

სსიპ ნიკო მუსხელიშვილის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის
სამეცნიერო და სამეცნიერო-საორგანიზაციო
საქმიანობის 2006 წლის

ა ნ გ ა რ ი შ ი

1. შესავალი

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტის 2006 წლის სამეცნიერო კვლევითი მუშაობის გეგმა შედგებოდა 13 თემისაგან, რომლებიც გაერთიანებული იყო საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ფუნდამენტური კვლევის 5 პრიორიტეტულ მიმართულებაში. სახელდობრ, 3 თემა მუშავდებოდა მათემატიკური ანალიზის (1.1.1) მიმართულებით, 1 თემა – ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის (1.1.5) მიმართულებით, 3 თემა – გამოთვლითი მათემატიკის (1.1.7) მიმართულებით, 1 თემა – პროგრამირება და კომპიუტერიზაციის საკითხები, კომპიუტერული ლოგიკა, ახალი ინფორმაციული ტექნოლოგიების (1.2.2) მიმართულებით და 1 თემა – მონაცემთა და ცოდნის ბაზების შექმნა და მათი საერთაშორისო ქსელში ინტეგრირების (1.2.5) მიმართულებით. 4 თემა მუშავდებოდა საინიციატივო-საძიებო სამუშაოების ჩარჩოებში. საანგარიშო პერიოდში დასრულდა 2 თემა. 11 თემაზე მუშაობა გრძელდება.

ნიკო მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი ქვეყნის წამყვანი ორგანიზაციაა გამოთვლითი მათემატიკისა და პროგრამირების ფუნდამენტური პრობლემების განვითარების, გამოთვლითი მეთოდებისა და კომპიუტერების გამოყენების მეთოდური და მეთოდოლოგიური პრობლემების მიმართულებებით. ინსტიტუტში შექმნილი საერთო სააკადემიო კომპიუტერული ქსელი 1996 წლიდან ჩართულია ტელეკომუნიკაციურ საინფორმაციო საერთაშორისო ქსელში (Internet). ინსტიტუტის ინტერნეტის ცენტრი აგრძელებს ინტერნეტის საინფორმაციო რესურსების შესწავლას და საძიებო პროგრამული უზრუნველყოფის ათვისებას. გარდა ამასა, ცენტრი უზრუნველყოფს ინსტიტუტების ელექტრონული ფოსტის შეუფერხებელ მუშაობას.

2. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის სამეცნიერო კვლევითი მუშაობის 2006 წლის გეგმით გათვალისწინებული სამუშაოები

საანგარიშო წელს ნიკო მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში მნიშვნელოვანი შედეგებია მიღებული ფუნქციონალურ სივრცეებში ალბათური განაწილებებისა და შემთხვევით პროცესთა თეორიის ზოგადი ამოცანების გადაწყვეტის, გამოთვლითი მეთოდების დამუშავებისა და რიცხვითი რეალიზაციის, გამოთვლითი მანქანების და სისტემების პროგრამული უზრუნველყოფის დამუშავების მიმართულებით.

1.1.1. მათემატიკური ანალიზი

I. აპროქსიმაციის თეორიის საკითხები სპეციალურ ჯგუფებზე. ზოგადი განაწილებები და მათი კავშირი ავტომორფულ ფუნქციებთან და ელიფსურ წირებთან (2006 I კვ. – 2010 IV კვ. შემსრულებლები: მთავარი მეცნიერ თანამშრომელი ნ. კანდელაკი, უფროსი მეცნიერ თანამშრომელი დ. უგულავა, მეცნიერ თანამშრომელი თ. ჩანტლაძე.)

ა) ეტაპი: გაჯერების ამოცანასთან დაკავშირებული აპროქსიმაციული საკითხები ზოგიერთ სპეციალურ ჯგუფზე და სიმეტრიულ სივრცეებზე განსაზღვრულ ფუნქციონალურ სივრცეებში (2006 I კვ. – 2006 IV კვ.).

სამეცნიერო გეგმის მიხედვით 2006 წელს წარმოდგენილი გეგმის ა) ეტაპი სრულდება.

ლოკალურად კომპაქტურ აბელის G ჯგუფზე განსაზღვრულ ნამდვილ ან კომპლექსურ მნიშვნელობებიან ზოგიერთ ფუნქციათა და აგრეთვე ზომათა $X(G)$ სივრცეებისთვის აპროქსიმაციული ხასიათის ამოცანებია შესწავლილია. X -ად შემდეგი სივრცეები გვაქვს აღებული: G -ზე განსაზღვრულ და მასზე ჰაარის μ ზომით p -ურ ხარისხში, $1 \leq p < \infty$, ინტეგრებად ფუნქციათა $L^p(G) \cong L^p(G, \mu)$ სივრცე; G -ზე μ -ს მიმართ არსებითად შემოსაზღვრულ ფუნქციათა $L(G) \cong L(G, \mu)$ სივრცე; G -ზე განსაზღვრულ უწყვეტ ფუნქციათა სივრცე, რომლებიც G ჯგუფის უსასრულობაში ნულდებიან; G -ზე განსაზღვრულ ბორელის შემოსაზღვრული რეგულარული კომპლექსური ზომების $\mu(G)$ სივრცე. ეს სივრცეები არიან ბანახის სივრცეები ჩვეულებრივი ნორმებით. $C(G)$ -თი G -ზე განსაზღვრული ყველა უწყვეტ ფუნქციათა სივრცე გვაქვს აღნიშნული.

