

ნიკო მუსხელიშვილის  
ბამოთვლითი მათემატიკის  
ინსტიტუტის

2009 წლის

სამეცნიერო ანბარი

## შინაარსი

შესავალი . . . . .	3
თავი 1. 2009 წლის საბიუჯეტო სამუშაო პროგრამები . . . . .	4
თავი 2. სამეცნიერო გრანტები . . . . .	5
თავი 3. ძირითადი სამეცნიერო შედეგების მოკლე დახასიათება . . . . .	6
გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება . . . . .	6
შემთხვევით პროცესთა თეორიისა და გამოყენებითი სტატისტიკის განყოფილება . . . . .	11
ოპერაციათა კვლევის და დისკრეტულ ამოცანათა განყოფილება . . . . .	14
პროგრამირებისა და ინფორმატიკის განყოფილება . . . . .	17
თავი 4. მივლინებები . . . . .	21
თავი 5. დამატებითი ინფორმაცია . . . . .	22
დანართი 1. 2009 წელს გამოქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად გადაცემული ნაშრომები . . . . .	23
დანართი 2. 2009 წელს საზღვარგარეთ და საქართველოში გამართულ სამეცნიერო ფორუმებზე წაკითხული მოხსენებები . . . . .	28

## შესავალი

სსიპ ნიკო მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში ამჟამად ფუნქციონირებს 4 სამეცნიერო განყოფილება და კომპიუტერული ცენტრი. 2009 წლის ბოლოს ინსტიტუტში მუშაობდა 73 თანამშრომელი. აქედან სამეცნიერო თანამდებობა უჭირავს 36-ს, რომელთაგან 10 მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელია, 8 – უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, 18 – მეცნიერ-თანამშრომელი. ინსტიტუტის თანამშრომლებიდან ერთი არის საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის წევრი, 13 მეცნიერებათა დოქტორია და 23 კი – მეცნიერებათა კანდიდატი.

საანგარიშო წლის განმავლობაში ინსტიტუტის თანამშრომლებმა გამოაქვეყნეს 47 ნაშრომი, გამოსაქვეყნებლად გადაცემულია 8 ნაშრომი, მათ შორის მიღებულია გამოსაქვეყნებლად 5 (იხ. დანართი 1). მომზადდა 1 სახელმძღვანელო (იხ. თავი 5).

საანგარიშო პერიოდში ინსტიტუტში მუშავდებოდა საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (სესფ) მიერ დაფინანსებული ორი სახელმწიფო-სამეცნიერო გრანტი. 2009 წელს სესფ-ის მიერ გამოცხადებულ საგრანტო კონკურსში ინსტიტუტის მიერ წარდგენილი 6 პროექტიდან დაფინანსება მოიპოვა ერთმა პროექტმა (იხ. თავი 2).

ინსტიტუტის თანამშრომლებმა საანგარიშო წელს მონაწილეობა მიიღეს და 20 მოხსენებით გამოვიდნენ 10 საერთაშორისო კონფერენციაზე, რომელთაგან 8 ჩატარდა საზღვარგარეთ, და 17 მოხსენებით – 5 ადგილობრივ კონფერენციაზე (იხ. დანართი 2).

მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი კ. მელაძე დაჯილდოვდა ნ. ბოგოლიუბოვის სახელობის მედლით. მეცნიერ-თანამშრომელმა მ. თუთბერიძემ მოიპოვა სტიპენდია ახალგაზრდა მეცნიერთათვის და ახალგაზრდა მეცნიერთა სამეცნიერო გრანტი (იხ. თავი 5).

2009 წელს განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი ვ. ტარიელაძე სამეცნიერო მივლინებით იმყოფებოდა ესპანეთში. 6 თანამშრომელი სესფ-ს გრანტების დაფინანსებით მივლინებული იყო საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობაზე (ბათუმი/ქუთაისი, ოქტომბერი). ინსტიტუტის სწავლული მდივანი, მეცნიერ-თანამშრომელი ვ. გიორგობიანი მივლინებული იყო ბათუმის უნივერსიტეტში (იხ. თავი 4).

2009 წლის ეროვნული პროგრამა ახალგაზრდა მეცნიერთა მხარდაჭერისათვის" ფარგლებში ინსტიტუტის მეცნიერ-თანამშრომელმა გ. ჭელიძემ მიიღო ამერიკის შეერთებული შტატების სამოქალაქო კვლევებისა და განვითარების ფონდის (CRDF), საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის (GNSF) და საქართველოს სამეცნიერო-ტექნოლოგიური განვითარების ფონდის (GRDF) მიერ დაფინანსებული გრანტი, რომელიც ითვალისწინებდა ამერიკის შეერთებული შტატების ერთ-ერთ სამეცნიერო-კვლევით დაწესებულებაში ორთვიან სამეცნიერო მივლინებას ([http://www.grdf.ge/AWARDS/2008.htm#Georgian\\_National\\_Science\\_Scholars\\_\(NNS\)\\_Program](http://www.grdf.ge/AWARDS/2008.htm#Georgian_National_Science_Scholars_(NNS)_Program)).

# თავი 1. 2009 წლის საბიუჯეტო სამუშაო პროგრამა

**პროგრამის დასახელება: თანამედროვე საინფორმაციო და გამოთვლითი ტექნოლოგიების განვითარება და გამოყენება**

ახალი ინფორმაციული და გამოთვლითი ტექნოლოგიების შემუშავება, ცოდნისა და ინფორმაციის მრავალმხრივი დამუშავების მეთოდების დახვეწა თანამედროვე მეცნიერებაში წარმოადგენს იმ სტრატეგიულ მიმართულებებს, რომელთაც გამოყენების საკმაოდ ფართო სპექტრი გააჩნიათ. საანგარიშო პერიოდში ინსტიტუტში მიმდინარე სამეცნიერო-კვლევითი სამუშაოები მიზნად ისახავდა ფუნდამენტური და გამოყენებითი კვლევების გაგრძელებას გამოთვლითი მათემატიკის, ალბათობის თეორიის და სტატისტიკის, ოპტიმიზაციის თეორიის და ინფორმატიკის მიმართულებებით.

## პროგრამის ამოცანები

**ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება ამოცანათა ზოგიერთი კლასისათვის (გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება)**

- ტექნიკური ხასიათის ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდების დამუშავება.
- გამოთვლითი პროგრამული პაკეტების შექმნა.

**სტატისტიკური ამოცანების შესწავლა სტოქასტური ანალიზის საფუძველზე (შემთხვევით პროცესთა თეორიისა და გამოყენებითი სტატისტიკის განყოფილება)**

- სტოქასტური ანალიზის გამოყენება განრიგების თეორიაში.
- ინფორმაციულ-სტატისტიკური სისტემების აგება კალენდარული დაგეგმვის ამოცანებში.

**სოციალურ-ეკონომიკური პრობლემების მათემატიკური მოდელირება და შესაბამისი რიცხვითი მეთოდების დამუშავება (ოპერაციათა კვლევის და დისკრეტულ ამოცანათა განყოფილება)**

- ოპერაციათა კვლევის უწყვეტი და დისკრეტული ამოცანების ახალი მოდელის დამუშავება და მათი გამოყენება ეკონომიკისა და სოციოლოგიის სფეროში
- ეკოლოგიური პროცესების მოდელირება და მათი სტატისტიკური ანალიზი.

**ახალი ინფორმაციული ტექნოლოგიების დამუშავება (ინფორმატიკის და პროგრამირების განყოფილება)**

- ინფორმაციის გასაიდუმლოებისა და დაცვის სისტემების აგება-ანალიზი.
- გადაწყვეტილების მიღების ახალი მეთოდების დამუშავება არამკაფიო შესაძლებლობათა თეორიის საფუძველზე.

- დისტანციური სწავლების ავტომატიზირებული სისტემების აგება.

## თავი 2. სამეცნიერო ბრანტები

2009 წელს ინსტიტუტში მუშავდებოდა 2 სახელმწიფო სამეცნიერო ბრანტი:

- **პროექტი № GNSF/ST08/3-384:** "მაქსიმალური უტოლობები გადანაცვლებებისთვის, გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზსა და დაგეგმვის თეორიაში". ხელმძღვანელი **ს. ჩობანიანი**. ძირითადი პერსონალი: ა. შანგუა (მენეჯერი), ლ. ჩობანიანი, ვ. ტარიელაძე, გ. გიორგობიანი. პროექტის ხანგრძლივობა – 3 წელი. <http://gnsf.dynup.net/PUBLIC2008/default.aspx>
- **პროექტი № GNSF/ST08/3-390:** "სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციისა და ფუნდამენტურ ამოხსნათა მეთოდების გამოყენების შესახებ ზოგიერთი კლასის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნებში" ხელმძღვანელი **ჯ. სანიკიძე**. ძირითადი პერსონალი: მ. ზაქრადე (მენეჯერი), გ. ქუთათელაძე, მ. მირიანაშვილი. პროექტის ხანგრძლივობა – 3 წელი. <http://gnsf.dynup.net/PUBLIC2008/default.aspx>

საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ 2009 წელს გამოცხდებული საგრანტო კონკურსის შედეგად დაფინანსდა ინსტიტუტის მიერ წარდგენილი ერთი სამეცნიერო პროექტი:

- **პროექტი № GNSF/FT09\_99\_3-104:** "ალბათური განაწილებების დახასიათების ამოცანები და მათი გამოყენებები". ხელმძღვანელი – **ვ. ტარიელაძე**. ძირითადი პერსონალი: ვ. კვარაცხელია (მენეჯერი), ნ. ვახანია, ბ. მამფორია, გ. ჭელიძე პროექტის ხანგრძლივობა – 3 წელი. <http://217.147.224.46/PUBLIC2009/default.aspx>

### თავი 3. ძირითადი სამეცნიერო შედეგების მოკლე დახასიათება

#### გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება

(განყოფილების გამგე – მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-  
მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი ჯ. სანიკიძე)

#### სამეცნიერო თემა – ეფექტურად რეალიზებადი რიცხვითი ალგორითმები ამოცანათა ზოგიერთი კლასისათვის

განყოფილების სამეცნიერო-კვლევითი მუშაობა 2009 წლის საანგარიშო პერიოდში მიმდინარეობდა შემდეგი, განყოფილებისათვის ტრადიციულად დამახასიათებელი შემდეგი მიმართულებებით.

