დიდი მოცულობის მონაცემთა განაწილებული დამუშავების სისტემა აიგება ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის დაგროვებისა და მართვის ამოცანისთვის (ამოცანა 4.5). იგულისხმება მათემატიკური უზრუნველყოფის აგება კიბერ-ინფრასტრუქტურისთვის, რომელიც ქვეყნის მასშტაბით ანალიტიკური ინფორმაციული რესურსის ჩამოყალიბების მხარდაჭერას და მომხმარებლისადმი მის მიწოდებას უზრუნველყოფს. ინფრასტრუქტურა აიგება ქსელური ტექნოლოგიების საფუძველზე და წარმოდგენილი იქნება მონაცემთა შენახვის და დამუშავების მექანიზმით აღჭურვილი პროგრამულ-აპარატურული გარემოს (ე.წ. ღრუბლოვანი გარემოს) სახით.

პროექტით გათვალისწინებულია დასმული ამოცანების როგორც თეორიული, ისე პრაქტიკული ასპექტების შესწავლა. ყველა მიზნობრივი საკითხი შეიცავს სამეცნიერო სიახლის ელემენტებს, ხოლო პარალელური გამოთვლითი სისტემებისათვის ეს საკითხები ბოლომდე დამუშავებული არ არის. ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს პროექტის როგორც წმინდა თეორიული, ასევე პრაქტიკული სამეცნიერო ღირებულება.

3.1 პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით.

3.1.1 ამოცანების ჩამონათვალი პერიოდების მითითებით.

მიმართულება 1.

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	მაღალი სიზუსტის კვადრატურული ფორმულების კონსტრუირება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის. შესაბამის ცდომილებათა შეფასების კრიტერიუმები.	პირველი წელი
2	ერთი ზედაპირით შემოსაზღვრული სასრული არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის საკითხის შესწავლა და რიცხვითი ამოხსნა ელიფსოიდური, სფერული და ცილინდრული არეების შემთხვევაში.	

3	ცილინდრული ფორმის გოფრირებული ფენოვანი გარსის დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი.	
4	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება ბზარებით შესუსტებული საკონტაქტო ამოცანისათვის.	
5	ჩებიშევის რეგულარული კვადრატურული ფორმულების ანალოგების აგება და მათი გამოყენების საკითხებთან დაკავშირებული ამოცანების რეალიზაციის შესაძლებლობების შესწავლა.	მე-2 წელი
6	პრიზმული და კონუსური სასრული არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა.	
7	კონუსური ფორმის ფენოვანი გარსის დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა ლოკალური ძალების ზემოქმედების შემთხვევაში.	
8	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება კონკრეტული სახის (მაგ., კოლინეარული, თერმოიზოლირებული და ა.შ.) ბზარების მქონე დრეკადი სხეულის შემთხვევაში.	
9	სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციით დაფუძნებული მიახლოებითი სქემების აპრიორული ამოხსნის პრობლემატიკის შესწავლა.	მე-3 წელი
10	ერთი ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრული ხვრელების მქონე სასრული არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა.	
11	სფერული ფორმის ფენოვანი გარსის დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა ზედაპირული ძალების ზემოქმედების შემთხვევაში.	
12	ინტენსივობის კოეფიციენტების გამოთვლის მეთოდების დამუშავება სხვადასხვა კონფიგურაციის ბზარების გავრცელების შემთხვევაში.	
13	მე-3 წლის პირველი ამოცანით განსაზღვრული მიახლოებითი სქემების სტრუქტურული ანალიზი და რიცხვითი რეალიზაცია.	მე-4 წელი
14	რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრული სასრული არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის საკითხის შესწავლა და რიცხვითი ამოხსნა.	
15	ელიფსოიდალური ფორმის ფენოვანი გარსის დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა.	

16	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება სხვადასხვა კონფიგურაციის ზზარების მქონე დეტალებისა და კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის.	
17	გამოთვლითი ექსპერიმენტის მიმდევრობითი საკონტროლო ანალიზი და შესაბამისი რიცხვითი სქემების სათანადო კორექტირების შესაძლებლობის კრიტერიუმების განსაზღვრა ძნელად რეალიზებად კვადრატურულ სტრუქტურებთან მიმართებაში.	მე-5 წელი
18	ერთი ან რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრული უსასრულო არეებისთვის დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის საკითხის შესწავლა და რიცხვითი ამოხსნა.	
19	ბრუნვითი ფორმის ფენოვანი გარსების დეფორმაციის ამოცანების შესწავლა ტემპერატურული ველის ზემოქმედების შემთხვევაში.	
20	სათვლელი პროგრამული პაკეტების შექმნა სხვადასხვა კონფიგურაციის ზზარების მქონე დეტალებისა და კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის.	

მიმართულება 2.

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	თამაშები „ბუნების წინააღმდეგ“. წარმოების მართვის სტატიკური და დინამიკური (მრავალბიჯიანი) მოდელების დამუშავება.	პირველი წელი
2	ოპერაციათა კვლევის სხვადასხვა ტიპის ამოცანები (მარაგთა მართვის, მასობრივი მომსახურების და სხვა) განხილული იქნება ა. ვალდის გადამწყვეტ ფუნქციათა მეთოდის გამოყენებით ანუ თამაშების „ბუნების წინააღმდეგ“.	
3	მათემატიკური დაპროგრამების მთელრიცხვა ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება. რესურსების განაწილების ამოცანებში მონაწილე ფუნქციონალის შერჩევა ზოგიერთ კონკრეტულ ამოცანაში.	
4	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელების აგება განორციელდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლის საშუალებით.	
5	კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური მოდელების აგებისას მოხდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლისათვის ბაზისური ფუნქციების არჩევა.	
6	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისთვის ჩატარდება მიღებული წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური	

	ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქ-ცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა).	
7	კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური მოდელების შესაბა-მისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა, რიცხვითი ექსპერიმენ-ტების ჩატარება.	
	მონოგრაფიის "Linear Central Spline Algorithms for Computerized Tomography" რუსული ვარიანტის წარდგენა	
8	ორბიტალური ოპერატორის განსაზღვრა არა მარტო ჰილბერტის სივრცეში მოცემული თვითშეუღლებული ოპერატორებისათვის, არამედ სიმეტრიული და ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორებისათვის.	
9	შესწავლილი იქნება ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცე ბანახის სივრცეში მოცემული ცნობილი წრფივი დიფერენციალური ოპერა-ტორებისათვის. ჰილბერტის სივრცეში განხილული იქნება ორბიტის მქონე ელემენტებით აპროქსიმაციის ამოცანა.	
10	შესწავლილი იქნება მოცემული არაკორექტული ამოცანის ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში გადატანით მიღებული განტოლების სტაბილურობის საკითხი.	
11	შესწავლილი იქნება სინგულარულ გაშლებთან დაკავშირებული კლასიკური პარალელური გამოთვლების ალგორითმები და მათი ცენტრალურობის საკითხი.	
12	კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის სრული სისტემების აგება. განტოლებების შუალედური ინტეგრალების აგება	
13	კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის ზოგადი ინტეგრალების აგება	
14	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის სრული სის-ტემების აგება. განტოლების შუალედური ინტეგრალის აგება	
15	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის ზოგადი ინტეგრალის აგება	
16	საწყისი და მახასიათებელი ამოცანები დუბრეილ-ჟაკოტენის მონა-თესავე განტოლებისათვის. ამონახსნის არსებობისა და ერთად-ერთობის პრობლემების შესწავლა	
17	საწყისი ამოცანის შესაბამისი სხვაობიანი სქემების აგება და გა-მოკვლევა დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის.	
18	ლექსიკოგრაფიული ε-წონასწორობა რესურსების განაწილების ამოცანაში. რესურსების განაწილება განისაზღვრება როგორც ლექსიკოგრაფიული ანტაგონისტური თამაში. ასეთ თამაშს, საზოგადოდ, წონასწორობის სიტუაცია არ გააჩნია. ამიტომ, მას	მე-2 წელი

	ვუახლოვდებით ზემოდან და ქვემოდან ისეთი მრავალბიჯიანი ლექ-სიკოგრაფიული თამაშებით, რომ მიღებულ იქნას ε-წონასწორობის სიტუაცია.	
19	მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ერთი ზოგადი ამოცანის პირობითი ექსტრემუმის მიახლოებითი მნიშვნელობის პოვნის ალგორითმის დამუშავება და მათი სანდოობის შემოწმება პარალელური დაპროგ-რამების მეთოდების გამოყენებით.	
20	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით, მისი წრფივობა, სპლაინურობა და ცენტრალურობა.	
21	შესწავლილი იქნება რადონის ოპერატორის ასახვა ერმიტის ფუნქციებზე	
22	შესწავლილი იქნება რადონის R ოპერატორის ერმიტის ფუნქციებზე ანასახების R -სისრულის საკითხი შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში	
23	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით და მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.	
24	შესწავლილი იქნება მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცი-ლატორის შესაბამისი ყველა ორბიტის შვარცის სივრცე და მოხდე-ბა მისი გამოყენება თეთრი ხმაურის შესასწავლად, მათი ინტერპრე-ტაციები თანამედროვე მათემატიკურ (ბირთვულ) ფიზიკაში	
25	შესწავლილი იქნება ყველა ორბიტის შვარცის სივრცე და ორბიტა-ლური ოპერატორები ცნობილი დიფერენციალური ოპერატორების-თვის. მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება.	
26	საწყისი და მახასიათებელი ამოცანების შესწავლა რიგისა და ტი-პის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა კლასისთვის	
27	საწყისი ამოცანის შესაბამისი სხვაობიანი სქემების აგება და გა-მოკვლევა რიგისა და ტიპის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტო-ლებათა კლასისათვის	
28	მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურის შესწავლა დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის კონკრეტული საწყისი შეშფოთებების შემთხვე-ვაში	
29	სასრულო თამაშების რიცხვითი ამოხსნის მეთოდები. მატრიცული თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება მრავალგანზომილებიანი ანალიზური გეომეტრიის მეთოდებზე დაფუძნებული ახალი იტერაციული მეთოდი.	მე-3 წელი
30	წრფივი პროგრამირების ამოცანების გადაწყვეტისა და მონაცემთა ბაზის შექმნასთან დაკავშირებულ ამოცანათა კვლევა დიდი განზო-მილების შემთხვევაში.	