G -ზე განსაზღვრული ხარაქტერთა ჯგუფი G -ით აღვნიშნოთ. ის G -სთან ერთად ლოკალურად კომპაქტური ჯგუფია G -ს კომპაქტურ ქვესიმრავლეებზე ხარაქტერების თანაბარი კრებადობის ტოპოლოგიით. U_G -თი G -ს ყველა ისეთ სიმეტრიულ კომპაქტურ ქვესიმრავლეთა ერთობლიობა აღვნიშნოთ, რომლებიც G -ს ერთეულის მიდამოების ჩაკეტვებს წარმოადგენენ. KT -თი K და T ქვესიმრავლეთა ჯგუფურ ნამრავლს აღვნიშნავთ, ხოლო $(1)_K$ -თი K სიმრავლის მახასიათებელ ფუნქციას. U_G -ის ნებისმიერ K და T სიმრავლეებისთვის G -ზე განსაზღვრულ ფუნქციას ვიხილავთ: $V_{K,T}(g) = (\text{mes } T)^{-1} (1)_T(g) \cdot (1)_{TK}(g)$, სადაც $f \in L^p(G, \mu)$, $1 \leq p \leq 2$, ფუნქციის ფურიეს გარდაქმნას აღვნიშნავს. $f \in L^p(G)$, $1 \leq p < \infty$, და $K \in U_G$ -სთვის f და $V_{K,T}$ ფუნქციათა ნახვევს ვიხილავთ: $P_{K,T}(f, g) = (f * V_{K,T})(g)$ და $W^p(K)$ -თი $L^p(G, \mu)$ სივრცის ისეთ უწყვეტ ფუნქციებს აღვნიშნავთ, რომელთათვისაც სამართლიანია ფორმულა $f(g) = P_{K,T}(f, g)$, $g \in G$ და $T \in U_G$. ვიხილავთ აგრეთვე $C_0(G)$ -ს ისეთ ფუნქციებს, რომელთათვისაც ბოლო ტოლობაა სამართლიანი და ამ სიმრავლეს ასე აღვნიშნავთ – $W_0(K)$. ბოლოს, $W_\mu(K)$ არის ჰაარის μ ზომის მიმართ აბსოლუტურად უწყვეტ ისეთ ზომათა სიმრავლე, რომელთა f სიმკვრივე $W^1(K)$ -ს მიეკუთვნება. თუ $G = \mathbb{R}^n$ და $K \subset \mathbb{R}^n$ -ის სიმეტრიული სხეულია, მაშინ $W^p(K)$ კლასი აპროქსიმაციის თეორიაში კარგად ცნობილ K ტიპის ექსპონენციალურ მთელ ფუნქციათა კლასს ემთხვევა, რომელთა შეზღუდვები \mathbb{R}^n -ზე $L^p(\mathbb{R}^n)$ -ს მიეკუთვნება. მტკიცდება, რომ $W^p(K)$, $1 \leq p < \infty$, (შესაბ. $W_0(K)$ და $W_\mu(K)$) წანაცვლების მიმართ ინვარიანტული ჩაკეტილი ქვესივრცეა $L^p(G)$ -ში (შესაბ. $C_0(G)$ -სა და $M(G)$ -ში. $f \in W^p(K_1)$ და $\phi \in W^p(K_2)$ ფუნქციებისთვის შესწავლილი გვაქვს $f \cdot \phi$ ნამრავლის ყოფაქცევა. ჩვენს გამოკვლევებში მნიშვნელოვან როლს ასრულებს იმის დადგენა, რომ თუ X ხარაქტერი აღებულია $K \in G$ -დან, მაშინ ის $W(K)$ -ს ეკუთვნის. შემდგომ გამოკვლევებში მნიშვნელოვან როლს ის ფაქტი ასრულებს, რომ $W^p(K)$ (შესაბამისად $W_0(K)$) სიმრავლეთა გაერთიანება ყველა შესაძლო $K \in U_G$ -სთვის ყველგან მკვრივია $L^p(G)$ -ში, $1 \leq p < \infty$ (შესაბ. $C_0(G)$ -ში). $W(K)$ (შესაბ. $W_\mu(K)$) სიმრავლეთა გაერთიანება ყველა შესაძლო K -სთვის ყველგან მკვრივია $L(G)$ -ში (შესაბ. $M(G)$ -ში) სუსტ* ტოპოლოგიით.

დავუშვათ, $K \in U_G$. მტკიცდება, რომ $m \in M(G)$ მხოლოდ და მხოლოდ მაშინ მიეკუთვნება $W_M(K)$ -ს, თუ მისი ფურიეს გარდაქმნის სუპორტი K -ს ეკუთვნის. მიღებული გვაქვს $W^p(K)$ და $W_\mu(K)$ კლასებისათვის, შესაბამისად $L^p(G)$ და $M(G)$ სივრცეთა ელემენტების მიკუთვნების აუცილებელი და საკმარისი პირობები. ამ მიზნით შემოყვანილი გვაქვს G ჯგუფზე

განსაზღვრული ფუნქციათა სპეციალური კლასი, რომელიც შვარცის ფუნქციათა ცნობილი სივრცის გარკვეულ ანალოგს წარმოადგენს.

განხილულია $f \in L^p(G)$, $1 \leq p < \infty$, ფუნქციათა $E_K(f)_p$ – საუკეთესო მიახლოებას $W^p(K)$ ქვესივრცის ელემენტებით. მიღებულია $f(g)$ -საგან $P_{K,T}(f,g)$ -ს L^p ნორმით გადახრის შეფასება ხსენებულ საუკეთესოდ მიახლოების საშუალებით, რომელიც ვალე-პუსენის კლასიკური უტოლობის განზოგადობაა ლოკალურად კომპაქტური ჯგუფებისათვის. ეს საკითხი აპროქსიმაციის თეორიაში ცნობილ გაჯერების ამოცანასთანაა დაკავშირებული.

შემდგომი შესწავლის ობიექტია მეტად მნიშვნელოვანი ჯგუფები $GL_2(\mathbf{R}); SL_2(\mathbf{R})$ და მათი კავშირები ავტომორფულ და ელიფსურ ფუნქციებთან დისკრეტულ-მოდულარულ $SL_2(\mathbf{Z})$ -ის მეშვეობით. როგორც კარგად არის ცნობილი, ეს კავშირები უშუალოდ და პირდაპირ აღწერენ დისკრეტულ ამოცანათა მნიშვნელოვან ნაწილს, კერძოდ დიოფანტეს განტოლებებს. ამ მიმართულებით უკვე მიღებულია ახალი შედეგები.