გარკვეული, გამოყენებულნი დაკავშირებული სინგულარული ინტეგრალების (კოშის მთავარი მნიშვნელობის აზრით), აპროქსიმაციის რიცხვითი ალგორითმების აგება და გამოკვლევა. აქ ძირითადად გაინხილებოდა გაუსის სიზუსტის  $[0,+\infty)$  შუალედზე გავრცელებული კოშის ტიპის სინგულარობის მქონე ინტეგრალები და მათთან დაკავშირებული ინტეგრალური განტოლებები, რომელთაც მნიშვნელოვანი გამოყენებები გააჩნიათ ფიზიკაში.

უნდა აღინიშნოს, რომ გაუსის ტიპის (სიზუსტის) კვადრატურული ფორმულების სინგულარულ შემთხვევებზე გადატანასთან დაკავშირებული მოსაზრებები და პირველი შედეგები 60-იან წლებში განხილული და მიღებული იყო ჯ. სანიკიძისა და, შემდგომ, რიგი სხვა ავტორების მიერ, მოძრავი სინგულარობის მქონე ინტეგრალებისათვის სასრულო შუალედებზე (ნამდვილი ღერძის მონაკვეთებზე).

აქ არსებითია იმ დისკრეტული სიმრავლის განსაზღვრა, რომელსაც სინგულარობის წერტილები მიეკუთვნებიან. ეს განაპირობებს სიძნელეს ანალოგიური შედეგების მიღების თვალსაზრისით უძრავი სინგულარობის მქონე ინტეგრალების შემთხვევაში. ამასთან დაკავშირებით განყოფილებაში შემუშავებული იქნა ე.წ. განუზღვრელი რიცხვითი პარამეტრის მეთოდი, რომელიც საშუალებას იძლევა გარკვეულ შემთხვევაში აგებული იქნას ანალოგიური კონსტრუქციები უსასრულო შუალედებზე გავრცელებული სინგულარული ინტეგრალებისათვის ე.წ. უძრავი სინგულარობების შემთხვევაში. შესაბამის მიახლოებით ფორმულებზე დაფუძნებული იქნა მაღალი სიზუსტის რიცხვითი სქემები გარკვეული კლასის სინგულარული ინტეგრალური განტოლებისათვის. ამ მიმართულებით მიღებული ზოგიერთი შედეგი გამოქვეყნებულია.

საანგარიშო პერიოდში გრძელდებოდა დრეკადობისა და ნარევთა თეორიების სხვადასხვა ამოცანების შესწავლა. ამ მიმართულებით მიღებულია შემდეგი შედეგები:

- იზოტროპული ბინარული ნარევისაგან დამზადებული ძელისათვის ამოხსნილია ამოცანები გაჭიმვისა და გრეხვის შესახებ. აღსანიშნავია, რომ ანალოგიური ამოცანები ნარევი მასალის შემთხვევაში არსებითად განსხვავდებიან შესაბამისი ამოცანებისაგან ერთგვაროვანი იზოტროპიული სხეულის შემთხვევაში, სადაც ლაპარაკია მხოლოდ ე. წ. გრძივ ძალაზე.
- ამოხსნილია სენ-ვენანის ამოცანები მრავალშრიანი ელიფსური ძელისათვის, სადაც ყოველი შრისათვის ელიფსური საზღვრები წარმოადგენენ კონფოკალურ ელიფსებს. აღსანიშნავია, რომ ამოხსნის პროცესში მიღებული ალგებრულ განტოლებათა სისტემისათვის განსახილავ შემთხვევაში ხერხდება შესაბამისი დეტერმინანტის ელემენტების ისეთივე ცხადი სახით განსაზღვრა, როგორც ეს ადრე აღწერილია კერძო შემთხვევებში – ორი, სამი, ოთხი და ხუთშრიანი შემთხვევებისათვის.

თეორიულ-მათემატიკური და გამოყენებითი თვალსაზრისით მნიშვნელოვანია დრეკადობის თეორიის იმ ამოცანათა კლასის შემდგომი გაფართოება, რომლებიც ე.წ. ეფექტურად ამოხსნადობას ექვემდებარებიან. ამ მიმართულებით კარგად არის ცნობილი ნ. მუსხელიშვილისა და მისი მოწაფეების მიერ მიღებული შედეგები. აღნიშნული მიმართულებით მუშაობა გარკვეული დროიდან მიმდინარეობს აგრეთვე ნ. მუსხელიშვილის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტშიც. არსებითია აღინიშნოს, რომ ამა თუ იმ კლასის ამოცანების ეფექტური ამოხსნა უმრავლეს შემთხვევაში გულისხმობს მათი საძიებელი ამოხსნის გამოსახვას უსასრულო მწკრივების ან (უმეტეს შემთხვევაში) ინტეგრალების (ძირითადად კოშის ტიპის ინტეგრალების) საშუალებით. ასეთი ინტეგრალების სტრუქტურა, ბუნებრივია, განპირობებულია გამოსავალი ამოცანის ხასიათით, რაც მათი გამოთვლის თვალსაზრისით შესაბამისი ამოცანის ამა თუ იმ სპეციფიკის გათვალისწინებას მოითხოვს. ამ მიმართულებით საანგარიშო წელს შესრულდა გარკვეული მოცულობის თეორიული და გამოთვლითი ხასიათის სამუშაოები. კერძოდ, შესწავლილი იქნა გარკვეული ორიენტაციის სწორხაზოვანი ჭრილებით შესუსტებული წრიული დისკოსათვის დრეკადობის თეორიის ერთი კონკრეტული ამოცანა. ამასთან ერთად, ადრე განხილული ანალოგიური ამოცანისათვის, რომელიც ასევე ჭრილებით შესუსტებული უსასრულო დრეკადი სიბრტყის წონასწორობას შეისწავლის (იმ პირობით, რომ შესაბამისი ჭრილები ურთიერთმართობულ დერძებზე – ნებისმიერი რაოდენობით თითოეულ დერძზე – არიან დალაგებული), აგებულია რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმი, რომელიც საკმარისი სიზუსტით განსაზღვრავს ძაბვის კომპონენტების სიდიდეს ჭრილის ნებისმიერი წერტილის მიდამოში და, კერძოდ, მისი ბოლოების მახლობლობაში. ამასთან დადგენილია ცდომილების თანაბარი ასიმპტოტური შეფასებები.

საანგარიშო პერიოდში მუშავდებოდა აგრეთვე ჰარმონიულ ფუნქციონათა თეორიის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვით ამოხსნებთან დაკავშირებული გამოთვლითი სქემები. გარკვეული მათგანი შეეხება დირიხლეს განზოგადოებული ამოცანის ჩვეულებრივზე მიყვანის ისეთ ალგორითმებს, რომ-

ლებიც საშუალებას იძლევიან აიგოს კლასიკური ამოცანების ამოხსნისათვის გამოყენებული შესაბამისი რიგის სიზუსტის სქემების ანალოგები. გარდა ამისა, განხილულია ერთგვაროვანი და იზოტროპული გარემოსათვის დრეკადობის თეორიის დინამიკის განტოლების ამოხსნის ერთი ალგორითმი იმ შემთხვევაში, როცა შეყურსული ძალა დროში იცვლება ექსპონენციალურ-პერიოდულად. აღნიშნული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა ძირითადად ეფუძნება ფუნდამენტურ ამოხსნათა ამჟამად კარგად ცნობილ მეთოდს, რომლის გამოყენებასა და განვითარებას ინსტიტუტში ტრადიციული ხასიათი აქვს. საანგარიშო პერიოდში უნდა აღინიშნოს, აგრეთვე, რიგი შედეგებისა, რომლებიც დაკავშირებულია სხვაობიანი სქემების გამოყენებასთან ზოგიერთი კონკრეტული ამოცანის რიცხვითი რეალიზაციისათვის.

საანგარიშო პერიოდში გარკვეული კონკრეტული (თეორიული და რიცხვითი) შედეგები იქნა ნებში. კერძოდ, შესწავლილი იქნა ე.წ. პოლუსში ჩაკეტილი სფერული გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ზოგიერთი ამოცანა. საზოგადოდ, ასეთი კლასის ამოცანების შესწავლა მიიყვანება გარკვეულ არაწრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემებზე, სადაც განტოლების ზოგიერთი კოეფიციენტი პოლუსში მიისწრაფის უსასრულობისკენ. ამ მიმართულებით მნიშვნელოვნად უნდა ჩაითვალოს განყოფილებაში შემუშავებული ის მიდგომა, რომელიც აღნიშნული სირთულის აცილების გარკვეულ შესაძლებლობას იძლევა. ამ მიმართულებით მიღებული ზოგიერთი შედეგი ილუსტრირებულია კერძო მაგალითებზე, რიცხვითი შედეგების ანალიზის საფუძველზე. ეს მაგალითები გვიჩვენებს პოლუსში ჩაღუნვის ფუნქციის ყოფაქცევას ზედაპირული ძალების შემთხვევაში, გარსის კრიტიკულ დატვირთვამდე და მის შემდეგ. დაზუსტებული თეორიის საფუძველზე შესწავლილი იქნა ცვალებადი სისქის ფენებისაგან შედგენილი ორთოტროპული ბრუნვითი გარსების დეფორმაციის ამოცანა მათზე მოქმედი ტემპერატურული ველის ზემოქმედების შემთხვევაში. ამოცანის მიყვანა ხდება გარკვეულ არაწრფივ განტოლებათა სისტემაზე. სათანადო რიცხვითი შედეგების საფუძველზე (როგორც კლასიკური, ასევე, აღნიშნული არაწრფივი სისტემის გამოყენების შემთხვევაში) მოყვანილია გარკვეული დასკვნები ტემპერატურული ველის გავლენის შესახებ გარსის დეფორმაციაზე.