31	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით და მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.	
32	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება	
33	მონოგრაფიის "Linear Central Spline Algorithms for Computerized Tomography" ინგლისური ვარიანტის წარდგენა	
34	ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის.	
35	ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა ცნობილი დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და მასთან დაკავშირებული რიტცის ალგორითმის წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში.	
36	ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და მასთან დაკავშირებული უმცირეს კვადრატთა მეთოდის წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში.	
37	ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფის საფუძველზე რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება.	
38	მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურის შესწავლა ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის კონკრეტული საწყისი შეშფოთებების შემთხვევაში.	
39	მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობათა დადგენა დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის.	
40	მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობათა დადგენა ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის.	
41	უსასრულო თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება მათი ამოხსნა მატრიცული თამაშების აპროქსიმაციით.	მე-4 წელი
42	სოფლის მეურნეობის სტრუქტურის ჩამოყალიბების ამოცანის განხილვა ერთი პრიორიტეტული შეზღუდვით – მოსახლეობის დაკმაყოფილება ადგილობრივი საკვები პროდუქტებით.	

43	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება.	
44	ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორისათვის განსაზღვრული ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში.	
45	ამონახსნის არარსებობის არეების დადგენა და მათი გეომეტრიის შესწავლა დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის.	
46	ამონახსნის არარსებობის არეების დადგენა და მათი გეომეტრიის შესწავლა ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის.	
47	ენერგოსისტემების მართვის არსებული მოდელის მოდერნიზაცია მოთხოვნილებების დაკმაყოფილების პირობით და ენერგოსაწვავის მინიმიზირების კრიტერიუმით. მოდელი შემოწმდება ძველ მონაცემებზე დაყრდნობით. მორანის მოდელის რიცხვითი მეთოდის დამუშავება გადაწყვეტილებათა მარკოვის პროცესებით და შესაბამისი პროგრამის შედგენა.	მე-5 წელი
48	საქართველოსათვის მიგრაციული პროცესების ალბათურ-სტატისტიკური ანალიზი.	
49	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება.	
50	ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორისათვის განსაზღვრული ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში, მათ საფუძველზე პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება.	
51	საწყისი მონაცემების ცვლილებაზე ამოხსნის ცვლილების დამოკიდებულების შესწავლა დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის.	
52	საწყისი მონაცემების ცვლილებაზე ამოხსნის ცვლილების დამოკიდებულების შესწავლა ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის	

მიმართულება 3.

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით

1	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	პირველი წელი
2	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
3	პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში.	
4	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები.	
5	ულიანოვის ამოცანა.	
6	იტოს ფორმულის დამტკიცება იმ შემთხვევისთვის, როცა მონაწილე შემთხვევით პროცესში სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით.	
7	წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლა როცა მათში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში.	
8	წრფივი სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების შესწავლა როცა მათში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით.	
9	განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის, როგორც განზოგადებული შემთხვევითი ელემენტის ინდუცირებადობის (რადონიზებადობის) პრობლემის კვლევა.	
10	განუსაზღვრელი სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის საკმარისი პირობების დადგენა.	
11	სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტების შესწავლა ჰილბერტის სივრცეში.	
12	ტურბულენტური მოძრაობისას ფიქსირებულ წერტილში სიჩქარის პულსაციის შემთხვევითი პროცესის შესწავლა.	
13	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	მე-2 წელი
14	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
15	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები.	
16	ულიანოვის ამოცანა	
17	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში.	
18	დაგეგმვის თეორია, (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება.	
17	ვინერის ფუნქციონალის მარტინგალური წარმოდგენები ბანახის სივრცეში.	
18	კლარკ-ოკონეს თეორემა ბანახის სივრცეში.	
19	განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის ინდუცირებადობის (რადონიზებადობის) პრობლემის კვლევა სპეციალური კლასის პროცესებისთვის.	

20	სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტების განხილვა (ზოგადი შემთხვევა).	
21	ტურბულენტურ გარემოში პულსაციური სიჩქარის ტოტალურ სიმრავლეზე დამოუკიდებლობის ანალიზი, არსებობის პრობლემა.	
22	ზოგიერთი კერძო სახის განტოლებების შესწავლა (ორნშტეინ-ულენბეკის, ბროუნის ხიდის, გეომეტრიული ბროუნის მოძრაობის)	
23	სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის საკმარისი პირობები ზოგიერთი კერძო სახის სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის საპოვნელად.	
24	მარტინგალური წარმოდგენის თეორემები და მათი გამოყენება ფინანსური მათემატიკის ამოცანებში უწყვეტ ფუნქციათა ბანახის სივრცის შემთხვევაში.	
25	კოლმოგოროვ - გარსია - კაშინის ჰიპოთეზები.	მე-3 წელი
26	ულიანოვის ამოცანა.	
27	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში.	
28	დაგეგმვის თეორია, (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება.	
29	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
30	სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტებისთვის ზღვარითი თეორემების შესწავლა.	
31	ტურბულენტური მოძრაობის მოდელირება და გენერირება.	
32	სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტები ბანახის სივრცეში, მიღებული შედეგების ანალიზი, გადაუჭრელი ამოცანების კვლევის მეთოდების ძიება, შემდგომი კვლევის გეგმის დასახვა.	
33	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები.	მე-4 წელი
34	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში.	
35	დაგეგმვის თეორია, (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება.	
36	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
37	ლევის პროცესები ბანახის სივრცეში, სტოქასტური ინტეგრალი ლევის პროცესით. სტოქასტური ინტეგრალი შედგენილი პუასონის პროცესით ბანახის სივრცეში.	
38	სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები ბანახის სივრცეში პუასონის პროცესით.	
39	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები.	მე-5 წელ

40	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში.	
41	დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება.	
42	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
43	სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები ბანახის სივრცეში, როცა განტოლებაში მონაწილეობს სტოქასტური ინტეგრალები ვინერის და პუასონის პროცესით.	
44	გადაუჭრელი ამოცანების სისტემატიზაცია და მომავალი კვლევის ამოცანების დაგეგმვა და მათზე მუშაობა.	

მიმართულება 4.

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	ობიექტური და სუბიექტური (საექსპერტო) მონაცემების ანალიზი და მათი რაოდენობრივი მახასიათებლების აღწერა და კლასიფიკაცია. საინფორმაციო ერთეული და მისი შემადგენელი კომპონენტები. უზუსტობისა და განუზღვრელობის ცნებების შემოღება, მათი კავშირი საინფორმაციო ერთეულთან და არამკაფიო ქვესიმრავლეებთან. საინფორმაციო ერთეულის შეთანხმებულობის ფუნქციის აგება და არამკაფიო ქვესიმრავლის ახალი მახასიათებლის – ფერის საინფორმაციო ფუნქციის კავშირი შეთანხმებულობის ფუნქციასთან. ფერის თვისებების შესწავლა და შესაბამისი შეთანხმებულობის ფუნქციების აგების მეთოდების დამუშავება.	პირველი წელი
2	დაპროგრამების ენებში ჩამატებისთვის განკუთვნილი დაპროგრამების ანალიტიკური საშუალებების შემუშავება.	
3	არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები ელიფსური და პარაბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის. ამოცანების ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა.	
4	დახარისხების ტიპის ამოცანებისათვის ახალი პარალელური ალგორითმების შემუშავება. მატრიცების მათემატიკური ოპერაციებისათვის: მატრიცების გამრავლება, გაუსის მეთოდის და სხვა ახალი პარალელური ალგორითმების შემუშავება. ქართული ტექსტების დასამუშავებელი პარალელური ალგორითმების შემუშავება.	