1.1.5. ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა

I. სუბგაუსის მწკრივები ნორმირებულ სივრცეებში, კრებადობის საკითხები და კავშირი სივრცის გეომეტრიასთან. ზღვართი თეორემები გადანაცვლებული შემთხვევითი ელემენტებისათვის, სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები ვინერის პროცესით. 2006 წელს გათვალისწინებული იყო შემდეგი ეტაპის შესრულება: ა) სასრული კოგიპის მქონე და c_0 -ის იზომორფული სივრცეები და სუბგაუსის მიმდევრობები; ბ) დიდ რიცხვთა კანონები გადანაცვლებებისათვის.

ამ მიმართულებით მიღებული იქნა შემდეგი შედეგები:

ა) სუსტად სუბგაუსის მწკრივების თითქმის ყველგან უპირობოდ კრებადობის ტერმინებში დახასიათებულია c_0 -ის იზომორფული და L^∞ -ის თანაბრად არ შემცველი ბანახის სივრცეები. მწკრივის თითქმის ყველგან უპირობოდ კრებადობის ქვეშ გვესმის მოცემული მწკრივის ყველა გადანაცვლების კრებადობა ერთი და იგივე სრული ალბათობის მქონე სიმრავლეზე. გარდა ამისა, შესწავლილია აღნიშნული მწკრივების თითქმის ყველგან უპირობოდ და სუსტად აბსოლუტურად კრებადობის პირობები c_0 -ის იზომორფულ ბანახის სივრცეებში.

ბ) მიღებულია მაქსიმალური უტოლობები მომენტების ტერმინებში. მათი გამოყენებით დამტკიცებული დიდ რიცხვთა გაძლიერებული კანონი კვაზისტაციონარული მიმდევრობებისათვის. დამტკიცებული დებულება მოიცავს ჩ. მოროცის ერთ ცნობილ შედეგს. ნაჩვენებია, რომ ბანახ-საქსის თვისების მქონე ბანახის სივრცეებში, და მხოლოდ მათში, ნებისმიერ შემოსაზღვრულ მიმდევრობას გააჩნია ისეთი გადანაცვლება, რომელიც კრებადია ჩეზაროს აზრით (აკმაყოფილებს დიდ რიცხვთა აბსტრაქტულ კანონს).

1.1.7. გამოთვლითი მათემატიკა

I. “ანალიზის თეორიულ-კონსტრუქციული სქემები და მათი ზოგიერთი გამოყენება”

1. აგებული და მათემატიკურად დაფუძნებულია ჰარმონიულ და ბიჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთი კლასის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნის გამოთვლითი სქემები, რომლებიც სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებათა გამოყენებას ეყარება. ძირითად

აპარატს ამ მიმართულებით სინგულარული და კოშმის ტიპის ინტეგრალების აპეროქსიმაციის სპეციალური მეთოდები წარმოადგენს. გამოყენებული მიდგომები განსაკუთრებით მნიშვნელოვან ეფექტს იძლევა, კერძოდ, დრეკალობის თეორიის I და II ძირითადი ამოცანებისათვის, ასევე მიახლოებით კონფორმულ ასახვებში. მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, რომ ამ მიმართულებით მუშაობა გარკვეულ სამომავლო რეზერვებთან არის დაკავშირებული და ანალოგიურ ამოცანათა კლასის არსებითად გაფართოების საშუალებას და სრულყოფის შესაძლებლობებს იძლევა. რიგი სქემების მანქანური რეალიზაციის მიზნით ჩატარებულია პროგრამული უზრუნველყოფის სამუშაოები. ასევე, მათემატიკური ფიზიკის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნისათვის განხილულია კონკრეტული რიცხვითი ალგორითმები შემდეგი მეთოდების ბაზაზე: ა) ფუნდამენტურ ამოხსნათა მეთოდი; ბ) კონფორმულ ასახვათა მეთოდი; გ) ალბათური მეთოდი.

2. შესრულებულია სამშრიანი წრიული ძელისათვის სენ-ვენანის ამოცანების ამოხსნასთან დაკავშირებული სამუშაო. შედეგები გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად. განიხილება, აგრეთვე, ანალოგიური ამოცანები სამშრიანი ელიფსური მილისათვის, რომელიც გამაგრებულია ორთოტროპიული ელიფსური ძელით.

3. სპეციალური სახის მრავლადბმული არისათვის --- სიბრტყე სწორხაზოვანი და მრუდწრიული ჭრილებით --- შესწავლილია ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა და ნაჩვენებია მიღებული შედეგების გამოყენება დრეკალობის თეორიაში. გარკვეულ შემთხვევებში ამოხსნები აგებულია ჩაკეტილი (ეფექტური) სახით. კერძოდ, ამ მიმართულებით შეიძლება აღინიშნოს ორი ურთიერთმართობი წრფის მონაკვეთების გასწვრივ განლაგებული სწორხაზოვანი ჭრილების შემთხვევა, როდესაც ამოხსნები გამოსახულია ცხადი სახით კოშმის ტიპის ინტეგრალებში. ანალოგიურ მიმართებაში განიხილება, აგრეთვე, სასაზღვრო ამოცანა ორი სხვადასხვა ტიპის --- სწორხაზოვანი და მრუდწრიული (წრეწირის რკალი) ჭრილების შემთხვევაში და მათი გარკვეული კონკრეტული განლაგებით. ანალოგიური დასმით განიხილება რამდენიმე (სხვადასხვა კონფიგურაციის) ჭრილების შემთხვევა. ყველა აღნიშნულ შემთხვევაში ამოხსნები წარმოდგენილია კონსტრუქციულად (ჩაკეტილი სახით).