გარკვეული კლასის არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებისათვის მიღებულია პირობები, რომლის შემთხვევაშიც ტალღის გავრცელების არეში შესაძლებელია წარმოიქმნას შეუღწევადობის ხვრელები.

რიგი შედეგებისა, რომლებიც მიღებულია განყოფილების თანამშრომელთა მიერ, დაკავშირებულია დიფერენციალურ განტოლებათა ე.წ. ალგებრული თვისებების გამოკვლევებთან. დადგენილია, რომ დიფერენციალურ განტოლებათა ფართო კლასი შეიცავს ალგებრულ ობიექტს, რომელიც იზომორფულია ორი ალტერნატიულად მოქმედი რიცხვითი ველის (საერთო ნეიტრალური ელემენტით) ალგებრული ელემენტისა. შესაბამისი



თეორია საშუალებას იძლევა ერთი და იგივე განსახილავი პროცესი აღწერილი იქნეს ორი სხვადასხვა თვალსაზრისის საფუძველზე, რაც გარკვეული დასკვნებისა და დაზუსტების შესაძლებლობას იძლევა. შესაბამის თეორიას, რომელსაც, აგრეთვე, პროცესთა მოძრაობის აღგებრულ თეორიას უწოდებენ, გარკვეული გამოყენებითი ასპექტები გააჩნია. **161**

განყოფილებაში მუშაობს ორი მუდმივმოქმედი სამეცნიერო სემინარი, რომლებთაც ხელმძღვანელობენ ჯ. სანიკიძე და ზ. ხუხუნაშვილი.

საანგარიშო პერიოდში განყოფილების თანამშრომელთა მიერ სხვადასხვა სამეცნიერო გამოცემებში გამოქვეყნდა 8 ნაშრომი (იხ. დანართი 1).

ნაშრომში [1] აგებულია მოცემული რიგის სიზუსტის სქემა გაფანტვის თეორიის განტოლების რიცხვითი ამოხსნისათვის. განხილულია კონკრეტული შემთხვევები.

ნაშრომში [2] განხილულია ერთი კვადრატურული პროცესი გარკვეული ინტეგრალური განტოლებისათვის კოშის ტიპის ინტეგრალით უსასრულო ინტერვალზე. ასეთი განტოლებები წარმოიშობა ნუკლონ-ნუკლონური ურთიერთქმედების ამოცანებში. გამოკვლეულია აგებული კვადრატურული პროცესის სიზუსტე.

ნაშრომში [3] განხილულია რიცხვითი რეალიზაციის საკითხი ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანისათვის, რომლებიც პოლომორფულ ფუნქციათა ცნობილ შეუღლების ამოცანებს მიეკუთვნებიან. მოცემულ შემთხვევაში შესაბამისი ამოცანა კონკრეტდება როგორც დრეკადობის თეორიის გარკვეული კლასის ამოცანა უსასრულო სიბრტყისათვის სწორხაზოვანი ჭრილებით.

ნაშრომში [4] განხილულია სასაზღვრო ამოცანა, რომელსაც გააჩნია გამოყენება დრეკადობის თეორიაში, ჰიდრომექანიკასა და მათემატიკურ ფიზიკაში. მნიშვნელოვანია, რომ აღნიშნული სახის ამოცანების ამოხსნა მოცემულია ეფექტური სახით კოშის ტიპის ინტეგრალებში.

ნაშრომში [5] ამოხსნილია გაჭიმვისა და გრეხვის ამოცანები ბინარული ნარევისაგან დამზადებული ძელისათვის

ნაშრომში [6] ერთგვაროვანი და იზოტროპული გარემოსათვის აგებულია დრეკადობის თეორიის დინამიკის განტოლების ფუნდამენტურ ამოხსნათა ერთი მატრიცა იმ შემთხვევაში, როცა შეყურსული ძალა დროში იცვლება ექსპონენციალურ-პერიოდულად. შესწავლილია აღნიშნული მატრიცისა და მისი შესაბამისი ძაბვის ტენზორის თვისებები. გარდა ამისა, მოცემულია მათი ელემენტების რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლის გზა.

ნაშრომში [7] განხილულია საწყის-სასაზღვრო ამოცანა რეგულარიზებული გრძელი ტალღის განტოლებისათვის, რომლის ამოსახსნელადაც შემოთავაზებულია სამშრიანი კონსერვატული სხვაობიანი სქემა. პირველ შრეზე უცნობი ფუნქციის მნიშვნელობების საპოვნელად გამოყენებულია ორშრიანი სქემა, რომელიც უზრუნველყოფს საწყისი ენერჯიის გამოსახვას მხოლოდ საწყისი პირობებით. მიღებული აღგებრული განტოლებები წრფივად შეიცავენ უცნობი ფუნქციის მნიშვნელობებს ყოველ ახალ შრეზე. გრონუოლის ლემის გამოყენება არ მოითხოვს რაიმე შეზღუდვას ბა-

დის ბიჯებზე. დამტკიცებულია სასრულ სხვაობიანი სქემის კრებადობა  $O(\tau^2 + h^2)$  სიჩქარით, როცა ზუსტი ამონახსნი მიეკუთვნება  $W_2^3$  სობოლევის სივრცეს.

ნაშრომში [8] გამოკვლეულია იმ პროცესების ალგებრული თეორემები, რომლებიც აღიწერება ავტონომიური დიფერენციალური განტოლებებით. დადგენილია, რომ დიფერენციალურ განტოლებათა ფართო კლასი შეიცავს ალგებრულ ობიექტს, რომელიც შედგება ორი რიცხვითი ველისაგან საერთო ნეიტრალური ელემენტებით. თითოეული პროცესი, თავის ალგებრული ველის საფუძველზე, აგებს საკუთარ აღრიცხვას (დიფერენციალურს და ინტეგრალურს) და, ამასთან ერთად, განისაზღვრება საკუთარი კოორდინატთა სისტემა. ირკვევა, რომ საკუთარ აღრიცხვაში დიფერენციალური განტოლება ღებულობს წრფივ სახეს. მიღებული თეორია იძლევა იმის საშუალებას, რომ ერთი პროცესი განხილული იქნეს მეორე პროცესის თვალსაზრისით. ეს გამოკვლევები იძლევა საშუალებას შესწავლილი იქნეს ფურიეს მეთოდის ალგებრული სტრუქტურა არაწრფივი განტოლებებისათვის.

გარდა აღნიშნულისა, გამოსაქვეყნებლად გადაცემულია ორი სტატია [54, 55] (იხ. დანართი 1).

### სესე გრანტის GNSF/ST08/3-390 ანგარიში

საანგარიშო პერიოდში განყოფილების თანამშრომელთა ერთი ჯგუფის მიერ მუშავდებოდა სესე-ის მიერ დაფინანსებული საგრანტო თემა # GNSF/ST08/3-390 "სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციისა და ფუნდამენტურ ამოხსნათა მეთოდების გამოყენების შესახებ ზოგიერთი კლასის სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებით ამოხსნებში". 2009 წლის პირველ სამ კვარტალში შესწავლილი იქნა სინგულარული და კოშის ტიპის ინტეგრალების აპროქსიმაციის გარკვეული სქემები, ორიენტირებული დრეკადობის თეორიის და ფიზიკის ამოცანების მიახლოებით ამოხსნის სპეციალურ პროცესებზე. ნაჩვენები იყო მათი გამოყენების ძირითადი ასპექტები და პრაქტიკული მნიშვნელობა. გარდა ამისა, შემუშავებული იყო ზოგიერთი სპეციალური მიდგომა კარმონიული და ბიკარმონიული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის მიმართულებით. რიგი შედეგებისა ასახულია შრომებში [1 - 4, 6] (იხ. დანართი 1).

საგრანტო ჯგუფის ოთხი წევრი საგრანტო პროექტის დაფინანსებით მივლინებული იყო საქართველოს მათემატიკოსთა კონგრესზე, რომელიც გაიმართა 2009წ. ოქტომბერში ბათუმსა და ქუთაისში (იხ. დანართი 2, [21 - 23]).

## შემთხვევით პროცესთა თეორიისა და გამოყენებითი სტატისტიკის განყოფილება

(განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი – ვ. ტარიელაძე)

### სამეცნიერო თემა: სტატისტიკური ამოცანების შესწავლა სტოქასტური ანალიზის საფუძველზე

საანგარიშო წელს განყოფილებაში გრძელდებოდა მუშაობა უსასრულოგანზომილებიანი ალბათობის თეორიის ამოცანებზე და მათ გამოყენებებზე.