5	პროგრამირების და მონაცემთა მანიპულირების თანამედროვე ინსტრუმენტული საშუალებების ანალიზი. ღრუბლოვან გარემოს აგების არსებული არქიტექტურული გადააწყვეტილებების ანალიზი. პროექტის კონცეფციის ჩამოყალიბება. მონაცემთა ბაზის სტრუქტურის პროექტირება. მომხმარებლის ინტერფეისის პროექტირება. პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების და ღრუბლოვან გარემოში მისი განთავსების ფუნქციების პროექტირება. პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების და ღრუბლოვან გარემოში მისი განთავსების ფუნქციების პროგრამული რეალიზაცია.	
6	ფერის რიცხვითი მახასიათებლების ცნებების შემოღება. ფერის მნიშვნელობათა მახასიათებელი ინტერვალი. ფერის გამოთვლილი მნიშვნელობა და დისპერსია. არამკაფიო ქვესიმრავლის შესაბამისი დუალური ქვესიმრავლის შეთანხმებულობის ფუნქციის მნიშვნელობათა წარმოდგენა. საინფორმაციო ერთეულის წარმოდგენა ჰილბერტის სივრცეში და კანონიკურად შეუღლებული ფერების შესაბამისი ოპერატორების აგება და მათი თვისებების შესწავლა. სუპერპოზიციის პრინციპის გამოყენება ფერის საინფორმაციო ფუნქციებისათვის. ფერის საინფორმაციო ფუნქციების ნორმირება დისკრეტული და უწყვეტი სპექტრების შემთხვევაში. კანონიკურად შეუღლებული ფერების მახასიათებელი ფუნქციები და კომუტაციის თანაფარდობების დადგენა მათთვის.	მე-2 წელი
7	დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების პარალელურ გამოთვლით სისტემებში გამოყენების საკითხების პირველი წყების შესწავლა. პარალელური გამოთვლითი პროცესების მიმდევრობითობის გრაფის ტიპის განსაზღვრის საკითხების შესწავლა.	
8	ელიფსური და პარაბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის არალოკალური საკონტაქტო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმები, რომელთა რეალიზაციაც შესაძლებელია პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. რიცხვითი მეთოდების მდგრადობისა და კრებადობის დამტკიცება.	
9	მატრიცული გამოთვლებისათვის აგებული პარალელური ალგორითმების შესაბამისი პროგრამების შექმნა და გამართვა. დიდი მოცულობის მონაცემებთან პროგრამების მუშაობის სიჩქარის გაზომვა და სხვა არსებულ პროგრამებთან შედარება. დიდი მოცულობის მონაცემებთან მომუშავე წრფივი პროგრამების პარალელურ პროგრამებად გარდაქმნა და მათი ოპტიმიზაცია.	
10	მომხმარებლის ინტერფეისის და პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების პროგამული რეალიზაციის ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში. მონაცემთა მანიპულირების ენის პროექტირება მონაცემთა არაწინააღმდეგობრიობის კრიტერიუმების წარმოსადგენად, მონაცემთა აგრეგირებისა და გამოთვლებისთვის. მონაცემთა მანიპულირების ენის ინტერპრეტატორის პროგრამული რეალიზაცია. მონაცემთა მანიპულირების ენის ინტერპრეტატორის ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში.	

11	კანონიკურად შეულებულ ფერებს შორის კავშირების შესწავლა. განუზღვრელობის პრინციპის დადგენა კანონიკურად შეუღლებული ფერებისათვის. ფორმულები კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლეების შესაბამისი განაწილების ფუნქციების სიმკვრივეებისათვის. ალბათური მოდელის აგება კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმრავლე ებისათვის. წანაცვლების, კომპრესიის, კონცენტრაციის და გაჭიმვის ოპერატორების შესაბამისი გამოსახულებები და მათ შორის დამოკიდებულებების დადგენა. ოპტიმალური არამკაფიო ქვესიმრავლეები და მათი შესაბამისი ნორმირებული საინფორმაციო ფუნქციები. მახასიათებელი ინტერვალები ოპტიმალური არამკაფიო ქვესიმრავლეებისათვის.	მე-3 წელი
12	დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების პარალელურ გამოთვლით სისტემებში გამოყენების საკითხების მეორე წყების შესწავლა; გრაფიკული ინფორმაციის ალგებრაიზაციის საკითხების შესწავლა.	
13	არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები ჰიპერბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის. ამოცანების ამონახსნების არსებობა და ერთადერთობა. რიცხვითი ალგორითმები ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად (მათ შორის პარალელური).	
14	პარალელური პროგრამების ბირთვებზე ოპტიმალურად გადანაწილების პროგრამის შექმნა. მისი სიჩქარის და ეფექტურობის შედარება ტრადიციულ პროგრამებთან.	
15	მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების პროექტირება მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების პროგრამული რეალიზაცია. მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების ტესტირება (იმ შემთხევაში, თუ ანალიზმა აჩვენა რომ ღრუბლოვანი გარემოსთვის დამოუკიდებელი არქიტექტურული გადაწყვეტილების აგება არ არის საჭირო) მონაცემთა ბაზების მართვის სისტემების და გამოყენებითი ამოცანების ინსტალაცია ღრუბლოვან გარემოზე.	
16	კანონიკურად შეუღლებული ფერების დეკარტული ნამრავლის შესაბამისი ალბათური მოდელი. ჰილბერტის სივრცეში ფერის ოპერატორის პირობითი გამოთვლილი მნიშვნელობების დადგენა. ალბათობათა კვაზი განაწილებასა და ნეიმანის სტატისტიკურ ოპერატორს შორის კავშირი ფაზურ სივრცეში. ნამდვილი რიცხვების სპეციალური ქვესიმრავლეების – წმინდა და შერეული არამკაფიო ნამდვილი რიცხვების ცნებების შემოღება. არამკაფიო ნამდვილი რიცხვების ამ ქვესიმრავლეებში არითმეტიკული და ალგებრული ოპერაციების დაფუძნება.	მე-4 წელი

17	დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების პარალელურ გამოთვლით სისტემებში გამოყენების საკითხების მესამე წყების შესწავლა; კომბინატირიკის ”ჩართვა-გამორთვის” პრინციპის გაფართოების ამოცანის დასმა და შესწავლა.	
18	ფილტრაციის ერთი ამოცანა არალოკალური სასაზღვრო პირობებით. ოპერატორის დეკომპოზიციის საფუძველზე დამუშავებული იქნება დასმული ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მეთოდები.	
19	პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციების თავისებურებების განხილვა. ვერიფიკაციის დაჩქარებისათვის ინტერაქტიული მეთოდის გამოყენება. იერარქიული ავტომატების სხვადასხვა ნაკადებში რეალიზაცია და მათი ერთმანეთთან ურთიერთქმედება.	
20	მონაცემთა სიღრმისეული ანალიზის ფუნქციების პროექტირება და რეალიზაცია. მონაცემთა სიღრმისეული ანალიზის ფუნქციების ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში. (იმ შემთხვევაში, თუ ჩატარებულმა ანალიზმა დაადასტურა ღრუბლოვანი გარემოსთვის დამოუკიდებელი არქიტექტურული გადაწყვეტილების აგების აუცილებლობა) ღრუბლოვანი გარემოსთვის არქიტექტურული გადაწყვეტილების პროექტირება, პროგრამული რეალიზაცია და ტესტირება. მონაცემთა ბაზების მართვის სისტემების და გამოყენებითი ამოცანების ინსტალაცია ღრუბლოვან გარემოზე.	
21	კოშის ამოცანა არამკაფიო დიფერენციალური განტოლებებისათვის.	მე-5 წელი
22	დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების პარალელურ გამოთვლით სისტემებში გამოყენების საკითხების დასკვნითი წყების შესწავლა; კომბინატორიკის ”ჩართვა-გამორთვის” პრინციპის გაფართოების ამოცანის შედეგების შესწავლა პარალელურ სისტემებში მათი გამოყენების ჭრილში.	
23	პროგრამების ვერიფიკაციისათვის კრიპკეს სქემების გამოყენებით პარალელური პროგრამების რეალიზაცია. საბოლოო პროდუქტის შექმნა და მისი სიჩქარის და ეფექტურობის შედარება სხვა ტრადიციულ პარალელურ პროგრამებთან.	
24	რეალური მონაცემების ატვირთვა ღრუბლოვან გარემოში / სისტემის ტესტირება ინტერაქტიულ რეჟიმში. დოკუმენტაციის მომზადება.	

3.1.2 პროექტის ფარგლებში ჩატარებული სამუშაოს მოსალოდნელი შედეგები/ თვლადი ინდიკატორები ეტაპების მიხედვით.

მიმართულება 1.