4. გარკვეულ კონტექსტში შესწავლილი იქნა დიფერენციალურ განტოლებათა ალგებრული თეორიის საკითხები ასეთი განტოლებების ფართო კლასისათვის. ეს უკანასკნელნი აღწერენ ფიზიკური, ეკონომიკური, ბიოლოგიური, საზოგადოებრივი და სხვა პროცესების განვითარების დინამიკას და მათ შინაგან კანონზომიერებებს. ეს პროცესები თითქმის მთლიანად აისახება და მჟღავნდება სწორედ მათ ალგებრულ თვისებებში. კვლევის ძირითად მიზანს წარმოადგენდა მათემატიკური მოდელირების შედეგად შესაბამისი პროცესების მახასიათებელი თვისებების შესწავლა. საანგარიშო პერიოდში ამ მიმართულებით მიღებულ იქნა რიგი მნიშვნელოვანი შედეგებისა. მათი ძირითადი ნაწილი აღწერილია გამოსაქვეყნებლად გამზადებულ ორ საკმაოდ დიდი მოცულობის სტატიაში.

5. გარსების დეფორმაციის არაწრფივი თეორიის კვადრატული ვარიანტის და ენერგეტიკული მეთოდით არადეფორმირებულ მეტრიკაზე მიღებული წონასწორობის განტოლებების შემთხვევისათვის გარსების დერძიმეტრიული დეფორმაციის ამოცანების ამოხსნელად მიღებულია ამომხსნელი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. შესაბამისი სისტემა რეალიზებულია კონკრეტულ მაგალითზე.

შესწავლილია დრეკალობის თეორიის ცნობილი საკონტაქტო ამოცანის შესაბამისი ინტეგრალური განტოლების მიახლოებით ამოხსნის რიცხვითი სქემის აგებასთან დაკავშირებული საკითხები. შემოთავაზებული მიდგომა დაფუძნებულია განტოლებებში

შემაჯავლი ინტეგრალების მიმართ გაუსის ტიპის სპეციალური კვადრატურული ფორმულების გამოყენებაზე, რაც მნიშვნელოვნად ამარტივებს მაპროქსიმირებელ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის კოეფიციენტების აგებისა და მათი შემდგომი გამოთვლების სიზუსტის შეფასების პროცესს.

განხილულია ტრაექტორიებზე ფეიმანის (კონტინუალური) ინტეგრალების თვისებები. როგორც ცნობილია, ქვანტური მექანიკის ფეიმანისეული ინტერპრეტაციის ამოსავალს წარმოადგენს მოცემული ლაგრანჟიანისათვის კონტინუალური ინტეგრალის შემოყვანა. ამგვარი მიდგომა მოითხოვს მათთვის მანორმირებელი მამრავლის განსაზღვრას, რომელიც ზოგად შემთხვევაში ცნობილი არ არის. შესაბამის გამოკვლევაში მოცემულია მანორმირებელი მამრავლის განსაზღვრის წესი ლაგრანჟიანების ფართო კლასის მქონე კონტინუალური ინტეგრალებისათვის. ამავდროულად მითითებულია ამ ინტეგრალების არსებობის პირობები.

მიღებული შედეგების მნიშვნელოვანი ნაწილი გამოქვეყნებულია, ან გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად კონკრეტულ სამეცნიერო ჟურნალებში. ზოგი მათგანი მომზადებულია გამოსაქვეყნებლად.

II. ეკონომიკური და ეკოლოგიური შინაარსის პროცესების მათემატიკური მოდელირება

(შემსრულებლები: ჯ. გიორგობიანი, მ. ნაჭყებია, მ. ნიკოლეიშვილი, მ. თუთბერიძე, თ. სურობე)

1. მარაგთა ოპტიმალური მართვის მოდელის დამუშავება ერთი ტიპის მრავალარხიანი სტოქასტური ამოცანისათვის.

შესწავლილია შემთხვევით ნაკადთა მართვის ერთი საინტერესო ამოცანა, რომელიც მომდინარეობს ჰიდროენერგეტიკიდან. საქმე ეხება მართვას ისეთი ენერგეტიკული სისტემისა, რომლის მუშაობაში მონაწილეობენ ჰიდროსადგურები მნიშვნელოვანი მოცულობის წყალსაცავებით. მიზანი ერთია – მდინარეთა ჩამონადენების პროგნოზული მაჩვენებლების გათვალისწინებით ისე წარიმართოს წყლის მოხმარებისა და დაგროვების პროცესი, რომ გარკვეული პირობების (ტექნიკური, ეკოლოგიური, ადმინისტრაციული, სოციალური და სხვა) მიღწეულ იქნას მაქსიმალური ეფექტი. ენერგეტიკაში ეფექტიანობას უფრო ხშირად განსაზღვრავენ მაქსიმალური შემოსავლით ან ენერჯის დამატებითი წყაროებისათვის დახარჯული საწვავის მინიმუმით (ეს ორი კრიტერიუმი, როგორც წესი, იძლევა ერთიდაიგივე შედეგს). ასეთი ამოცანები დიდი ხანია იპყრობს მათემატიკოსთა ყურადღებას – არსებობს სხვადასხვა ტიპის მოდელები ცალკეული სადგურებისათვის და რეგიონებისთვისაც. ჩვენი მიდგომა პრინციპულად განსხვავებულია არსებული გამოკვლევებისაგან; ამოცანა ჩამოყალიბებულია მარაგთა ოპტიმალური მართვის თეორიის ჩარჩოებში. აქაც შესაძლებელია სხვადასხვა მიდგომა: მოდელი შეიძლება ჩამოყალიბდეს როგორც მასობრივი მომსახურების თეორიის ამოცანა, მაგრამ გარკვეული სირთულეების გამო პროცესის მიმდინარეობის აღწერა შემაჯავლ ნაკადთა ზოგიერთი ალბათური განაწილების შემთხვევაში სათანადოდ ვერ ხერხდება. საინტერესოა აგრეთვე მოდელები (მათ შორის, ჩვენი) დინამიური პროგრამირების გამოყენებით, ისინი ეფექტურად შეიძლება იქნენ გამოყენებული ისეთი სისტემისათვის, რომელშიც შედის მაქსიმუმ ორი წყალსაცავიანი ჰიდროსადგური. განხორციელებულია აღწერილი პროცესის მოდელირება მათემატიკური პროგრამირების ამოცანის სახით. მოდელი საკმაოდ ერგება რეალობას და პრაქტიკულად იოლად რეალიზებადია.