განრიგების თეორია და კალენდარული დაგეგმვის ამოცანები მჭიდრო კავშირშია ვექტორების კომპაქტურად შეჯამების ამოცანასთან, რომელიც, თავის მხრივ, ნიშნავს ნორმირებული სივრცის ვექტორთა ერთობლიობისათვის "ოპტიმალური" გადანაცვლების პოვნას. განყოფილებაში შემუშავებული მეთოდებით მიღებულია სათანადო ლოკალური უტოლობები, რომლებშიც "ოპტიმალური" გადანაცვლებები ვექტორთა მოცემული ერთობლიობისთვის ფასდება ნიშნების განლაგებით. მიღებული თეორიული სასიათის შედეგები ალბათურ-სტატისტიკურ მეთოდებთან ერთად გამოყენებულია კონკრეტულ პრაქტიკულ ამოცანებში ოპტიმალური ალგორითმების პოვნისა და მათი ეფექტიანობის შეფასებისთვის. ამ მიმართულებით:

- კომპიუტერულ ქსელებში გადამისამართების ამოცანისათვის გაანალიზებულია სპენსერის მიერ აგებული ოპტიმალურ ნიშანთა პოვნის ალგორითმი და ნაჩვენებია, რომ ასეთივე შეფასება (მუდმივის სიზუსტით) შეიძლება მიღებული იქნეს საშუალო ანუ "ტიპური" ნიშნებისათვის. ეს ნიშნავს, რომ სპენსერის ალგორითმის სტატისტიკური ალგორითმით შეცვლა საგრძნობლად გაზრდის საბოლოო ალგორითმის ეფექტიანობას. მომზადებულია ამ შედეგის ამსახველი ვრცელი სტატია.
- ოპტიმალური ალგორითმის პოვნის სირთულის გამო რიგ შემთხვევებში გამოიყენება ე.წ. "ხარბი" ალგორითმი. ნაშრომში [48] ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერ ორგანზომილებიან ნორმირებულ სივრცეში "ხარბი" ალგორითმი არ არის ოპტიმალური.

განყოფილების თანამშრომელთა მიერ საანგარიშო პერიოდში სხვადასხვა სამეცნიერო გამოცემებში გამოქვეყნდა 9 ნაშრომი (იხ. დანართი 1).

გაუსის განაწილების დახასიათების თეორემა პირველად მიღებული იყო დ. პოიას მიერ ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების გამოყენებით. მოგვიანებით, ანალიზურ ფუნქციათა მეთოდებით, სკიტოვიჩისა და დარმუას მიერ მიღებული იყო იგივე განაწილების დახასიათების თეორემა ზოგადი შემთხვევისათვის. ნაშრომში [16] მოცემულია სკიტოვიჩ-დარმუას თეორემის რედუქციის შესაძლებლობა პოიას თეორემაზე და ასეთნაირად გაუსის განაწილების დახასიათების თეორემის დამტკიცება კვატერნიონული

შემთხვევითი სიდიდეებისათვის, როდესაც ორივე წრფივი ფორმა შეიცავს ორ-ორ შემთხვევით სიდიდეს.

ნაშრომში [17] განხილულია ლუის კეროლის ალბათური ამოცანა, რომელიც უკვე დიდი ხანია სადავოდ არის მიჩნეული ალბათურ ლიტერატურაში. მიღებულია ამ ამოცანის განზოგადებული ვარიანტი.

ნაშრომში [9] გადაიჭრა ნორდლანდერის პრობლემა ამოხსნეილობის მოდულის მეშვეობით ჰილბერტის სივრცის დახასიათების შესახებ, რომელიც ღია იყო ორზე მეტ განზომილებიან სივრცეებში.

ნაშრომში [10] დამტკიცებულია გალიარდო-ნირენბერგის ტიპის უტოლობა ცვლადმაჩვენებლიან ლებეგის სივრცეებში.

მწკრივის გადანაცვლებებთან დაკავშირებულ ამოცანებს ეხება ერთობლივი სტატია მიჩიგანის (აშშ) უნივერსიტეტის პროფესორებთან ერთად [11] (იხ. ქვემოთ - გრანტის ანგარიში).

ნაშრომში [12] ნაჩვენებია, რომ თუ ტოპოლოგიზირებულ ჯგუფში ძვრების ოჯახი ტოპოლოგიურად თანაბარხარისხოვნად უწყვეტია, მაშინ ეს ტოპოლოგიზირებადი ჯგუფი ტოპოლოგიური ჯგუფია. გაცემულია უარყოფითი პასუხი როიდენის მიერ დასმულ ერთ შეკითხვაზე

ნაშრომში [13] მოქმენილია ჰომომორფიზმების ოჯახის ტოპოლოგიურად თანაბარხარისხოვნად უწყვეტობის ადვილად შესამოწმებელი კრიტერიუმი.

ნაშრომში [14] გაანალიზებულია შემკრები ოპერატორის ცნების ერთი განზოგადება.

ნაშრომში [15] მიღებულია  $c_0$  ბანახის სივრცის იზომორფული ბანახის სივრცეების დახასიათება უპირობოდ კრებადი მწკრივების ტერმინებში. გამოყენებულია სილვესტრის მატრიცების საშუალებით აგებული მწკრივები.

გარდა ჩამოთვლილი სტატიებისა 2009 წელს გამოსაქვეყნებლად გადაცემულია 4 სტატია (იხ. დანართი 1, [48 - 51]).

განყოფილებაში მუშაობს ორი მუდმივმოქმედი სემინარი, რომლებსაც ხელმძღვანელობენ ნ. ვახანია და ს. ჩობანიანი.

### სესფ გრანტის GNSF/ST08/3-384 ანგარიში

საანგარიშო პერიოდში მუშავდებოდა სესფ-ის მიერ დაფინანსებული საგრანტო თემა # GNSF/ST08/3-384 "მაქსიმალური უტოლობები გადანაცვლებებისთვის, გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზსა და დაგეგმვის თეორიაში". 2009 წლის პირველ სამ კვარტალში გამოქვეყნდა 1 სტატია (იხ. [11]). გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად 2 სტატია (იხ. დანართი 1, [49, 50]) (ნაშრომზე [49] რედაქციამ მიიღო რეცენზენტის დადებითი რეცენზია).

ნაშრომში [11] ბანახის სივრცის ელემენტებისგან შედგენილი მწკრივისათვის ნაპოვნია თითქმის ყველა ნიშნებისთვის კრებადობის ანალოგი – კრებადობა თითქმის ყველა გადანაცვლებებისათვის. გარდა ამისა, ნაპოვ-

ნია ამ შედეგის გამოყენება გარსია-ნიკიშინის პრობლემატიკაში ფუნქციონალური მწკრივებისთვის.

დამტკიცდა მაქსიმალური უტოლობები ოპტიმალური გადანაცვლები-სათვის და აგრეთვე საშუალოსათვის ყველა გადანაცვლების მიმართ. შედეგის სახით მიღებულია გარსიას ორი ცნობილი თეორემა ორთოგონალური მწკრივის გადანაცვლების თითქმის ნამდვილად კრებადობის შესახებ და ე. ნიკიშინის თეორემის განზოგადება გადანაცვლებული მწკრივის თითქმის ნამდვილად კრებადობის შესახებ. ჩვენს მიერ შემუშავებული მე-თოდი სასარგებლო აღმოჩნდა ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივების თეორიის ულიანოვის ცნობილი ამოცანის კვლევაში. კერძოდ, ნაპოვნია უწყვეტი ფუნქციის ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივის თანაბრად კრებადი გადანაცვლების არსებობის ახალი პირობა. აგრეთვე, მიღებულია სათანადო ლოკალური უტოლობები. კერძოდ, ზრდადი და ამოხსნეკილი  $\Phi$  ფუნქციისათვის მიღებულია შემდეგი უტოლობა

$$E\Phi\left(\max_{k \leq n} \left\| \sum_1^k \xi_{\sigma(j)} \right\| \right) \leq \frac{1}{4} \min_{\theta} E\Phi\left(4 \max_{k \leq n} \left\| \sum_1^k \theta_j \xi_{\sigma(j)} \right\| \right) + \frac{3}{4} E\Phi\left(4 \left\| \sum_1^n \xi_j \right\| \right),$$

სადაც  $\xi_j$  შემთხვევითი ელემენტებია მნიშვნელობებით ნორმირებულ სივრცეში, ხოლო მინიმუმი მარჯვენა მხარეში აღებულია ყველა  $\theta_j = \pm 1$  მიმართ. საზოგადოდ, ზრდადი, მარცხნიდან უწყვეტი ფუნქციისათვის (კერძოდ ორლიჩის ფუნქციისათვის, რომელიც აკმაყოფილებს  $\Delta_2$ -პირობას) ანალოგიური უტოლობა მიიღება ჩვენს მიერ ადრე მიღებული უტოლობის გამოყენებით, რომელიც აკავშირებს გადანაცვლებების და ნიშნების შესაბამის განაწილების ფუნქციებს. ვრცელი ნაშრომი ამ შედეგების შესახებ მომზადების სტადიაშია.

ნაშრომში [50] ნაჩვენებია, რომ ბანახ-საქსის თვისებაში შეიძლება ქვემიმდევრობის ნაცვლად გამოყენებული იქნეს საწყისი მიმდევრობის გადანაცვლება.

საგრანტო ჯგუფის სამი წევრი საგრანტო პროექტის დაფინანსებით მივლინებული იყო საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობაზე, რომელიც გაიმართა 2009 წლის ოქტომბერში ბათუმსა და ქუთაისში. მოხსენების მთავარი შედეგი იყო საბოლოო სახის ორმხრივი მაქსიმალური უტოლობა, რომელიც დამტკიცებულია ნორმირებული სივრცის ელემენტებისთვის და ზრდადი ამოხსნეკილი ფუნქციისათვის  $\Phi$ . უტოლობის მარჯვენა მხარე, იმ კერძო შემთხვევაში, როცა  $\Phi(t) = t^2$ , გვაძლევს გარსიას ცნობილ უტოლობას სკალარულ შემთხვევაში. მარცხენა მხარე გვიჩვენებს, რომ ზედა შეფასება გაუუმჯობესებადია. ეს უტოლობა შესაბამისობაშია მწკრივების გადანაცვლებებსა და ნიშნების განლაგებას შორის მჭიდრო კავშირის იდეასთან (იხ. დანართი 2, [27]). სრული ტექსტი მომზადებულია გამოსაქვეყნებლად.