№	შუალედური შედეგები / თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	

1	მაღალი სიზუსტის კვადრატურული სქემების აგება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 2 სამეცნიერო ნაშრომი.	პირველი წელი
2	შესაბამისი წლის მე-2 ამოცანის კორექტულობის დადგენა, გამოთვლითი ალგორითმის აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
3	ცილინდრული ფორმის გოფრირებული გარსის დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა, ალგორითმის აგება და მისი პროგრამული უზრუნველყოფა / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
4	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა ბზარებიანი საკონტაქტო ამოცანისათვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
5	ჩებიშევის რეგულარული კვადრატურული ფორმულების ანალოგების აგება და გამოყენება / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	მე-2 წელი
6	შესაბამისი წლის მე-2 ამოცანისათვის გამოთვლითი ალგორითმების აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 2 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
7	კონუსური გარსის დეფორმაციის ამოცანის ამომხსნელი ალგორითმის აგება და მისი პროგრამული უზრუნველყოფა / მომზადდება 3 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა.	
8	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა კონკრეტული სახის ბზარების შემთხვევაში / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 3 სათვლელი პროგრამა.	
9	სინგულარული ინტეგრალების მააპროქსიმირებელი მიახლოებითი სქემების აპრიორული დაფუძნების შესაძლებლობის განსაზღვრა მათი ინდივიდუალური სტრუქტურის ანალიზის საფუძველზე / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	მე-3 წელი
10	შესაბამისი წლის მე-2 ამოცანისათვის გამოთვლითი ალგორითმის აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	

11	სფერული გარსის დეფორმაციის შესასწავლად ალგორითმის აგება და პროგრამული უზრუნველყოფა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
12	ინტენსივობის კოეფიციენტების გამოთვლის რიცხვითი ფორმულების აგება / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
13	ალგორითმებისა და გამოთვლითი პროგრამების შექმნა შესაბამისი წლის 1-ლი ამოცანით განსაზღვრული მიახლოებითი სქემებისთვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 3 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	მე-4 წელი
14	შესაბამისი წლის მე-2 ამოცანის კორექტულობის დადგენა, გამოთვლითი ალგორითმების აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
15	ელიფსოიდალური გარსის დეფორმაციის ამოცანის შესასწავლად ალგორითმის აგება და პროგრამული უზრუნველყოფა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
16	რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება ბზარებიანი საინჟინრო დეტალებისა და კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
17	რიცხვითი სქემების სათანადო კორექტირების შესაძლებლობის კრიტერიუმების დადგენა ძნელად რეალიზებად კვადრატურულ სტრუქტურებთან მიმართებაში / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 4 სათვლელი პროგრამა, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	მე-5 წელი
18	შესაბამისი წლის მე-2 ამოცანის კორექტულობის დადგენა, გამოთვლითი ალგორითმის აგება და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
19	ტემპერატურული ველის ზემოქმედებით გამოწვეული ბრუნვითი გარსების დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ანალიზისათვის ალგორითმების აგება და პროგრამული უზრუნველყოფა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე; მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
20	პროგრამული პაკეტების შექმნა ბზარებიანი საინჟინრო დეტალებისა და კონსტრუქციების გაანგარიშებისათვის / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 4 სათვლელი პროგრამა.	

მიმართულება 2.

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	თამაშები „ბუნების წინააღმდეგ“. წარმოების მართვის სტატიკური და დინამიკური (მრავალბიჯიანი) მოდელების დამუშავება / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	ოთხი წელი
2	ოპერაციათა კვლევის სხვადასხვა ტიპის ამოცანები (მარაგთა მართვის, მასობრივი მომსახურების და სხვა) განხილული იქნება ა. ვალდის გადამწყვეტ ფუნქციათა მეთოდის გამოყენებით ანუ თამაშების „ბუნების წინააღმდეგ“ / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
3	მათემატიკური დაპროგრამების მთელრიცხვა ამოცანის მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება. რესურსების განაწილების ამოცანებში მონაწილე ფუნქციონალის შერჩევა ზოგიერთ კონკრეტულ ამოცანაში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
4	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ახალი მათემატიკური მოდელების აგება განხორციელდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლის საშუალებით / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
5	მათემატიკური მოდელების აგებისას მოხდება რადონის ოპერატორის სინგულარული გაშლისათვის ბაზისური ფუნქციების არჩევა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
6	მიღებული წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი (დისკრეტული ანალოგების კონსტრუქცია, აპროქსიმაცია, სტაბილურობა, კრებადობა) / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
7	მათემატიკური მოდელების შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა, რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მომზადება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
8	მონოგრაფიის “Linear Central Spline Algorithms for Computerized Tomography” რუსული ვარიანტის წარდგენა	
9	ორბიტალური ოპერატორის განსაზღვრა არა მარტო ჰილბერტის სივრცეში მოცემული თვითშეუღლებული ოპერატორებისათვის, არამედ სიმეტრიული და ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორებისათვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
10	იქნება ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცის შესწავლა ბანახის სივრცეში მოცემული ცნობილი წრფივი დიფერენციალური ოპერატორებისათვის. განხილული იქნება ჰილბერტის სივრცეში ყველა ორბიტის მქონე ელემენტებით აპროქსიმაციის ამოცანა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	

11	შესწავლილი იქნება მოცემული არაკორექტული ამოცანის ყველა ორბიტების ფრეშეს სივრცეში გადატანით მიღებული განტოლების სტაბილურობის საკითხი / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
12	შესწავლილი იქნება სინგულარულ გაშლებთან დაკავშირებული კლასიკური პარალელური გამოთვლების ალგორითმები და მათი ცენტრალურობის საკითხი / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
13	კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის აიგება სრული სისტემები და შუალედური ინტეგრალები / მოხსენება განყოფილების სემინარზე.	
14	კვაზიწრფივი არამკაცრად ჰიპერბოლური და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა ერთი კლასისათვის აიგება ზოგადი ინტეგრალები / მოხსენება განყოფილების სემინარზე.	
15	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის აიგება სრული სისტემები და შუალედური ინტეგრალი / მოხსენება განყოფილების სემინარზე.	
16	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის აიგება ზოგადი ინტეგრალი / მოხსენება განყოფილების სემინარზე.	
17	დადგინდება საწყისი და მახასიათებელი ამოცანების ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობები დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
18	აიგება საწყისი ამოცანის შესაბამისი სხვაობიანი სქემები დუბრეილ - ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
19	ლექსიკოგრაფიული ε-წონასწორობა რესურსების განაწილების ამოცანაში. რესურსების განაწილება განისაზღვრება როგორც ლექსიკოგრაფიული ანტაგონისტური თამაში. ასეთ თამაშს, საზოგადოდ, წონასწორობის სიტუაცია არ გააჩნია. ამიტომ, მას ვუახლოვდებით ზემოდან და ქვემოდან ისეთი მრავალბიჯიანი ლექსიკოგრაფიული თამაშებით, რომ მიღებულ იქნას ε-წონასწორობის სიტუაცია / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-2 წელი
20	მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ერთი ზოგადი ამოცანის პირობითი ექსტრემუმის მიახლოებითი მნიშვნელობის პოვნის ალგორითმის დამუშავება და მათი სანდოობის შემოწმება პარალელური დაპროგრამების მეთოდების გამოყენებით / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	

21	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით, მისი წრფივობა, სპლაინურობა და ცენტრალურობა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
22	შესწავლილი იქნება რადონის ოპერატორის ასახვა ერმიტის ფუნქციებზე / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
23	შესწავლილი იქნება რადონის R ოპერატორის ერმიტის ფუნქციებზე ანასახების R -სისრულის დამტკიცება შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
24	შესწავლილი იქნებაკომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით და მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
25	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით, მისი წრფივობა, სპლაინურობა და ცენტრალურობა / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
26	შესწავლილი იქნება მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის შესაბამისი ყველა ორბიტის შვარცის სივრცე და მოხდება მისი გამოყენება თეთრი ხმაურის შესასწავლად, მათი ინტერპრეტაციები თანამედროვე მათემატიკურ (ბირთვულ) ფიზიკაში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
27	შესწავლილი იქნება ყველა ორბიტის შვარცის სივრცე და ორბიტალური ოპერატორები ცნობილი დიფერენციალური ოპერატორებისათვის. მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
28	რიგისა და ტიპის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა კლასისათვის დადგინდება საწყისი და მახასიათებელი ამოცანების ამონახსნის არსებობის საკმარისი პირობები / მოხსენება განყოფილების სემინარზე; მომზადდება საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
29	აიგება საწყისი ამოცანის შესაბამისი სხვაობიანი სქემები რიგისა და ტიპის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებათა კლასისათვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
30	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის კონკრეტული საწყისი შეშფოთებების შემთხვევაში დადგინდება მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე	

31	სასრულო თამაშების რიცხვითი ამოხსნის მეთოდები. მატრიცული თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება მრავალგანზომილებიანი ანალიზური გეომეტრიის მეთოდებზე დაფუძნებული ახალი იტერაციული მეთოდი / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-3 წელი
32	წრფივი პროგრამირების ამოცანების გადაწყვეტისა და მონაცემთა ბაზის შექმნასთან დაკავშირებულ ამოცანათა კვლევა დიდი განზომილების შემთხვევაში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
33	შესწავლილი იქნება კომპიუტერული ტომოგრაფიის მათემატიკური ამოცანა შვარცის სწრაფად კლებადი ფუნქციების სივრცეში უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდით და მოხდება პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
34	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მომზადდება საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია	
35	მონოგრაფიის "Linear Central Spline Algorithms for Computerized Tomography" ინგლისური ვარიანტის წარდგენა.	
36	ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
37	ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა ცნობილი დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და მასთან დაკავშირებული რიტცის ალგორითმის წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
38	ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და მასთან დაკავშირებული უმცირეს კვადრატთა მეთოდის წრფივობის, სპლაინურობის, ცენტრალურობის შესწავლა და პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	
39	ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცის და ორბიტალური ოპერატორის შესწავლა დიფერენციალური ოპერატორებისათვის და შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფის საფუძველზე რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
40	ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის კონკრეტული საწყისი შეშფოთებების შემთხვევებში დადგინდება მახასიათებელ წირთა ოჯახების და ამონახსნის განსაზღვრის არეთა სტრუქტურები / მოხსენება განყოფილების სემინარზე.	
41	დადგინდება მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების	