აღნიშნული კვლევების საფუძველზე დამუშავებულ იქნა მარაგთა ოპტიმალური მართვის მოდელი, რომელიც სხვადასხვა ასპექტში განზოგადებაა მრავალი არსებული მოდელისა. იგი, ერთის მხრივ (შინაარსობრივად) მასობრივი მომსახურების თეორიას განეკუთვნება, მეორეს მხრივ არის მარაგთა მართვის ტიპური ამოცანა პარალელური ბაზებით. ბაზების შევსების პროცესი არის დეტერმინებული ან შემთხვევითი ცნობილი ალბათური განაწილებით; ზოგიერთ ბაზაში არსებული მარაგის შევსება არ ხდება მთელი პროცესის განმავლობაში და მისი პროდუქცია გაცილებით ძვირია, ვიდრე დანარჩენი ბაზებიდან მოწოდებული. ფასებს შორის განსხვავება ფაქტიურად არის ჯარიმა დეფიციტისათვის. მოდელში, რა თქმა უნდა, გათვალისწინებულია სხვადასხვა ტექნიკური და ადმინისტრაციული შეზღუდვა, დაგეგმარების პროცესი დისკრეტულია ფიქსირებული ჰორიზონტით. ოპტიმალობის კრიტერიუმად აღებულია საერთო დანახარჯების მინიმუმი.

მოდელი შეიძლება მოერგოს სხვადასხვა ტექნოლოგიურ პროცესს, სადაც საქმე გვაქვს შემთხვევითი ნაკადის მართვასთან.

2. მეზობელი ქვეყნების საერთო აგრარული ბაზრის ფორმების მათემატიკურ-ეკონომიკური მოდელის დამუშავება მონაწილეთა ინტერესების გათვალისწინებით. ოპერაციათა კვლევის განყოფილებაში წლების განმავლობაში ტარდებოდა სამუშაოები, რომლებიც დაკავშირებული იყო სასოფლო-სამეურნეო თემატიკასთან. ერთ-ერთი ასეთი მიმართულება იყო სოფლის მეურნეობის პერსპექტიული განვითარების პროგრამის ჩამოყალიბება. სხვადასხვა პერიოდში ჩვენს მიერ შედგენილი იქნა მათემატიკური მოდელები სოფლის მეურნეობის დარგების ოპტიმალური გაადგილების შესახებ და, საერთოდ, აგროსამრეწველო კომპლექსის ოპტიმალური სტრუქტურის დასადგენად. მოდელები პრაქტიკულად იქნა რეალიზებული რამოდენიმე რეგიონისათვის, ხოლო 1991 წელს, მთავრობის დავალებით, მთლიანად რესპუბლიკისათვის. საანგარიშო პერიოდში დასრულებულია ასეთივე ტიპის სამუშაოები თანამედროვე მოთხოვნების პირობებში (საბაზრო ეკონომიკის მოთხოვნები, სასურსათო უსაფრთხოების უზრუნველყოფა, ადგილობრივი წარმოების ძირითადი საკვები პროდუქტებით მოსახლეობის დაკმაყოფილება). კვლევა ჩატარდა საქართველოს აგროსამრეწველო კომპლექსის სამეცნიერო კვლევითი ინსტიტუტის თაოსნობით. შეიძლება ითქვას, რომ ეს სამუშაოები წარმოგვიდგენენ საქართველოს სასოფლო-სამეურნეო წარმოების კომპლექსური განვითარების პერსპექტიულ პროგრამას.

საანგარიშო წელიწადში ადრე დამუშავებული ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელი განზოგადდა მეზობელი ქვეყნების საერთო აგრარული ბაზრის ფორმირების ამოცანისათვის. იდეა ბუნებრივია მსოფლიოში მიმდინარე თანამედროვე გლობალური მოვლენების ფონზე. ამ პროცესების მართვას ეკონომიკურ ფაქტორთან ერთად აქვს მრავალი სხვა პოზიტიური ნიუანსიც. ამოცანის არსი მდგომარეობს მონაწილე ქვეყნების სასოფლო-სამეურნეო წარმოებისა და ექსპორტ-იმპორტის ისეთი შეჯერებული პროგრამის ჩამოყალიბებაში, რომელიც მისაღები იქნება ყველა მონაწილესათვის ეკონომიკური, პოლიტიკური, სოციალური და სხვა თვალსაზრისით.

ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს წრფივი პროგრამირების ამოცანას; მოდელმა შეიძლება განიცადოს კორექტირება(ალბათ არაარსებითი), თუ კი მას მიეცემა პრაქტიკული განხორციელების პერსპექტივა. ჩვენი აზრით, სამხრეთ კავკასიისათვის ამ ამოცანის დაწერვას შეუძლია მოაგვაროს მრავალი არსებული პრობლემა.

3. ზღვებისა და მდინარეების დაბინძურების პროცესების აღწერა დაბინძურების კონკრეტული წყაროების შემთხვევაში.

შესწავლილია წყალსაცავების(ზღვების) დაბინძურების ამოცანა ზედაპირული წრიული გავრცელების დროს. ეს არის წყლის დაბინძურების ერთ-ერთი ყველაზე გავრცელებული ვარიანტი - ნავთობპროდუქტების დაღვრის შედეგად გამოწვეული საშიში ეკოლოგიური პროცესი. მათემატიკური მოდელი ჩამოყალიბდა როგორც ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. მოდელი დაფუძნებულია დიფუზიური პროცესების აღწერაზე დროში და სივრცეში(ჩვენს შემთხვევაში სიბრტყეზე). მოდელის პრაქტიკული რეალიზება შესაძლებელია matlab-ის გარემოში. ჩატარებულია საცდელი გამოთვლები. მოდელი შესაძლებელია გადავიტანოთ ცილინდრული და სფერული დიფუზიის შემთხვევისთვის.