## ოპერაციათა კვლევის და დისკრეტულ ამოცანათა ბანყოფილება

(ბანყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-  
მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი დ. უგულავა)

**სამეცნიერო თემა: სოციალურ-ეკონომიკური პრობლემების მათემატიკური  
მოდელირება და შესაბამისი რიცხვითი მეთოდების დამუშავება**

ოპერაციათა კვლევის და მათემატიკური ეკონომიკის ინტერესთა სფეროს განეკუთვნება როგორც თანამედროვე სოციალ-ეკონომიკური პრობლემების ამსახველი სახალხო-სამეურნეო ამოცანები, ასევე მათემატიკური ეკონომიკის ზოგიერთი კლასიკური მიმართულება. ამ კუთხით ბანყოფილებაში შედგენილია მათემატიკური მოდელები და ალგორითმები მათი შესაძლო პრაქტიკული რეალიზებისათვის.

შესწავლილია საბაზრო კონკურენციის ამოცანა – კონკურენცია რამდენიმე მწარმოებლით (გამყიდველით) – ე.წ. ოლიგოპოლია. განხორციელებულია ახალი მიდგომა – კონკურენცია მწარმოებელთა შეზღუდული უფლებებით მიმდინარეობს დინამიკაში. კონკურენცია აღწერილია თამაშთა თეორიის ფორმით. განხორციელებულია ორი მიდგომა – ანტაგონისტური და კოოპერაციული. ორივე შემთხვევაში საქმე გვაქვს მრავალბიჯიან პროცესთან და სტრატეგიული გადაწყვეტილებების პოვნა წარმოებს დინამიკური პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით.

შესწავლილია ოპტიმალური პროცესები კვაზიწრფივ სამართ სისტემებში დაგვიანებით და შერეული შეზღუდვებით; მიღებულია ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები, რის საფუძველზეც დადგინდა ოპტიმალური მართვის სტრუქტურა პრაქტიკული ღირებულების მქონე ზოგიერთი ამოცანისათვის. ამოცანათა გადაწყვეტა ეყრდნობა უსასრულო კოგანზომილებიან გლუვ-ამოხსნეილ ამოცანებში ექსტრემალურობის პრინციპის გამოყენებას.

დამუშავებულია სიმეტრიული მატრიცული თამაშების ამოხსნის ახალი მეთოდი, რომელიც წარმოადგენს გრადიენტის პროექციის და ბრაუნ-ფონ ნეიმანის მეთოდების სინთეზს. იგი იძლევა ოპტიმალური შერეული სტრატეგიების სასრულ დროში განსაზღვრის საშუალებას მაშინ, როცა ბრაუნ-ფონ ნეიმანის მეთოდი დიფერენციალურ განტოლებებს განიხილავს  $[0, \infty)$  შუალედზე და პოულობს მხოლოდ თამაშის ფასს. ალგორითმი დაპროგრამებულია  $C^{++}$  ენაზე და მუშაობს სწრაფად და საიმედოდ.

განზოგადდა ენერგეტიკული სისტემების ოპტიმალური მართვის წინა წლებში დამუშავებული მათემატიკური მოდელები. ძირითადი გაფართოება შეეხება ე.წ. “ღია მოდელებზე” გადასვლას, ანუ ექსპორტ-იმპორტის დაშვებას. ეს ფაქტორი ძალზედ მნიშვნელოვანია ეკონომიკური თვალსაზრისით, ვინაიდან, როგორც ცნობილია, მეზობელი ქვეყნები დაინტერესდნენ ჩვენი ენერგეტიკული სიმძლავრეებით და გაჩნდა პერსპექტივა გაზაფხული-ზაფხულის პერიოდში საქართველომ გაყიდოს ჭარბი ელექტროენერჯია.

მოდელი მოსინჯულია ფაქტობრივ მასალაზე საქართველოს ერთიანი ენერგოსისტემისათვის.

დამუშავებულია აგრარული სექტორისა და კვების მრეწველობის დარგების ინტეგრირებული და შეწონასწორებული განვითარების მათემატიკური მოდელი. ძირითადი ფაქტორებია სასოფლო-სამეურნეო წარმოების ოპტიმალური გაადგილება, დარგთა შეთანაწყოება და სპეციალიზაცია, ექსპორტ-იმპორტის ზღვრული მოცულობები, მოთხოვნილებები და სხვა. ოპტიმალობის კრიტერიუმად აღებულია მაქსიმალური ჯამური მოგება. მოდელი წრფივი პროგრამირებისაა და, ამდენად, მარტივად რეალიზებადია (თემა ერთობლივად სრულდება აგრარული ეკონომიკის ინსტიტუტთან თანამშრომლობით).

მ. ნოდის გეოფიზიკის ინსტიტუტთან თანამშრომლობით მუშავდება თემა “გარემოს დაბინძურებისა და გულსისძარღვთა დაავადების კორელაციური და რეგრესიული კავშირების გამოკვლევა”. მოპოვებული სტატისტიკური მასალის საფუძველზე ჩვენთან წარმოებს მონაცემთა ბაზის შექმნა, სტატისტიკური მახასიათებლების გამოთვლა და კორელაციური და რეგრესიული ანალიზი ალბათურ-სტატისტიკური დასკვნების მისაღებად, საბოლოოდ კი მოსახლეობის ჯანმრთელობის მდგომარეობის რისკის შესაფასებლად. სამუშაოები კიდევ ერთ წელს გაგრძელდება.

საანგარიშო პერიოდში განყოფილების თანამშრომელთა მიერ სხვადასხვა სამეცნიერო გამოცემებში გამოქვეყნდა 6 ნაშრომი (იხ. დანართი 1, [18 – 23]).

მდინარის ჩამონადენის წყალსაცავით რეგულირების ამოცანა პოპულარულია ოპერაციათა კვლევის ამოცანებს შორის. დამუშავებულია სხვადასხვა მოდელები დინამიკური პროგრამირების მეთოდის გამოყენებით. ეს მოდელები განზომილების ფაქტორის გამო დამუშავებულია მხოლოდ ერთი წყალსაცავიანი სადგურისათვის. ნაშრომში [18] შემოთავაზებულია მოდელი, რომელშიც მოხსნილია მრავალ გამოკვლევებში მოთხოვნილი არსებითი შეზღუდვები და გათვალისწინებულია ენერჯის ექსპორტ-იმპორტი, რაც დღევანდელი რეალობისათვის ძალზედ მნიშვნელოვანია. წარმოდგენილია აგრეთვე მოდელები კასკადური სისტემებისათვის და ერთიანი კომპლექსური ენერგოსისტემისათვის. დინამიკური პროგრამირების მეთოდისათვის დამახასიათებელი განზომილების ფაქტორის გადასალახად შემოთავაზებულია ერთი მარტივი ბუნებრივი მიდგომა.

ნაშრომში [19] წარმოდგენილია დამაბინძურებელი ნივთიერების ზღვის აკვატორიაში გავრცელების პროცესის მათემატიკური მოდელი. პროცესი აღწერილია ჩვეულებრივი წრფივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემის საშუალებით. კონკრეტულ მასალაზე ჩატარებულია გათვლები MATLAB-ის გარემოში.

ნაშრომში [20] აღწერილია სიმეტრიული მატრიცული თამაშების ამოხსნის ახალი მეთოდი, რომელიც წარმოადგენს გრადიენტის პროექციის მეთოდისა და ბრაუნ – ფონ ნეიმანის მეთოდების სინთეზს. იგი იძლევა სასრულ დროში ოპტიმალური სტრატეგიის განსაზღვრის საშუალებას, მაშინ როდესაც ბრაუნ-ფონ ნეიმანის მეთოდი დიფერენციალურ განტოლებებს განიხილავს  $[0, \infty)$  შუალედზე და პოულობს მხოლოდ თამაშის ფასს.

სამომხმარებლო ბაზრისათვის დამახასიათებელია მუდმივი წინააღმდეგობა მოთხოვნა-მიწოდებას შორის, პროდუქციის ასორტიმენტსა და ხარისხზე. ამის გამო აუცილებელი ხდება აგრარული სფეროსა და კვების მრეწველობის დარგების ინტეგრირებული და შეწონასწორებული განვითარება მოსახლეობის სასურსათო უსაფრთხოების დაცვით. ნაშრომში [21] ჩამოყალიბებულია ამ ამოცანის ეკონომიკური ხედვა, რაც ფაქტობრივად წინაპირობაა ეკონომიკურ-მათემატიკური მოდელის შესადგენად. ძირითადი ფაქტორებია სასოფლო-სამეურნეო წარმოების ოპტიმალური გაადვილება, დარგთა შეთანაწყობა და სპეციალიზაცია, ექსპორტ-იმპორტის ზღვრული მოცულობები, მოთხოვნილებები და სხვა. ოპტიმალობის კრიტერიუმად აღებულია მაქსიმალური ჯამური მოგება. მოდელი წრფივი პროგრამირებისაა და შესაბამისად მარტივად რეალიზებადია.

გარდა ამისა, განყოფილებაში დამუშავებულია ელიფსური წირების თეორიასთან დაკავშირებული დისკრეტული ამოცანების საკითხები. დისკრეტული ამოცანები ეფუძნებიან არითმეტიკას, რომლის ერთ-ერთი ძირითადი საგანი არის დიოფანტეს განტოლებათა, ანუ რაციონალურ კოეფიციენტებიან პოლინომიალურ განტოლებათა რაციონალური ამოხსნების შესწავლა. განხილული ელიფსური წირები განპირობებულია ე.წ. კონგრუენტული, და მათი მნიშვნელოვანი განზოგადებით –  $\theta$ -კონგრუენტული რიცხვებით. დადგენილია ნატურალური რიცხვის  $\theta$ -კონგრუენტულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები. შესწავლილია კავშირი  $\theta$ -კონგრუენტულობასა და განხილული კლასის ელიფსური წირების რანგს შორის.

ჰარმონიული რიცხვითი ინტერვალების შესწავლას რიცხვთა თეორიაში, მათი ექსტრემალური თვისებებიდან გამომდინარე, მნიშვნელოვანი ადგილი უჭირავს. ნაშრომში [22] ასეთი ინტერვალების ბაზაზე აღწერილია სრულყოფილი და მეგობრული რიცხვები.