	პირობები დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია	
42	ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის დადგინდება მახასიათებელი ოჯახების საერთო მომვლების არსებობისა და განტოლებათა ძლიერი პარაბოლური გადაგვარების პირობები / მოხსენება განყოფილების სემინარზე, მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
43	უსასრულო თამაშებისათვის შემოთავაზებული იქნება მათი ამოხსნა მატრიცული თამაშების აპროქსიმაციით / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-4 წელი
44	სოფლის მეურნეობის სტრუქტურის ჩამოყალიბების ამოცანის განხილვა ერთი პრიორიტეტული შეზღუდვით – მოსახლეობის დაკმაყოფილება ადგილობრივი საკვები პროდუქტებით / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
45	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
46	ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორისათვის განსაზღვრული ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
47	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის მიიღება ამონახსნის არარსებობის არეების არსებობის პირობები / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
48	დადგინდება ამონახსნის არარსებობის არეების არსებობის პირობები ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
49	ენერგოსისტემების მართვის არსებული მოდელის მოდერნიზაცია მოთხოვნილებების დაკმაყოფილების პირობით და ენერგოსაწვავის მინიმიზირების კრიტერიუმით. მოდელი შემოწმდება ძველ მონაცემებზე დაყრდნობით. მორანის მოდელის რიცხვითი მეთოდის დამუშავება გადაწყვეტილებათა მარკოვის პროცესებით და შესაბამისი პროგრამის შედგენა / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-5 წელი

50	საქართველოსათვის მიგრაციული პროცესების ალბათურ-სტატისტიკური ანალიზი / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
51	შებრუნებული არაკორექტული ამოცანებისათვის მიახლოებითი ამოხსნის რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
53	ბანახის სივრცეში მოცემული წრფივი ოპერატორისათვის განსაზღვრული ორბიტალური ოპერატორის შემცველი განტოლებების მიახლოებითი ამოხსნის ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში, მათ საფუძველზე პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი ექსპერიმენტების ჩატარება / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
54	დუბრეილ-ჟაკოტენის მონათესავე განტოლებისათვის მიიღება საწყისი მონაცემების ცვლილებაზე ამოხსნის ცვლილების დამოკიდებულების პირობები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე, მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
55	დადგინდება საწყისი მონაცემების ცვლილებაზე ამოხსნის ცვლილების დამოკიდებულება ტიპისა და რიგის შესაძლო გადაგვარების მქონე განტოლებისათვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	

მიმართულება 3.

№	შუალედური შედეგები / თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	პირველი წელი
2	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
3	პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
4	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
5	ულიანოვის ამოცანა / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
6	მიღებული იქნება იტოს ფორმულა იმ შემთხვევისთვის, როცა მონაწილე შემთხვევით პროცესში სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით / მომზადდება 1 სტატია.	

7	შევისწავლით წრფივ სტოქასტური დიფერენციალურ განტოლებებს როცა მათში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ვინერის პროცესით ბანახის სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
8	შევისწავლით წრფივ სტოქასტური დიფერენციალურ განტოლებებს როცა მათში მონაწილე სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
9	შევეხებით განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის, როგორც განზოგადოებული შემთხვევითი ელემენტის ინდუცირებადობის (რადონიზებადობის) პრობლემას / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
10	შევეცდებით განუსაზღვრელი სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის საკმარისი პირობების დადგენას / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
11	შევისწავლით სუსტად დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს ჰილბერტის სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
12	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	მე-2 წელი
13	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
14	კოლმოგოროვ–გარსია–კაშინის ჰიპოთეზები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი,	
15	ულიანოვის ამოცანა / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
16	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
17	დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
18	შევისწავლით ტურბულენტური მოძრაობისას ფიქსირებულ წერტილში სიჩქარის პულსაციის შემთხვევით პროცესს / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
19	შევისწავლით ვინერის ფუნქციონალის მარტინგალურ წარმოდგენებს ბანახის სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
20	მივიღებთ კლარკ-ოკონეს თეორემას ბანახის სივრცეში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	

21	გამოვიკვლევთ განზოგადოებული სტოქასტური ინტეგრალის ინდუცირებადობის (რადონიზებადობის) პრობლემას სპეციალური კლასის პროცესებისთვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
22	განვიხილავთ სუსტად დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს (ზოგადი შემთხვევა) / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
23	შევისწავლით ტურბულენტურ გარემოში პულსაციური სიჩქარის ტოტალურ სიმრავლეზე დამოუკიდებლობის საკითხს და არსებობის პრობლემას / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
24	კოლმოგოროვ – გარსია - კაშინის ჰიპოთეზები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	მე-3 წელი
25	ულიანოვის ამოცანა / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
26	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
27	დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
28	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
29	შევისწავლით ზოგიერთ კერძო სახის განტოლებებს (ორნშტეინ-ულენბეკის, ბროუნის ხიდის, გეომეტრიული ბროუნის მოძრაობის) / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
30	შევისწავლით სტოქასტური ინტეგრალის არსებობის საკმარის პირობებს ზოგიე რთი კერძო სახის სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის საპოვნელად / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
33	შევეხებით მარტინგალური წარმოდგენის თეორემების გამოყენებას ფინანსური მათემატიკის ამოცანებში უწყვეტ ფუნქციათა ბანახის სივრცის შემთხვევაში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
34	შევისწავლით სუსტად დამოუკიდებელი შემთხვევითი ელემენტებისთვის ზღვარით თეორემებს / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
35	ადრე ჩატარებული სამუშაოების საფუძველზე მოვახდენთ ტურბულენტური მოძრაობის მოდელირებას და გენერირებას / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
36	განვიხილავთ სუსტად დამოუკიდებელ შემთხვევით ელემენტებს ბანახის სივრცეში, გავაანალიზებთ მიღებულ შედეგებს, გამოვყოფთ გადაუჭრელ ამოცანებს კვლევის მეთოდების საძიებლად / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	

37	კოლმოგოროვ – გარსია - კაშინის ჰიპოთეზები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	მე-4 წელი
38	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
39	დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
40	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
41	შევისწავლით ლევის პროცესებს ბანახის სივრცეში. ავაგებთ სტოქასტურ ინტეგრალს ლევის პროცესით. ავაგებთ სტოქასტურ ინტეგრალს შედგინილი პუასონის პროცესით /მომზადდება 1 სტატია.	
42	შევისწავლით სტოქასტურ დიფერენციალურ განტოლებებს პუასონის პროცესით / მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
43	კოლმოგოროვ – გარსია - კაშინის ჰიპოთეზები / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	მე-5 წელი
44	გადანაცვლებები სტატისტიკასა და შემთხვევით პროცესებში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
45	დაგეგმვის თეორია, უთანადობათა (discrepancy) თეორია, სახეთა ამოცნობა და მანქანური სწავლება / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
46	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
47	შევისწავლით სტოქასტურ დიფერენციალურ განტოლებებს ბანახის სივრცეში როცა განტოლებაში მონაწილეობს სტოქასტური ინტეგრალები ვინერის და პუასონის პროცესით / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია.	
48	მოვახდენთ გადაუჭრელი პრობლემების სისტემატიზაციას, დავგეგმავთ მომავალ კვლევას / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	

მიმართულება 4.

№	შუალედური შედეგები / თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	გამოიყოფა ობიექტური ინფორმაციის რაოდენობრივი მახასიათებლები გარკვეული ტიპის შემთხვევითი სიდიდეებისა და მათი განაწილების	პირვ…

	ფუნქციების სახით. დადგინდება სუბიექტური ინფორმაციის მახასიათებლები ატრიბუტებისა (ფერების) სახით. მოხდება რაოდენობრივი მახასიათებლების აღწერა და კლასიფიკაცია. შესწავლილი იქნება საინფორმაციო ერთეული და მისი შემადგენელი კომპონენტები. შემოღებული იქნება უზუსტობისა და განუზღვრელობის ცნებები, რომლებთანაც დაკავშირებული სიტუაციის მოდელირება მოხდება კანონიკურად შეუღლებული არამ-კაფიო ქვესიმრავლის საშუალებით. შემუშავებული იქნება საინფორმაციო ერთეულის ახალი მახასიათებლის არამკაფიო ფერის შესაბამისი შეთანხმებულობის ფუნქციის აგების მეთოდი და დადგენილი იქნება ფერის საინფორმაციო ფუნქციის კავშირი შეთანხმებულობის ფუნქციასთან. შესწავლილი იქნება არამკაფიო ფერის თვისებები / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
2	შემუშავდება კლასი, რომელიც უზრუნველყოფს სტრიქონის სახით ბუნებრივი ფორმით წარმოდგენილი ერთცვლადიანი ფუნქციონალური გამოსახულების დამუშავებას ობიექტზე ორიენტირებული დაპროგრამების ენის წიაღში, როგორც შემდგომი ფუნქციონალური გარდაქმნების გზით (სიმბოლური დიფერენცირებისა და სიმბოლური ინტეგრების ელემენტებით), ასევე განსაზღვრული არგუმენტისთვის გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლით / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
3	დამტკიცებული იქნება თეორემები არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის ამოხსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ ერთგვაროვანი და არაერთგვაროვანი ელიფსური და პარაბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
4	დახარისხების ტიპის ამოცანებისათვის ახალი პარალელური ალგორითმების შემუშავება. მატრიცების მათემატიკური ოპერაციებისათვის: მატრიცების გამრავლება. გაუსის მეთოდის და სხვა ახალი პარალელური ალგორითმების შემუშავება. ქართული ტექსტების დასამუშავებელი პარალელური ალგორითმების შემუშავება / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
5	პროგრამირების და მონაცემთა მანიპულირების თანამედროვე ინსტრუმენტული საშუალებების ანალიზი. ღრუბლოვანი გარემოს აგების არსებული არქიტექტურული გადააწყვეტილებების ანალიზი / მოხსენებები სემინარზე. პროექტის კონცეფციის ჩამოყალიბება. მონაცემთა ბაზის სტრუქტურის პროექტირება. მომხმარებლის ინტერფეისის პროექტირება. პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების და ღრუბლოვან გარემოში მისი განთავსების ფუნქციების პროექტირება / მოხსენებები სემინარზე. პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების და ღრუბლოვან გარემოში მისი განთავსების ფუნქციების პროგრამული რეალიზაცია / მოხსენებები სემინარზე. შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი.	
6	შემოღებული იქნება არამკაფიო ფერის რიცხვითი მახასიათებლები - ფერის გამოთვლილი მნიშვნელობა და დისპერსია. დადგენილი იქნება	თვ-2