კვლევა ამავდროულად მიმდინარეობდა დიფუზიის სხვა პროცესების აღმწერი ზოგიერთ არაწრფივ კერძოწარმოებულნიან დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ამონახსნითა შედარების საკითხებზე, ამონახსნის არსებობაზე და ერთადერთობაზე. აგებულია სხვაობიანი სქემები, მათი ამონახსნის მოძებნის იტერაციული მეთოდი და დამტკიცებულია მისი კრებადობა. შედგენილია სარეალიზაციო ალგორითმები და ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები.

4. გარემოს დაჭუჭყიანებისა და გულსისხლძარღვთა დაავადებების დინამიკის კორელაციური ანალიზი.

თემა ეხება ქალაქ თბილისის მოსახლეობის ჯანმრთელობისათვის სხვადასხვა ბუნებრივი და ანთროპოგენური მეტეოგეოფიზიკური ფაქტორების (ტემპერატურა, ტენიანობა, ჰაერის წნევა, ქარის სიჩქარე, მზის რადიაცია, განსაკუთრებით სპექტრის ბიოლოგიურად აქტიურ ულტრაიისფერ უბანში, მიწისპირა ჰაერის ფენაში მსუბუქი იონების, აეროზოლების და ოზონის შემცველობა, ელექტრომაგნიტური ველები და გამოსხივება) რისკის შეფასებას.

საზოგადოდ, ამოცანის მიზანია კომპლექსური ღონისძიებების დამუშავება ადამიანის ორგანიზმზე ელექტრომაგნიტური მეტეოგეოფიზიკური ფაქტორების ნეგატიური ზემოქმედების შესამცირებლად. ქალაქ თბილისის მაგალითზე, რეალური პირობების გათვალისწინებით, ბუნებრივი და ანთროპოგენური მეტეოგეოფიზიკური ფაქტორების კომპლექსური კვლევის საფუძველზე, შეფასდება მოსახლეობის ჯანმრთელობის რისკის ფაქტორი.

საანგარიშო პერიოდში თემის შესასრულებლად გარემოს მონიტორინგის და ჰიდრომეტეოროლოგიური დეპარტამენტის არქივიდან ამოწერილი იქნა მონაცემები ატმოსფერულ მოვლენებზე 1980-1992 წწ შუალედში. ეს მონაცემები იყო: ჰაერის ტემპერატურა (მაქსიმუმი, მინიმუმი, საშუალო), ნიადაგის ტემპერატურა (მაქსიმუმი, მინიმუმი, საშუალო), ჰაერის სინოტივე (მაქსიმუმი, მინიმუმი საშუალო), ატმოსფერული წნევის საშუალო მნიშვნელობა და ქარის სიჩქარის საშუალო მნიშვნელობა.

გეოფიზიკის ინსტიტუტში ჩატარებული მონიტორინგის საფუძველზე ასევე აღებული იქნა მონაცემები ჰაერის დაჭუჭყიანებაზე, ოზონზე და ნისლზე.

სოციალური დაცვისა და ჯანმრთელობის დეპარტამენტის არქივიდან ამოწერილი იქნა მონაცემები ქ. თბილისში გულ-სისხლძარღვთა დაავადებით გამოწვეულ სიკვდილიანობაზე.

ზემოთ აღნიშნული მონაცემების საფუძველზე შექმნილი იქნა კომპიუტერული ბაზა. კომპიუტერულ ბაზაში მონაცემების სტატისტიკური სტრუქტურის გამოკვლევისათვის დადგინდება სტანდარტული მახასიათებლები (მაქსიმუმი, მინიმუმი, საშუალო, სტანდარტული გადახრა, გაბნევის კოეფიციენტი, ავტოკორელაციური ფუნქცია, მდგრადობის პარამეტრები და

სხვა). მომავალ წელს ჩატარებული იქნება ამ მონაცემებზე კორელაციური და რეგრესიული ანალიზი.

1.2.2. პროგრამირება და კომპიუტერიზაციის საკითხები, კომპიუტერული ლოგიკა, ახალი ინფორმაციული ტექნოლოგიები

I. დისტანციური სწავლების ავტომატიზაციის ორგანიზაცია

დისტანციური სწავლების ორგანიზაციისას გამოიყენება მასწავლებლის კურსების აგების ერთ-ერთი კლასიკური ფორმა – სწავლება ტექსტების საშუალებით და ცოდნის შემოწმებს სავარჯიშოებით.

იმის გათვალისწინებით, რომ მასწავლებლის კურსების ავტორს შეიძლება გააჩნდეს საჭირო ტექსტების ელექტრონული ვერსია, რომელიმე ფორმატში წარმოდგენილი, საჭირო შეიქმნა გაკეთებულიყო ამ ტექსტების გადატანის ავტომატიზაცია.

ეს ხორციელდება მარტივად: მასწავლებლის კურსის ავტორი მიუთითებს შესაბამისი ტექსტის ადგილს (დირექტორია, ფაილი), ფორმატს და მოცემულ ფაილში ამოსაღებ ტექსტს (გვერდი, სტრიქონი). სისტემა უზრუნველყოფს მოცემული ადგილიდან ამ ტექსტის ამოღებას, მის გადაყვანას საჭირო ფორმატში და მასწავლებლის კურსის მითითებულ ადგილას ჩასმას.

1.2.5. მონაცემთა და ცოდნის ბაზების შექმნა და მათი საერთაშორისო ქსელში ინტეგრირება

I. თბილისის ქუჩებსა და სკვერებში ადგილობრივი და კულტივირებული ეკონომიკური მნიშვნელობის, ენდემური და რელიქტური ხეების და ბუჩქების შესწავლა კონსერვაციის მიზნით და მონაცემთა ბაზის შექმნა

თბილისისა და მისი შემოგარენის ლენდროფლორის მონაცემთა ბაზის დამუშავება ძირითად მიზნად ისახავს ხელი შეუწყოს საქართველოს მდიდარი ფლორის ფართოდ გაცნობას, სასარგებლო მცენარეთა შესწავლასა და გაშენებას. არანაკლები მნიშვნელობა ექნება მას აგრეთვე ახალი რესურსების გამოვლენის საქმეში. მონაცემთა ბაზის ჩართვა საინტერნეტო ქსელში http://www.acnet.ge/tb_dendro/ ღიად გაზრდის საქართველოს მრავალფეროვანი მცენარეული საფარის შეცნობისა და პოპულარიზაციის საქმეს.