ნაშრომში [23] შესწავლილია ცნობილ ე.წ.  $\theta$ -რაციონალურ სამკუთხედთა ქვეკლასი, სახელდობრ ისეთი სამკუთხედები, რომელთა პერიმეტრი და ფართობი ერთმანეთს ემთხვევა. დამტკიცებულია თეორემები, რომლებშიც აღწერილია ასეთ სინგულარულ სამკუთხედთა გარკვეული თვისებები.

გარდა ჩამოთვლილი სტატიებისა, 2009 წელს გადაცემულია გამო-საქვეყნებლად 2 ნაშრომი (იხ. დანართი 1, [52, 53]).

განყოფილებაში მუშაობს ორი მუდმივმოქმედი სამეცნიერო სემინარი, რომლებსაც ხელმძღვანელობენ ჯ. გიორგობიანი და ნ. კანდელაკი.



## პროგრამირებისა და ინფორმატიკის განყოფილება (განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა- მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი ჰ. მელაძე)

### სამეცნიერო თემა - ახალი ინფორმაციული ტექნოლოგიების დამუშავება

განყოფილებაში მიღებულია კონფლიქტების მოგვარების კომპრომისული – ზოგადი ინფორმაციული მოდელი, რომელიც ხელს შეუწყობს მოლაპარაკების პროცესში ჩართულ მხარეებს სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში. მოდელის ასაგებად გამოყენებულია ინფორმაციისა და კოდირების თეორიის მათემატიკური აპარატი. სტატისტიკურად შეისწავლება მოლაპარაკებათა სივრცე, ე.წ. „არხი“. დაკვირვების შედეგად მიღებული მონაცემების საფუძველზე (უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით), აიგება დაპირისპირებულ მხარეთა ინტერესების კომპრომისზე დამოკიდებული, ე.წ. მოთხოვნილების და მოწოდების ფუნქციები. ამ ფუნქციების ასაგებად საჭიროა მონაცემთა შინაარსობრივი მხარის რიცხვით სახეში გადაყვანა. ამ მიზნით დამუშავებულია სემანტიკური ენტროპიის განსაზღვრის მეთოდი. მიღებული მოდელი რეალიზებულია პროგრამულ ენებზე Pascal და C.

მომზადდა დამხმარე სახელმძღვანელო უნივერსიტეტის სტუდენტებისთვის: "შესავალი ფუნქციონალურ პროგრამირებაში". ფუნქციონალური პროგრამირების შესწავლა ხდება ალგორითმული ენა ლისპის ბაზაზე. სახელმძღვანელოში არის სავარჯიშოები და მათზე პასუხები. სახელმძღვანელო მომზადებულია დასაბეჭდად. განყოფილებაშივე არის შექმნილი ელექტრონული სახელმძღვანელო ფუნქციონალურ პროგრამირებაში, რომელიც დაიდო ვებ-გვერდზე acnet.ge 2009 წელს და ფუნქციონირებს. სახელმძღვანელო განკუთვნილია უნივერსიტეტის ზუსტი და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის სტუდენტებისთვის. გრძელდება მუშაობა სილისპ ტრანსლიატორის შედგენაზე. შედგენილია ლისპზე პრეპროცესორის და ტრანსლიატორის საწყისი ვარიანტი, რომელიც ნორმალურად ფუნქციონირებს.

განყოფილებაში მუშავდება აგრეთვე მარავალწლიანი პროგრამული კომპლექსის პროექტი გერმანიის ტრიერის უნივერსიტეტისათვის: DWB - Deutsches Wörterbuch. იგი ითვალისწინებს გერმანული სალიტერატურო თუ სხვა მასალისათვის, რომლებიც წარმოდგენილია SGML სტანდარტული ფორმატით, ლექსიკონისებური საძიებო სისტემის შექმნას, რომელიც თავის მხრივ მოიცავს მასალების გადამუშავებას, საძიებო სპეციალური სტრუქტურის მონაცემთა ოპტიმალური ბაზის შექმნას და მასში სიტყვების და ქვესიტყვების (ასევე ფრაზების) ყველანაირი ლოგიკური ძიების აპარატის რეალიზაციებს. სისტემა გათვალისწინებულია როგორც ლოკალური (CD) ასევე (WEB) ონლაინ გამოყენებისათვის. პროექტი მულტიპლატფორმულია (Windows, Unix).

საანგარიშო პერიოდში განყოფილების თანამშრომელთა მიერ სხვადასხვა სამეცნიერო გამოცემებში გამოქვეყნდა 24 ნაშრომი (იხ. დანართი 1, [24 – 47]).

ნაშრომში [24] განხილულია ეილერის ცვლადებში ჩაწერილი, გაზუ-  
რი დინამიკის სრულიად კონსერვატიული ორშრიანი სხვაობიანი სქემის  
კრებადობა. დამტკიცებულია სხვაობიანი ამონახსნის კრებადობა საწყისი  
პერიოდული კოშის ამოცანის გლუვი ამონახსნისაკენ  $\tau+h^2$  რიგით  $L^2$  ნორ-  
მაში, იმ პირობით, რომ ბადის ბიჯი საკმარისად მცირეა  $\tau=h^{1+\varepsilon}$  ( $\varepsilon=constant$   
 $>0$ ). განხილული მეთოდის რამდენიმე მოდიფიკაცია გამოყენებული იქნა  
რიცხვითი გათვლებისათვის ერთგანზომილებიანი მათემატიკური მოდელის  
შემთხვევაში (მარჩხი წყლის თეორიის ბაზაზე), რომელიც აღწერს კაშხა-  
ლის ნგრევის დროს წარმოშობილ პროცესებს.

ნაშრომში [25] განხილულია სასაზღვრო ამოცანა პუასონის განტო-  
ლებისათვის სამგანზომილებიან სივრცეში ორგანზომილებიან სტრუქტურ-  
ებზე ერთგანზომილებიანი საერთო ნაწილით, რაც წარმოადგენს გრაფზე  
განსაზღვრული ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის სა-  
საზღვრო ამოცანის განზოგადოებას. გამოკვლეულია დასმული ამოცანის  
რეგულარული ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა.

ნაშრომებში [26, 34] ეილერის ცვლადებში ჩაწერილი სენ-ვენანის  
ორგანზომილებიანი განტოლებებისათვის დასმული კოშის ამოცანის საკ-  
მარისად გლუვ ამოხსნათა კლასში დამტკიცებულია გაწრფივებული სხვა-  
ობიანი სქემის კრებადობა ბადურ ნორმაში  $O(h^2)$  სიჩქარით.

ნაშრომებში [27, 32] კანონიკურად შეუღლებული არამკაფიო ქვესიმ-  
რავლებების ახალი ცნების ბაზაზე დადგენილია ჰაიზენბერგის განუზღვრე-  
ლობის მსგავსი პრინციპი. განზოგადოებული ინფორმაციის თეორიის სა-  
ფუძველზე ნაშრომში დადგენილია კანონიკურ გარდაქმნაში შემავალი  
მუდმივის შინაარსი. ცდომილებათა თეორიის ძირითადი დებულებების გა-  
მოყენებით აგებულია არამკაფიო ნამდვილ რიცხვთა არითმეტიკა.

ნაშრომში [28] დასმულია სასაზღვრო ამოცანა გრაფზე განსაზღ-  
ვრული ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებისათვის და დამტკიცე-  
ბულია დასმული ამოცანის კორექტულობა. აგებულია და გამოკვლეულია  
დასმული ამოცანის სხვაობიანი ანალოგი. შეფასებულია სიზუსტე. მიღე-  
ბული სხვაობიანი სქემისათვის გამოყენებულია ფაქტორიზაციის ტიპის მე-  
თოდი. დასმული ამოცანა განზოგადოებულია სამგანზომილებიან სივრცე-  
ში, ორგანზომილებიან სტრუქტურებზე ერთგანზომილებიანი საერთო ნა-  
წილით და გამოკვლეულია სასაზღვრო ამოცანა პუასონის განტოლებისათ-  
ვის. კვლევის ეს მეთოდი შეიძლება განვაზოგადოთ უფრო რთული სა-  
წყისი მონაცემებისა და განტოლებებისათვის. ასეთ ამოცანებს აქვს პრაქ-  
ტიკული გამოყენება და გვხვდება ფიზიკის, ეკოლოგიის, საინჟინრო და  
სხვა ამოცანების მათემატიკური მოდელირებისას.

ნაშრომში [29] აღწერილია საქართველოში გამოთვლითი მათემატი-  
კისა და მათემატიკური მოდელირების განვითარების ძირითადი ეტაპები.  
მოყვანილია ქართველი მათემატიკოსების მიერ გამოქვეყნებული მონოგრა-  
ფიებისა და მნიშვნელოვანი შრომების ძირითადი შედეგები.

ნაშრომში [30] შესწავლილია ევროპული ტიპის ოფციონის ფასდადე-  
ბის მოდელირების ამოცანა ფინანსური  $(B,S)$  -ბაზრის კოქსის, როსის და  
რუბინშტეინის მოდელის შემთხვევაში. არათვითდაფინანსებადი სტრატეგი-

ების ერთი კლასის შემთხვევაში განხილულია ფასების მთელ წარსულზე დამოკიდებული ზოგადი გადახდის ფუნქცია. აგებულია ოფციონის სამართლიანი ფასი, მინიმალური ჰეჯი და ინვესტორის კაპიტალის პროცესი. განხილულია, აგრეთვე, ევროპული ტიპის ყიდვის სტანდარტული ოფციონი.

ნაშრომში [31] რთული გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი მოდელირებისათვის გამოიყენება მრავალპროცესორიანი გამომთვლელი სისტემები მონაცემთა პარალელური დამუშავებით. სწორედ ასეთი სისტემისათვის ნაშრომში აგებულია და გამოკვლეულია არაწრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის ზოგიერთი საიტერაციო მეთოდი.