	ფერის მნიშვნელობათა მახასიათებელი ინტერვალი. შემუშავდება არამკაფიო ქვესიმრავლის შესაბამისი დუალური ქვესიმრავლის შეთანხმებულობის ფუნქციის მნიშვნელობათა წარმოდგენის მეთოდი. წარმოდგენილი იქნება საინფორმაციო ერთეულები ჰილბერტის სივრცეში. აგებული იქნება კანონიკურად შეუღლებული ფერების ოპერატორები და შესწავლილი იქნება მათი თვისებები. სუპერპოზიციის პრინციპი გამოყენებულ იქნება ფერის შესაბამისი საინფორმაციო ფუნქციის აგების მიზნით. ფერის ოპერატორის დისკრეტული და უწყვეტი სპექტრის შემთხვევებში შესწავლილი იქნება ფერის საინფორმაციო ფუნქციების ნორმირების საკითხები. დადგენილი იქნება კომუტაციის თანაფარდობები კანონიკურად შეუღლებული ფერების შესაბამისი ოპერატორებისთვის / მოხსენებები სემინარზე. საკონფერენციო მასალის მომზადება.	
7	შემუშავდება პარალელური გამოთვლითი პროცესების მიმდევრობითობის გრაფის ტიპის განსაზღვრის მოხერხებული კრიტერიუმები და მათი დადგენის პრაქტიკულად ღირებული ინსტრუმენტარი; შესწავლილ იქნება დაპროგრამების ჰიბრიდული ენების გამოყენების შესაძლებლობები პარალელურ სისტემებზე გამოთვლითი მათემატიკის ცნობილი ამოცანების გადაწყვეტის დროს, ჩატარდება შედარება ჰიბრიდული შესძლებლობების არმქონე ენებთან / მოხსენებები სემინარზე. საერთაშორისო კონფერენციისთვის მოხსენების მომზადება.	
8	დამუშავებული იქნება ელიფსური და პარაბოლური ტიპის დიფერენციალური განტოლებებისათვის არალოკალური საკონტაქტო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმები, რომელთა რეალიზაციაც შესაძლებელია პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე. ამოხსნილი იქნება კონკრეტული ამოცანები. დამტკიცებული იქნება რიცხვითი მეთოდების მდგრადობა და კრებადობა / მომზადდება სასემინარო მასალა.	
9	მოცემული ალგორითმების შესაბამისი პროგრამების შექმნა. დიდი მოცულობის მონაცემებთან პროგრამების მუშაობის სიჩქარის გაზომვა და სხვა არსებულ პროგრამებთან შედარება. დიდი მოცულობის მონაცემებთან მომუშავე წრფივი პროგრამების პარალელურ პროგრამებად გარდაქმნა და მათი ოპტიმიზაცია / სასემინარო მასალის მომზადება. შესაბამისი პროგრამის შექმნა. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
10	მომხმარებლის ინტერფეისის და პირველადი ინფორმაციის ფიქსირების პროგამული რეალიზაციის ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში / მოხსენებები სემინარზე; მომზადდება ტესტირების ანგარიში. მონაცემთა მანიპულირების ენის პროექტირება მონაცემთა არაწინააღმდეგობრიობის კრიტერიუმების წარმოსადგენად, მონაცემთა აგრეგირებისა და გამოთვლებისთვის. მონაცემთა მანიპულირების ენის ინტერპრეტატორის პროგრამული რეალიზაცია / მოხსენებები სემინარზე; მომზადდება პროგრამული პროდუქტი. სამაგისტრო ნაშრომი. მონაცემთა მანიპულირების ენის ინტერპრეტატორის ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება ტესტირების ანგარიში.	
11	შესწავლილი იქნება კანონიკურად შეუღლებულ ფერებს შორის კავშირები და დადგენილი იქნება ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპის ანალოგი მათთვის. გამოყვანილი იქნება ფორმულები კანონიკურად	მე-3 წელი

	შეუღლებული ქვესიმრავლეების შესაბამისი განაწილების ფუნქციების სიმკვრივეებისათვის. კანონიკურად შეუღლებული ატრიბუტების (უზუსტობისა და განუზღვრელობის) ერთობლივი განხილვის მიზნით აგებული იქნება ალბათური მოდელი, რომლის ფარგლებში შესწავლილი იქნება ამ ატრიბუტების შესაბამისი ოპერატორების თვისებები. დადგენილი იქნება წანაცვლების, კომპრესიის, კონცენტრაციის და გაჭიმვის შესაბამისი ოპერატორების გამოსახულებები და მათ შორის დამოკიდებულებები. შესწავლილი იქნება ოპტიმალური არამკაფიო ქვესიმრავლეები და მათი შესაბამისი რიცხვითი მახასიათებელი ინტერვალები. შემუშავებული იქნება შესაბამისი ნორმირებული საინფორმაციო ფუნქციების აგების მეთოდები / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
12	შემუშავდება ხეების ალგებრულად წარმოდგენა უფრჩხილებო გამოსახულებების სტრუქტურაზე დაყრდნობით, შესწავლილ იქნება აღნიშნული წარმოდგენის გამოყენების საკითხები კონკრეტულ ამოცანებში; ჩატარდება ჰაბრიდული და არაჰიბრიდული დაპროგრამების ენების გამოთვლითი მათემატიკის ცნობილი ამოცანების გადაწყვეტისთვის გამოყენების შედარების საღრმისეული ანალიზი, გამოიკვეთება ახალი ამოცანები, რომლებისთვისაც შეისწავლება ჰიბრიდული დაპროგრამების ენების გამოყენების მიზანშეწონილობა / მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
13	დამტკიცებული იქნება თეორემები ჰიპერბოლური ტიპის არაერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლებებისათვის დასმული არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესახებ. დამუშავებული და რეალიზებული იქნება რიცხვითი ალგორითმები ასეთი ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
14	პარალელური პროგრამების ბირთვებზე ოპტიმალურად გადანაწილების პროგრამის შექმნა. მისი სიჩქარის და ეფექტურობის შედარება ტრადიციულ პროგრამებთან. შესაბამისი პროგრამის შექმნა / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
15	მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების პროექტირება / მოხსენებები სემინარზე. მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების პროგრამული რეალიზაცია / მოხსენებები სემინარზე; შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი. მონაცემთა პაკეტური დამუშავების საშუალებების ტესტირება / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება ტესტირების ანგარიში. იმ შემთხევაში, თუ ანალიზმა აჩვენა რომ ღრუბლოვანი გარემოსთვის დამოუკიდებელი არქიტექტურული გადაწყვეტილების აგება არ არის საჭირო, მონაცემთა ბაზების მართვის სისტემების და გამოყენებითი ამოცანების ინსტალაცია ღრუბლოვან გარემოზე / მოხსენებები სემინარზე; მომზადდება სამაგსიტრო ნაშრომი. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	