მოცემულ ეტაპზე მონაცემთა ბაზა დამუშავდა თბილისისა და მისი შემოგარენის ლენდროფლორის 200-მდე სახეობისათვის. დამუშავების შემდგომ ეტაპზე გათვალისწინებული იყო მისი შემდგომი დახვეწა და მონაცემთა ბაზის შევსება თბილისის არეალის მცენარეული საფარის სხვა წარმომადგენლებით.

სამუშაო სრულდებოდა თბილისის ბოგანიკური ბაღის თანამშრომლებთან ერთად.

3. სამეცნიერო სემინარები და კონფერენციებში მონაწილეობა

განყოფილებებში მუშაობს სამეცნიერო სემინარები. თანამშრომლები მოხსენებებით გამოდიოდნენ აგრეთვე, სხვა სამეცნიერო დაწესებულებათა სემინარებზე.

გამოთვლითი მათემატიკის განყოფილების გამგე ჯ. სანიკიძე გასული წლის ნოემბერში მიწვეული იყო იტალიის ქ. ვენეციაში WSEAS – ის (World Scientific and Engineering academy and Society) საერთაშორისო კონფერენციაზე, რომელშიც მიიღო უშუალო მონაწილეობა საქართველოს სამეცნიერო ფონდის სამგზავრო გრანტის მხარდაჭერით და გამოვიდა სამეცნიერო მოხსენებით. მოხსენების შედეგი გამოქვეყნდება აღნიშნული ორგანიზაციის ერთ-ერთ ჟურნალში. ცოტა ხნით უფრო ადრე (სექტემბერში) იგი მიწვეული იყო აგრეთვე რუსეთის ქალაქ პენზაში გამოთვლითი მათემატიკის პრობლემატიკასთან დაკავშირებულ საერთაშორისო კონფერენციაზე საორგანიზაციო კომიტეტის თანათავმჯდომარის რანგში. აღნიშნული კონფერენციის შრომებში გამოსაქვეყნებლად გაიგზავნა მისი სამეცნიერო სტატია (ქ. პენზაში ჩასვლა ვერ მოხერხდა სავიზო და ფინანსური პრობლემების გამო).

საანგარიშო წელს შემთხვევით პროცესთა თეორიისა და გამოყენებითი სტატისტიკის განყოფილებამ დაასრულა მუშაობა GRDF-ის ორწლიან პროექტზე GEM1-3328-TB-03 და სათანადო სამეცნიერო ანგარიში წარუდგინა CRD -ს. გარდა ამისა, საანგარიშო წელს განყოფილების წევრებმა მონაწილეობა მიიღეს და გაიმარჯვეს საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (GNSF) მიერ ორგანიზებულ პირველ რესპუბლიკურ კონკურსში. GNSF-ის მიერ დაფინანსებული ეს პროექტი, GNSF/ST06/3-009, ორწლიანია.

საანგარიშო წელს შემთხვევით პროცესთა თეორიისა და გამოყენებითი სტატისტიკის განყოფილებას ეწვია ორი ამერიკელი კოლეგა მიჩიგანის სახელმწიფო უნივერსიტეტიდან, რომლებმაც მონაწილეობა მიიღეს განყოფილების სემინარის მუშაობაში.

2006 წელს ამერიკელი კოლეგების მიწვევით ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი სერგო ჩობანიანი იმყოფებოდა მიჩიგანის სახელმწიფო უნივერსიტეტში სამეცნიერო მუშაობის ჩასატარებლად. ამერიკელ კოლეგებთან თანაავტორობით გამოქვეყნდა ჟურნალში Journal of Inequalities and Applications ერთი ნაშრომი. განხილული და შესწავლილი საკითხები წარმოადგენს ინსტიტუტის სამეცნიერო მათემატიკის ნაწილს. ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი ვაჟა ტარიელაძე მიწვეული იყო ესპანეთში, მადრიდის კომპლუტენსეს უნივერსიტეტში და პოლონეთში, ვარშავის უნივერსიტეტის მათემატიკის ინსტიტუტში.

4. სამეცნიერო-საორგანიზაციო საქმიანობა

2006 წლის ბოლოსათვის ნიკო მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში მუშაობს 68 თანამშრომელი.

საანგარიშო პერიოდში ჩატარდა სამეცნიერო საბჭოს 2 სხდომა, რომლებზეც განხილული იყო სხვადასხვა სამეცნიერო და სამეცნიერო-საორგანიზაციო საკითხები.

ამჟამად ინსტიტუტში 33 მეცნიერ-თანამშრომელია. მათ შორის მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელია 6, უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი - 10, მეცნიერ-თანამშრომელი - 17, განყოფილების გამგე - 5. საქართველოს მეცნიერებათა აკადემიის ნამდვილი წევრია 1, მეცნიერებათა დოქტორია 11, ხოლო მეცნიერებათა კანდიდატი -20. ინსტიტუტში მუდმივად მუშაობს სხვადასხვა სამეცნიერო სემინარი, რომლებსაც ხელმძღვანელობენ

აკადემიკოსი ნ. ვახანია, პროფესორები ვ. სანიკიძე, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი ნ. კანდელაკი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატები მ. ფხოველიშვილი, ვ. გიორგობიანი.

საანგარიშო წელს ინსტიტუტის მეცნიერ-თანამშრომელთა მიერ რესპუბლიკის და უცხოეთის სხვადასხვა სამეცნიერო ჟურნალში გამოქვეყნდა 23 სტატია. გამოსაქვეყნებლად მიღებული, გადაცემული ან მომზადებულია 5 სტატია (ეს მონაცემები ანგარიშს თან ერთვის).