ნაშრომში [33] ჩამოყალიბებულია ექსპერტონების თეორიის ახალი ფორმა, რომელიც იძლევა მისი გამოყენების საშუალებას უშუალოდ გადაწყვეტილების მიღებისათვის. გადაწყვეტილების მიღების შესაბამისი ალგორითმი ჩამოყალიბებულია გარკვეული მატრიცების გარდაქმნის სახით. ნაშრომში შესწავლილია აგრეთვე ექსპერტონების ძირითადი ალგებრული თვისებები.

ნაშრომში [35] შესწავლილია სასრული ავტომატების კოლექტიური ქცევის უმარტივესი მოდელი, რომლისთვისაც მიღებულია სტაციონარული განაწილების დამყარების სინჯარის ასიმპტოტური შეფასებები.

ნაშრომში [36] განხილულია სხვადასხვა ალგორითმები, რომელთა საშუალებითაც შესაძლებელია ცოდნის კონცეპტუალური ბაზებიდან ცოდნის ამოღება და ამ ცოდნის საფუძველზე გადაწყვეტილების მიღება და ცოდნიდან ახალი ცოდნების გამოყვანა.

ნაშრომში [37] აგებულია ხეებში ძებნის ახალი "ტალღური" მეთოდი, რომელიც ფუნქციონალურ პროგრამირებაში არსებული "MAP"-ტიპის ფუნქციით და პარალელური პროგრამირების პრინციპის გათვალისწინებით ბევრად აჩქარებს ხეებში საჭირო წვეროების ძებნის ალგორითმის რეალიზაციას. აქვე განხილულია ლისპ-ში პარალელური პროგრამირების რეალიზაციის შესაძლებლობები.

ნაშრომში [38] განხილულია დაპროგრამების პარადიგმის კონცეფცია, ინფორმაციის დამუშავების თავისებურებანი ფუნქციონალურ პარადიგმაში.

ნაშრომში [39] მოცემულია იმპერატიული და ფუნქციონალური პარადიგმების შედარება. განხილულია ობიექტ-ორიენტირებული პროგრამირების რეალიზაციის შესაძლებლობები ლისპზე.

ნაშრომში [40] განხილულია ფუნქციონალური ენებისთვის ავტომატური პროგრამირების პრობლემები, პროგრამების ავტომატური სინთეზისა და ვერიფიკაციის რეალიზაცია რეკურსიული ფორმებისათვის. ამ ამოცანის გადასაჭრელად აგებულია უნივერსალური რეკურსიული ფუნქციის ფორმა.

ნაშრომში [41] განხილულია ავტომატური პროგრამირების პრობლემები, აგრეთვე პროგრამების ავტომატური სინთეზისა და ვერიფიკაციის რეალიზაცია რეკურსიული ფორმებისათვის.

ნაშრომში [42] განხილულია პროგრამების სისწორის დამტკიცების შესაძლებლობები ფუნქციონალურ პროგრამირებაში. ამ ამოცანის გადასაჭრელად ძირითადად გამოიყენება ინდუქციის მეთოდები.

ნაშრომში [43] აგებულია მაღალი მდგრადობის კრიპტოგრაფიული სისტემა, სადაც გამოყენებულია ამერიკული სტანდარტების DES-ისა RIJNDAEL-ის საუკეთესო მხარეები და შემოტანილია ახალი არაწრფივი კომპონენტი, რომელიც მდგრადია ყველა სახის კრიპტოგრაფიული თავდასხმების მიმართ.

ნაშრომში [44] ეხება სასწავლო პროცესის ინფორმაციულ მოდელს, რომელშიც წარმოებს, თანაბრად, როგორც ცოდნის მიმღების, ისე ცოდნის გადამცემის შეფასება. განხილულია დინამიკური ტესტირების მეთოდი, რომელიც, ტესტირების ხისტ მოდელთან შედარებით, უკეთ ასახავს ცოდნის ათვისების ხარისხს.

ნაშრომში [45] შემოთავაზებულია კონფლიქტების მშვიდობიანი მოგვარების ინფორმაციული მოდელი, რომელიც მოლაპარაკების მხარეებს ოპტიმალური გადაწყვეტილების მიღებაში დაეხმარებათ. მოდელი უნივერსალურია და ნებისმიერ კონფლიქტურ სიტუაციაში შეიძლება იქნეს გამოყენებული.

ნაშრომში [46] კოდირების თეორიის გამოყენებით დამუშავებულია სახეთა ამოცნობისა და კლასტერირების უნივერსალური მეთოდები, რომლებიც უზრუნველყოფენ სახეთა რეალიზაციების მიკუთვნებას ეტალონური კლასის სიმრავლესთან, ე.ი. სახეთა ამოცნობას და რეალიზაციათა სიმრავლის ნებისმიერად დაყოფას კლასტერებად.

ნაშრომში [47] პროექტის "DWB - Deutsches Wörterbuch" სარეალიზაციოდ გამოყენებულია დამუშავების თავისუფლად გავრცელებადი საშუალებები (Open Source): მასალების დასამუშავებელი სისტემა იწერება პროგრამულ ენაზე: TCL/TK 8.4; SGML ფაილების სტრუქტურული გარჩევა: CostLib 3.2 (TEI, DTD, ...); მონაცემთა სპეციალიზირებული ბაზა: Metakit; ბაზაში ძებნა სისწრაფისათვის რეალიზდება C<sup>++</sup>-ში.

განყოფილებაში მუშაობს ორი მუდმივმოქმედი სამეცნიერო სემინარი, რომლებსაც ხელმძღვანელობენ ჰ. მელაძე და ზ. ყიფშიძე.

## თავი 4. მივლინებები

### სახელმწიფო

1. ვ. ტარიელაძე მივლინებული იყო ესპანეთში, ლა კორუნას უნივერსიტეტში (აგვისტო-სექტემბერი, 2009) ერთობლივი სამეცნიერო მუშაობისათვის. მომზადდა ორი ნაშრომი:
  - V. Tarieladze. Metrizable TAP and STAP groups, arXiv:0909.1400v1 [Math.GN] 8 Sep 2009. (with X. Domínguez)
  - V. Tarieladze. Topological groups in which all hyper converging sequences are hyper multipliable (with X. Domínguez).მან მონაწილეობა მიიღო საერთაშორისო სემინარის მუშაობაში, რომელიც ჩატარდა კორუნიში (იხ. დანართი 2, [1]).
2. ვ. ტარიელაძე მივლინებული იყო ესპანეთში, ვიგოს უნივერსიტეტში, (სექტემბერი-ნოემბერი, 2009), სადაც წაიკითხა ლექციების ორი კურსი:
  - მათემატიკის საფუძვლები – "ელექტრობის" სპეციალობის I კურსის სტუდენტებისათვის.
  - ალგებრა – ინდუსტრიული ელექტრონიკის სპეციალობის I კურსის სტუდენტებისათვის.

### საქართველოში

1. ინსტიტუტის თანამშრომლები ვ. სანიკიძე, მ. ზაქრაძე, ზ. სანიკიძე, კ. კუპატაძე, ს. ჩობანიანი და გ. გიორგობიანი სსიფ-ს გრანტების დაფინანსებით მივლინებული იყვნენ საქართველოს მათემატიკოსთა ყრილობაზე (ბათუმი/ქუთაისი, ოქტომბერი).
2. გ. გიორგობიანი მივლინებული იყო ბათუმში, სახელმწიფო უნივერსიტეტის მათემატიკისა და კომპიუტერული ტექნოლოგიების ფაკულტეტზე, სადაც წაიკითხა ლექციების კურსი "ფინანსური მათემატიკა" (ოქტომბერი, 2009).

## თავი 5. ღამატეპითი ინფორმაცია

1. ჰ. მეღაძე უკრაინის მათემატიკოსთა კონგრესზე დაჯილდოვდა ნ. ბოგოლიუბოვის სახელობის მედლით “За високий рівень наукових результатів в галузі математично науки”, 2009 წელი.
2. მ. თუთბერიძემ მიიღო ი. ვეკუას სტიპენდია ახალგაზრდა მეცნიერთათვის <http://www.gnsf.ge/fulltext.asp?id=726&idcategory=232>
3. გ. სილაგაძის მიერ მომზადებულია 1 სახელმძღვანელო – დამხმარე სახელმძღვანელო უნივერსიტეტის სტუდენტებისთვის: "შესავალი ფუნქციონალურ პროგრამირებაში" და ელექტრონული სახელმძღვანელო ფუნქციონალურ პროგრამირებაში, რომელიც დადებულია საიტზე [www.acnet.ge](http://www.acnet.ge)
4. ს. ჩობანიანი იყო ორი ნაშრომის რეცენზენტი ჟურნალებისთვის:
  - Journal "Statistics and Probability Letters";
  - Journal "Acta Mathematica Hungarica".
5. ნ. ვახანია მონაწილეობდა საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ ახალგაზრდა მეცნიერ თანამშრომელთათვის აკადემიკოს ილია ვეკუას სახელობის სტიპენდიის მიმნიჭებელი კომისიის მუშაობაში, როგორც კომისიის თავმჯდომარის მოადგილე.