16	აგებული იქნება კანონიკურად შეუღლებული ფერების დეკარტული ნამრავლის შესაბამისი ალბათური მოდელი, რომლის ფარგლებში დადგენილი იქნება ჰილბერტის სივრცეში ფერის შესაბამისი ოპერატორის პირობითი გამოთვლილი მნიშვნელობა. შესწავლილი იქნება ალბათობათა კვაზიგანაწილებასა და ნეიმანის სტატისტიკურ ოპერატორს შორის კავშირი ფაზურ სივრცეში. შემოღებული იქნება ნამდვილი რიცხვების სპეციალური ქვესიმრავლეების წმინდა და შერეული არამკაფიო რიცხვების ცნებები. ამ არამკაფიო ნამდვილი რიცხვების ქვესიმრავლეებში დაფუძნებული იქნება არითმეტიკული და ალგებრული ოპერციები მათი შემდგომი პროგრამული რელიზაციის მიზნით. განხილული იქნება ზოგიერთი არამკაფიო ალგებრული განტოლების ამოხსნის მაგალითები / მომზადდება სასემინარო მასალა. მომზადდება საკონფერენციო თეზისები და 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-4 წელი
17	შესწავლილ იქნება კომბინატორიკის ”ჩართვა-გამორთვის” პრინციპის გაფართოება დეკარტული ნამრავლების ჭრილში, მიღებული იქნება დასმული ამოცანის გადაწყვეტა რეალიზაციის დონეზე; გამოიკვეთება ამოცანების ის თვისებები, რომლებიც განაპირობებს ჰიბრიდული ენების გამოყენების უპირატესობებს / მომზადდება სასემინარო მასალა. მომზადდება მოხსენება საერთაშორისო კონფერენციისთვის.	
18	შესწავლილ იქნება ფილტრაციის ერთი ამოცანა არალოკალური სასაზღვრო პირობებით. ოპერატორის დეკომპოზიციის საფუძველზე დამუშავებულ იქნება დასმული ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მეთოდები. ჩატარდება რიცხვითი ექსპერიმენტები / მომზადდება სასემინარო მასალა.	
19	გამოკვლეული იქნება პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციების თავისებურებები. ვერიფიკაციის დაჩქარებისათვის გამოყენებული იქნება ინტერაქტიული მეთოდი. შესწავლილი იქნება იერარქიული ავტომატების სხვადასხვა ნაკადებში რეალიზაცია და მათი ერთმანეთთან ურთიერთქმედება. შეიქმნება შესაბამისი პროგრამები / მომზადდება სასემინარო მასალა. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
20	მონაცემთა სიღრმისეული ანალიზის ფუნქციების პროექტირება და რეალიზაცია / მოხსენებები სემინარზე; შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი. მონაცემთა სიღრმისეული ანალიზის ფუნქციების ტესტირება ავტონომიურ რეჟიმში / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება ტესტირების ანგარიში. იმ შემთხვევაში, თუ ჩატარებულმა ანალიზმა დაადასტურა ღრუბლოვანი გარემოსთვის დამოუკიდებელი არქიტექტურული გადაწყვეტილების აგების აუცილებლობა, ღრუბლოვანი გარემოსთვის არქიტექტურული გადაწყვეტილების პროექტირება, პროგრამული რეალიზაცია და ტესტირება / მოხსენებები სემინარზე; შეიქმნება პროგრამული პროდუქტი; მომზადდება ტესტირების ანგარიში; მომზადდება სამაგისტრო ნაშრომი. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია. მონაცემთა ბაზების მართვის სისტემების და გამოყენებითი ამოცანების ინსტალაცია ღრუბლოვან გარემოზე / მოხსენებები სემინარზე.	

21	გამოკვლეული იქნება არამკაფიო დიფერენციალური განტოლებებისათვის კოშის ამოცანის ამოხსნასთან დაკავშირებული პრობლემები არამკაფიო ნამდვილი რიცხვების არითმეტიკის საფუძველზე / მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-5 წელი
22	დადგინდება კომბინატორიკის ”ჩართვა-გამორთვის” პრინციპის გაფართოების თავისებურებები პარალელური სისტემების ჭრილში; დადგინდება ამოცანათა კლასი, რომელთათვისაც დაპროგრამების ჰიბრიდული ინსტრუმენტების გამოყენება თვისობრივად აუმჯობესებს პარალელური გამოთვლითი სისტემის გამოყენების მახასიათებლებს. ამ გზით გადაწყდება რამდენიმე ახალი ამოცანა / მომზადდება სასემინარო მასალა. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
23	შესწავლილი იქნება პროგრამების ვერიფიკაციის პროცესში კრიპკეს სქემების გამოყენებისას პარალელური პროგრამების რეალიზაციის შესაძლებლობა. შესაბამისი პროგრამის შექმნა / საბოლოო პროდუქტის შექმნა და მისი სიჩქარის და ეფექტურობის შედარება სხვა ტრადიციულ პარალელურ პროგრამებთან. მომზადდება სასემინარო მასალა. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
24	რეალური მონაცემების ატვირთვა ღრუბლოვან გარემოში, სისტემის ტესტირება ინტერაქტიულ რეჟიმში / მოხსენებები სემინარზე. მომზადდება 1 სტატია. დოკუმენტაციის მომზადება / შეიქმნება სისტემური დოკუმენტაცია.	

3.2 პროექტში ახალგაზრდა მეცნიერების ჩართულობა, აკადემიური დოქტორის ხარისხის მოსაპოვებლ სადისერტაციო ნაშრომების მომზადება და სხვა

3.2.1 სასწავლო პროცესში ჩართულობა

ინსტიტუტის 11 მეცნიერ-თანამშრომელი მოღვაწეობს საქართველოს სხვადასხვა უნივერსიტეტებში და ჩართულია სამაგისტრო და სადოქტორო პროგრამებში:

- **საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტი**: ე. აბრამიძე (ასოცირებული პროფესორი), ზ. სანიკიძე (ასოცირებული პროფესორი), გ. ტარიელაძე (პროფესორი), ვ. კვარაცხელია (პროფესორი), დ. უგულავა (პროფესორი), მ. ნაჭყებია (ასოცირებული პროფესორი), ს. ჩობანიანი (მოწვეული პროფესორი).
- **ი. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი:** გ. ჭელიძე (ასისტენტ-პროფესორი).
- **სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი:** ვ. კვარაცხელია (პროფესორი), მ. მენთეშაშვილი (ასოცირებული პროფესორი), მ. ნაჭყებია (ასისტენტ-პროფესორი).
- **თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებული ეკონომიკის საერთაშორისო სკოლა (ISET)**: ს. ჩობანიანი (პროფესორი).

– **საქართველოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი:** ჰ. მელაძე (პროფესორი), გ. ცერცვაძე (მოწვეული პროფესორი)

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, 2018 წელს დაგეგმილია ინსტიტუტის ბაზაზე სუპერკომპიუტერის გამართვა, რომლის გარკვეული მოცულობა დაეთმობა CERN-ის მაღალი ენერგიების ფიზიკის (HEP) კვლევებს. ამავე დროს კლასტერის მნიშვნელოვანი რესურსი მოხმარდება ქვეყნის წინაშე მდგარ სოციალურ-ეკონომიკური ხასიათის პრობლემებს და მეცნიერების წინაშე მდგარ თანამედროვე ამოცანებს. მის მომსახურებას არსებულ სამეცნიერო პერსონალთან ერთად აუცილებლად დასჭირდება ახალგაზრდა კადრები. ამასთან დაკავშირებით, მიმდინარე წელს ინსტიტუტის ბაზაზე მზადდება სამაგისტრო პროგრამა "პარალელური კომპიუტერული ტექნოლოგიები", რომელიც სწორედ ამ მიზნის გადაწყვეტისკენ, ახალგაზრდა კადრების მომზადება-დასაქმებისაკენ არის ორიენტირებული.

ინსტიტუტის სამეცნიერო პოტენციალის გათვალისწინებით შესაძლებლად მიგვაჩნია დოქტორანტებისა და მაგისტრანტების მომზადება შემდეგ დარგებში: ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, გამოთვლითი მეთოდები, საინფორმაციო ტექნოლოგიები, მათემატიკური ეკონომიკა, ფინანსური მათემატიკა, ალგორითმების თეორია, მათემატიკური ფიზიკა, დრეკადობის თეორია, რიცხვითი მეთოდები, საინჟინრო მექანიკა და სხვა.

3.2.2. საერთაშორისო კავშირები.

ინსტიტუტის თანამშრომლებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კავშირები უცხოელ კოლეგებთან. აღსანიშნავია პროფესორ ს. ჩობანიანის თანამშრომლობა მიჩიგანის (აშშ), პროფესორ ვ. ტარიელაძის თანამშრომლობა მადრიდის, ვიგოს და კორუნიას (ესპანეთი), პროფესორების ვ. კვარაცხელიას და მ. მენთეშაშვილის თანამშრომლობა დებრეცენის (უნგრეთი) და პალერმოს (იტალია) უნივერსიტეტების პროფესორებთან, რომლებთანაც თანაავტორობით გამოქვეყნებული აქვთ მრავალი ნაშრომი.

აღსანიშნავია ბოლო წლების ინტენსიური ურთიერთობა პოლონელ კოლეგებთან. ინსტიტუტის მეცნიერ-თანამშრომელი გ. ბაღათურია 2013–2017 წლებში მრავალგზის იყო მოწვეული ვარშავის და კრაკოვის უნივერსიტეტებსა და სამეცნიერო ცენტრებში ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოების ჩასატარებლად.

ჩვენი მოწვევით მიმდინარე წლის 2 ოქტომბერს საქართველოში იმყოფებოდა და ინსტიტუტის სემინარზე მოხსენებით გამოვიდა კრაკოვის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიის უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათემატიკის ფაკულტეტის დეკანი, პროფესორი ვსევოლოდ ვლადიმიროვი. ჩვენ ვმუშაობთ აღნიშნულ უნივერსიტეტთან თანამშრომლობის პროექტზე, რომელსაც უახლოეს პერიოდში მოეწერება ხელი და შევა ძალაში.

ჩვენ მომავალშიც ვგეგმავთ უცხოელი მეცნიერების მოწვევას. მათი ვიზიტების მიზანია აქტუალურ თემებზე (მაგ. პარალელური დაპროგრამება, გრიდ და ქლაუდ (ღრუბლოვანი) ტექნოლოგიები, გამოთვლითი მათემატიკის სხვადასხვა ასპექტები და ა.შ.) სემინარების და ლექციების ჩატარება, ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოები და სხვა.