ინსტიტუტთან არსებულ სადისერტაციო საბჭოზე Ph.M 01.05 N2 დებულების თანახმად დისერტაციის დაცვა წარმოებდა ორი სპეციალობით: 01.01.05 – ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა და 01.01.07 – გამოთვლითი მათემატიკა. გარდა ამისა, აღნიშნულ საბჭოზე შესაძლებელი იყო დისერტაციის დაცვა პროგრამირების სპეციალობითაც ერთჯერადი დაცვის უფლების გამოყენებით. საანგარიშო წელს დაცული იქნა 3 სადოქტორო და 10 საკანდიდატო დისერტაცია.

5. ინსტიტუტის თანამშრომელთა მიერ 2006 წელს გამოქვეყნებული და მომზადებული სამეცნიერო ნაშრომების სია

1. Д.Г. Саникидзе, М.Г. Мирианашвили, К.Р. Купатадзе. Об одной схеме численного решения видоизмененной задачи Дирихле для конечных многосвязных областей и некоторых ее приложениях. *Дифференц. уравнения*, т.42, № 9, 2006, 1272-1281.
2. G. Kutateladze. On the boundary value problem of finding two functions for a plane with linear cuts. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*; v. 139, 2005, 53-60.
3. G. Kutateladze. On the boundary value problem of finding two piecewise holomorphic functions for multiply connected domains of special type. *Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute*; v. 140, 2006, 121-130.
4. Кутателадзе Г.А. К решению одной краевой задачи теории голоморфных функций. *Инженерная Физика (МИФИ)*, 2006, № 2, с. 20-21.
5. Кутателадзе Г.А. К задаче кручения кусочно-однородных брусьев. *Инженерная Физика (МИФИ)*, 2006, № 2, с. 21-23.
6. Zakradze M., A. Chaduneli and Z. Tabagari. On solving the Dirichlet generalized boundary problem for a harmonic function by the method of probabilistic solution. *Bull. Georg. Acad. Sci.* Vol. 173, №1, 2006, 30-33.
7. Zakradze M., Amano K., and Natsvlishvili Z. On solving the Dirichlet boundary problem for the Poisson equation by the method of conformal mapping. *Proc. A.Razmadze Math. Inst. Vol. 141 (2006), 1-13.*
8. Хухунашвили З.В., Абрамшдзе Э. А., Мирианашвили М.Г. Определение нормирующего множителя для континуального интеграла, *Intelecti (Tbilisi)*, 2, 25, 2006.
9. Хухунашвили З.В., Абрамшдзе Э. А., Мирианашвили М.Г. Представление решений параболических уравнений континуальными, *Intelecti (Tbilisi)*, 2, 25, 2006.
10. Абрамидзе Э. А., Саникидзе З. Д. Об одном варианте осесимметричной деформации гибких оболочек вращения, *Intelecti (Tbilisi)*, 2, 25, 2006.
11. Abramidze E., Sanikidze Z. On improved numerical solution scheme for a certain integral equation, *Intelecti (Tbilisi)*, 2, 25, 2006.
12. ნ. კანდელაკი, თ. ჩანტლაძე, დ. უგულავა. Approximation of functions and measures on locally compact Abelian groups. "Proceedings A.Razmadze Math. Inst", 140, 2006, pp.65-74.

13. ჯ. გორგობიანი, მ. ნაჭყებია. კოოპერაციული თამაშის მოდელი ბაზრის ერთი ამოცანისათვის. "სოციალური ეკონომიკა", №4, 2006, გვ.116-122.
14. ზ. ცინცაძე. Оптимальные процессы в гладко-выпуклых задачах минимизации. "Современная математика и её применения", том 42, ИК, Тбилиси, стр. 100-170.
15. მ. ნიკოლეიშვილი. Определение приоритетных направлений и прогнозных параметров сельского хозяйства. "Экономика", №3, 2006, стр.117-123.
16. მ. თუთბერიძე. The Comparison Theorems for One System of Nonlinear Partial Differential Equations. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences, v.179, 1, 2006, pp.46-48.
17. მ. თუთბერიძე. The Comparison Theorems for the Difference Scheme Corresponding to the Initial-Boundary Problem to One Sistem of Nonlinear Partial Differential Equations. Bulletin of the Georgian Academy of Sciences, v.173, 3, 2006, pp.443-446.
18. ნ. კანდელაკი, დ. უგულავა, თ. ჩანტლაძე „Approximation of functions end measures on locally compact Abelian groups”, Proceedings A. Razmadze Math. Inst. 140. 2006, 65-74.
19. Vakhania N.N., Kvaratskhelia V.V. Unconditional convergence of weakly sub-Gaussian series in Banach spaces. Theory Probab. Appl., 51, 2, 2006, 1-20.
20. Chelidze G.Z., Papini P.L. Some remarks concerning nonemptiness of intersections of sets. Math. Notes, 80, 3, 2006, 449-455.
21. Chelidze G., Shangua A. A counterexample related to permutational Cesaro summability. Bull. Georgian Acad. Sci., 174, 2, 2006.
22. Shangua A., Tarieladze V. Two permutational versions of the Banach-Saks property. Bull. Georgian Acad. Sci., 173, 3, 2006, 229-232.
23. Chobanyan S., Levental S., Salehi H. On the constant in Menshov-Rademacher inequality. J. Inequal. Appl., 2006, Article ID 68969, 2006, 7 p.

გამოსაქვეყნებლად გადაცემული შრომები

1. Саникидзе Д.Г. О численном решении интегральных уравнений некоторых основных задач плоской теории упругости. *Дифференциальные уравнения*.
2. Sanikidze J., Ninidze K. On Numerical Solution of Boundary Integral Equations of the Plane Elasticity Theory by Singular Integral Approximation Methods. *WSEAS transactions on mathematics*
3. Zakradze M. On approximate solution of some direct dynamic problems of theoretical seismology (with T.Chelidze, D. Kiria and N. Lekishvili).

მომზადებულია გამოსაქვეყნებლად

1. Хухунашвили З. Алгебраическая теория движения процессов. 80 стр.
2. Хухунашвили З. Алгебро-геометрическая структура теории поля. 50 стр.

დირექტორის მოვალეობის შემსრულებელი,
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი

ნ. არჩვაძე