TEMPUS-ის პროექტების ფარგლებში დამყარდა კავშირები საარბრიუკენის (გერმანია), ლიონის კლოდ ბერნარის (საფრანგეთი), ტამპერეს (ფინეთი), ლუვენის (ბელგია) და სხვა უნივერსიტეტებთან. მათი თანამონაწილეობით მომზადდა ახალი საგანმანათლებლო პროგრამები და ელექტრონული სწავლების მეთოდები.

3.2.3. საგრანტო პროექტები.

ინსტიტუტის თანამშრომლები ჩართული არიან ადგილობრივ და საერთაშორისო საგრანტო პროექტებში. ქვემოთ მოყვანილია მხოლოდ ბოლო წლებში განხორციელებული პროექტების ჩამონათვალი:

1. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი:
   - FR/539/5-100/13, „ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები“, 2014-2017;
   - FR/223/5-100/13, "ფურიეს კოეფიციენტები და კრებადობის საკითხები", 2014-2017;
   - FR/312/4-150/14, "შერეული ტიპის მარკოვული და ნახევრად-მარკოვული რიგების სისტემები ინფოკომუნიკაციური ქსელების საიმედოობრივი დაგეგმვის ამოცანებში", 2015-2017.
2. ევროკომისიის მიერ დაფინანსებული პროექტები:
   - Lie groups, differential equations and geometry. EC, Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721, European Commission, 2013-2016;
   - Modernization of Mathematics and Statistics curricula for Engineering and Natural Sciences studies in Georgian and Armenian Universities by introducing modern educational technologies (MATH-GeAr), TEMPUS IV-6, European Commission, 2013-2017;
   - Developing tools for lifelong learning in Transcaucasus region: e-Learning (ARMAZEG). 544605-TEMPUS-1-2013-1-BE-TEMPUS-JPHES, European Commission, 2013-2017.
   - ინფორმატიკის და მათემატიკის ევროპული სამეცნიერო კონსორციუმის (ERCIM) და ევროკავშირის პოსტ-სადოქტორო გრანტი. პოსტ-დოქტორი, ვარშავის უნივერსიტეტის მათემატიკის, ინფორმატიკის და მექანიკის ფაკულტეტი. 2013-2014.

მიმდინარეობს მოსამზადებელი სამუშაოები სუპერკომპიუტერის გამართვა-ამოქმედებასთან დაკავშირებული მასშტაბური პროექტისთვის, რომელშიც მოიაზრება CERN-ის და სხვა სამეცნიერო ცენტრების თანამონაწილეობა ჰორიზონტი 2020 პროგრამის ფარგლებში.

3.2.4. სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზება.

ინსტიტუტს გააჩნია საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზების გამოცდილება.

2010 წლის 2 – 6 მაისს, თბილისში, ჩვენი ინსტიტუტისა და საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის თაოსნობითა და ორგანიზებით ჩატარდა საერთაშორისო კონფერენცია – “საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები (კონფერენცია მიეძღვნა ცნობილი ქართველი მეცნიერების, პროფესორების ე. დეკანოსიძ და მ. წულაძის ხსოვნას)

2016 წლის 3-7 ოქტომბერს ჩატარდა საერთაშორისო ვორკშოპი "South Caucasus Computing and Technology Workshop 2016 (SCCTW'2016)", რომლის ორგანიზატორები იყვნენ ბირთვული კვლევების ევროპული ორგანიზაცია (CERN), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი https://indico.cern.ch/event/572800/ . ეს ღონისძიება წარმოადგენს მსგავსი ტიპის ვორკშოპების ლოგიკურ გაგრძელებას, რომელთაც 2010, 2012 და 2014 წლებში მასპინძლობდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და რომლებშიც საქართველოს მეცნიერებთან და CERN-ის ექსპერტებთან ერთად მონაწილეობა მიიღეს დასავლეთ ევროპის და სამხრეთ-კავკასიის ქვეყნების წარმომადგენლებმა. ძირითადი თემა, რომელიც ვორკშოპზე იქნა განხილული, იყო განაწილებულ კომპიუტინგთან და CERN-ის დიდ ადრონულ კოლაიდერთან (LHC) დაკავშირებული ტექნოლოგიები. ვორკშოპების ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი იყო და არის მეცნიერებს შორის კონტაქტების დამყარება-განმტკიცება

და გრიდ/ქლაუდ კომპიუტინგის, ტექნოლოგიების და ინფორმაციული დანიშნულების აპლიკაციების განვითარება. ვორკშოპში მონაწილეობდნენ იტალიის, შვეიცარიის, საფრანგეთის, ჰოლანდიის, ამერიკის შეერთებული შტატების, სომხეთის, აზერბაიჯანის და საქართველოს მეცნიერები. წაკითხული იქნა 40-მდე მოხსენება, რომელთაგან 10 ეკუთვნის ჩვენი ინსტიტუტის თანამშრომლებს.

ჩვენ ვგეგმავთ საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმების მასპინძლობას ინსტიტუტის ახალ შენობაში, სადაც ამისათვის შექმნილია საუკეთესო პირობები.

4. ინსტიტუტის თანამშრომლები.

(2017 წელი)

ადმინისტრაცია

1	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	დირექტორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	დირექტორის მოადგილე, ფიზიკა-მათე-მატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	რაზმაძე მარინა ედუარდის ასული	სწავლული მდივანი, აკადემიური დოქტორი
4	ექიზაშვილი მანანა გიორგის ასული	მთავარი სპეციალისტი (ბუღალტერი)
5	ლებანიძე დავითი თენგიზის ძე	უფროსი სპეციალისტი (ეკონომისტი)
6	ბოკუჩავა ნინო მურმანის ასული	კანცელარიის უფროსი
7	კაკაბაძე ლოზანა ვლადიმერის ასული	სპეციალისტი
8	ტუღუში მადონა გიორგის ასული	ბიბლიოთეკის გამგე

გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება

1	სანიკიძე ჯემალი გურის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეც-ნიერებათა დოქტორი
2	აბრამიძე ედისონი აპოლონის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ზაქრაძე მამული ვლადიმერის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	ჩადუნელი ალექსანდრე შალვას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი
5	კურდღელაიძე დიმიტრი ფიდოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
6	სანიკიძე ზაზა ჯემალის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	კუპატაძე კოტე რამაზის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატი-კის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	მირიანაშვილი მანანა გიორგის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატი-კის მეცნიერებათა კანდიდატი
9	კობლიშვილი ნანული	პროგრამისტი
10	ფეიქრიშვილი ნატა	ლაბორანტი
11	აბრამიძე ელენე აპოლონის ასული	ლაბორანტი

ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება

1	ტარიელაძე ვაჟა იზეთის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ჩობანიანი სერგო აკოფის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
3	ლაშხი ალექსანდრე არსენას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	მამფორია ბადრი ივლიანეს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ბერიკაშვილი ვალერი გოდერძის ძე	ასისტენტ-მკვლევარი
6	კობახიძე პაატა აკაკის ძე	პროგრამისტი

ინფორმატიკის განყოფილება

1	მელაძე ჰამლეტი ვარლამის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ყიფშიძე ზურაბი შალვას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ტექნიკურ მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ცერცვაძე გურამი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	სილაგაძე გივი სერგოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ფხოველიშვილი მერაბი გაიოზის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	პაპიაშვილი მაგული რომანის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატი-კის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ღლონტი გიორგი გენადის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატი-კის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	კორჟი ვლადიმერი ივანეს ძე	მთავარი ინჟინერ-პროგრამისტი
9	ჩოგოვაძე ილია გივის ძე	მთავარი პროგრამისტი
10	ტუხაშვილი ჟუჟუნა	პროგრამისტი
11	ჩახუნაშვილი ელენე გიორგის ასული	ვებ-დიზაინერი
12	თიგიშვილი სვეტლანა ზაქარიას ასული	ლაბორანტი
13	კიკნაძე დიმიტრი ლევანის ძე	ლაბორანტი

მათემატიკური მოდელირების განყოფილება

1	უგულავა დუგლასი კარლოს ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	გიორგობიანი ჯიმშერი ალექსანდრეს ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ზარნაძე დავითი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	მენთეშაშვილი მარინე ზაურის ასული	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი

5	ნაჭყებია მზიანა დავითის ასული	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	ჩანტლაძე თამაზი ლეონიდეს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ბაღათურია გიორგი გურამის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	ნიკოლეიშვილი მიხეილი მიხეილის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
9	ხუროძე თამილა ვალერიანის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემა-ტიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
10	ხაჭაპურიძე ლიანა ბარნაბის ასული	პროგრამისტი
11	მეტონიძე ნანული აკაკის ასული	ლაბორანტი

სამეურნეო ნაწილი

1	ხომერიკი ბორისი ვლადიმერის ძე	სამეურნეო ნაწილის უფროსი
2	მენთეშაშვილი მერაბი ზაურის ძე	ადმინისტრატორი
3	ბუაჩიძე გონერი დავითის ძე	მთავარი ენერგეტიკოსი
4	ბერუაშვილი თეიმურაზ ვახტანგის ძე	დამხმარე მოსამსახურე
5	დუდაშვილი ჯემალი სოსლანის ძე	მეეზოვე
6	გულედანი ნუნუ შოთას ასული	დამლაგებელი
7	თევდორაშვილი ნანა იოსების ასული	დამლაგებელი