2009 წელს გამომქვეყნებული და გამოსაქვეყნებლად  
გადაცემული ნაშრომები

ა) 2009 წელს გამომქვეყნებულ ნაშრომთა სია

1. Д.Г. Саникдзе, Ш.С. Хубежты. О вычислительной схеме повышенной точности для решения одного класса сингулярных интегральных уравнений. Тр. XVI международного симпозиума "Методы дискретных особенностей в задачах математической физики". Харьков-Херсон, 2009, 1-4.
2. J. Sanikidze, M. Mirianashvili. On Cauchy type singular integrals approximation method in applied physics. Proc. of the 2<sup>nd</sup> WSEAS Intern. Conf., 2009, 182-185.
3. G.A. Kutateladze, D.G. Sanikidze. К вопросу вычисления напряжений в решении одного класса задач теории упругости для плоскости с разрезами по схеме приближенного вычисления интегралов типа Коши. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 2009, 4(21), 195-199.
4. G. Kutateladze. Some boundary problems of analytic functions for a disk with cuts. Proc. of the 2<sup>nd</sup> WSEAS Intern. Conf., 2009, 121-123.
5. G. Khatishvili. On an extension and torsion of a beam made from a binary isotropic mixture. Applied Math., Informat. and Mechan., 14, 2009.
6. M. Zakradze, Z. Sanikidze, N. Koblishvili. On one matrix of fundamental solutions of the equation of dynamic elasticity theory. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 4(21), 2009, 200-213.
7. M. Mirianashvili. On a three level difference scheme for the regularized long wave equation. Mem. Differential Equations Math. Phys. 46 (2009), pp. 147-155 (co-author G. Berikelashvili).
8. Z.V. Khukhunashvili. Algebraic theory of process motion. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 4(21), 2009 (co-authors: V.Z. Khukhunashvili, Z.Z. Khukhunashvili).
9. G. Chelidze. On Nordlander's conjecture in the three-dimensional case. Arkiv fur Matematik, 47, 2, 2009, 267-272.
10. G. Chelidze. Gagliardo-Nirenberg type inequalities for variable exponent Lebesgue spaces. J. of Math. Anal. and Appl. 356, 1, 2009, 232-236 (co-author T. Kopaliani).
11. S.A. Chobanyan. Equivalence of convergence for almost all signs and almost all rearrangements of functional series. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 2, 2009, 23-29. (co-authors: S. Levental, V. Mandrekar).
12. V. Tarieladze. Even continuity and topological equicontinuity in topologized semi-groups. Topology and Applications 156, 7, 2009, 1289-1297 (co-authors: E. Corbacho and R. Vidal).
13. V. Tarieladze. Observations about even continuity and topological equicontinuity. Topology and its Applications, 156, 18, 2009, 3062-3069 (co-authors: E. Corbacho and R. Vidal).

14. V. Tarieladze. Convergence properties of summing operators. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 3, 2009, 16-24 (co-author R. Vidal).
15. N. Vakhania, V. Kvaratskhelia. On unconditional convergence of series in Banach spaces with unconditional basis. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 1, 2009, 20-24.
16. Н.Н. Вахания, Г.З. Челидзе. Кватернионные гауссовские случайные величины. Теория Вероятностей и ее применения, 54, 2, 2009, 337-344.
17. N. Vakhania. On a probability problem of Lewis Carroll. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 3, 2009, 8-11.
18. Дж. Георгობიანი, М. Начкебия. Оптимизация долгосрочных режимов работы гидроэлектростанций. ა. ელიაშვილის მართვის სისტემების ინსტიტუტის შრომები, 13, 2009.
19. J. Giorgobiani, M. Nachkebia, G. Giorgobiani. Mathematical model of one process of ecological pollution. Georgian Engineering News, 1, 2009, 90-93.
20. M. Tutberidze. Solving games by differential equations in finite time. Proceedings of Tbilisi A. Razmadze Math. Institute, 150, 2009, 71-83 (co-authors: K. Gelashvili, M. Jordanishvili).
21. მ. ნიკოლეიშვილი. სოფლის მეურნეობის ოპტიმალური და მდგრადი განვითარების მოდელირება სასურსათო უსაფრთხოების უზრუნველყოფის მიზნით. აგრარული ეკონომიკური მეცნიერებები და ტექნოლოგიები, 3, 2009, 20-25 (თანაავტორი ო. ქაშაკაშვილი).
22. Н. Канделаки, Г. Церцвадзе. О принципе гармонических числовых интервалов. Bulletin of St. Andrew the First Called Georgian University of The Patriarchy of Georgia, 1, 2009.
23. Н. Канделаки, Г. Церцвадзе.  $\theta$ -конгруэнтные числа для сингулярных треугольников. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 4(21), 2009, 214-219.
24. H. Meladze. Convergence of a two-layer scheme for equations of gas dynamics in Eulerian variables with geo-physical applications // [International Journal of Computer Mathematics](#), Volume 86, Issue 3, March 2009, pp. 537 – 548 (co-authors: Criado-Aldeanueva, F. Criado).
25. H.V. Meladze. The boundary value problem for Poisson equation on some two dimensional structures in three dimensional space. Proceedings of the 2nd WSEAS International Conference on Finite Differences, Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements (F-and-B `09) - Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp.139-145 (co-authors: D.G. Gordeziani, T .D. Davitashvili).
26. H.V. Meladze. Convergence of linearized difference schemes for two-dimensional Saint-Venant equations (Shallow Water). Proceedings of the 2nd WSEAS International Conference on Finite Differences, Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements (F-and-B `09), Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp.178-181 (co-author A.Z. Chanturia).
27. H.Meladze, G.Tsertsvadze. New chromo theory of canonically conjugate fuzzy subset. Proceedings of the 3rd WSEAS International Conference on Computational Intelligence (CI `09), Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp.410-413 (co-authors: T. Gachechiladze, M. Tsintsadze).



28. H. Meladze. On one generalization of boundary value problem for ordinary differential equations on graphs in the three-dimensional space. WSEAS Transactions on Mathematics, Issue 8, Volume 8, August 2009, pp.457-466 (co-authors: D. Gordeziani, T. Davitashvili).  
([http://www.worldses.org/journals/mathematics/mathematics\\_2009.htm](http://www.worldses.org/journals/mathematics/mathematics_2009.htm) )
29. ჰ. მელაძე. საქართველოში გამოთვლითი მათემატიკისა და მათემატიკური მოდელირების განვითარების ზოგიერთი ასპექტი. საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის ბიულეტენი, 1, 2009, 60-75. (თანაავტორი დ. გორდეზიანი).
30. ჰ. მელაძე. ევროპული ოფციონის ფასდადების მოდელირება. საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის ბიულეტენი, 1, 2009, 83-94. (თანაავტორები: პ. ბაბილუა და ბ. დოჭვირი).
31. H. Meladze. About some algorithms for solution of systems of the nonlinear equations on computing systems with parallel processors. Proceedings of the conference “Computing 2008”, October 19, 2008, Tbilisi, 2009, pp.96-98 (co-author T. Davitashvili).
32. H. Meladze, G. Tsertsvadze. New chromotheory of canonically conjugate fuzzy subsets. Proceedings of the conference “Computing 2008”, 19 October, 2008, Tbilisi, 2009, pp. 56-58 (co-authors: T. Gachechiladze, N. Archvadze, T. Davitashvili).
33. H. Meladze, G. Tsertsvadze. Expertons for expert evaluations. Proceedings of the conference “Computing 2008”, 19 october, 2008, Tbilisi, 2009, pp.47-49 (co-authors: G. Gachechiladze, T. Gachechiladze, T. Davitashvili).
34. H.V. Meladze. Convergence of lineared difference schemes for two-dimensional Saint-Venant equations (Shallow Water). Proceedings of the conference “Computing 2008”, 19 october, 2008, Tbilisi, 2009, pp.83-87 (co-author A.Z. Chanturia).
35. გ. ცერცვაძე. სტაციონარული განაწილების ასიმპტოტიკის შესახებ ავტომატების კოლექტიური ქცევის უმარტივეს მოდელში. სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, მათემატიკა და კომპიუტერული მეცნიერებები, 4, 2008, 111-122.
36. Z. Kochladze. About the principles of search in conceptual knowledge bases. Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Intelligence. Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp.342-344 (Published by WSEAS Press).
37. M. Pkhovelishvili. The parallel programming on the LISP – base. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 1(18), 2009, 13-15 (co-author N. Archvadze ).
38. M. Pkhovelishvili. დაპროგრამების პარადიგმა და ინფორმაციის დამუშავების ასპექტები ფუნქციონალურ პარადიგმაში. GESJ, Computer Science and Telecommunications, <http://gesj.internet-academy.org.ge>, 2(19), 2009, 118-149 (co-author N. Archvadze).
39. მ. ფხოველიშვილი. იმპერატიული და ფუნქციონალური პარადიგმების ურთიერთშედარება. საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირ-

ველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის ბიულეტენი, 2, 2009, 122-130 (თანაავტორი ნ. არჩვაძე).

40. M. Pkhovelishvili. Program recursive forms and programming automatization for functional languages. WSEAS Transactions on Computers, 8, 2009, 1256-1265 (co-authors: N. Archvadze, L. Shetsiruli, M. Nizharadze)  
<http://www.worldses.org/journals/computers/computers-2009.htm>
41. M. Pkhovelishvili. A recursion forms and their verification by using the inductive methods. Computing and Computational Intelligence. Proceedings of the European Computing Conference (ECC'09), Tbilisi, June 26-28, 2009, pp.357-361 (co-authors: N. Archvadze, L. Shetsiruli, M. Nizharadze).
42. M. Pkhovelishvili. Problems of verification of functional programs. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 3, 2009, 57-60 (co-authors: N. Archvadze, L. Shetsiruli).
43. ზ. ყიფშიძე, ა. ჩადუნელი, მ. ჩორხაული. მაღალი მდგრადობის კრიპტოგრაფიული სისტემა. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები, №1(471), 2009, 63-67.
44. Z. Kipshidze. Learning process management information method. Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Intelligence. Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp. 338-341 (co-author A. Dzodzuashvili).
45. Z. Kipshidze. General conflict management information model. Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Intelligence. Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp. 389-392 (co-authors: A. Dzodzuashvili, G. Ananiashvili).
46. Z. Kipshidze, A. Chaduneli, G. Ananiashvili, G. Ghlonti. Constructive method for the recognition of patters. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, 3, 2, 2009, 33-36.
47. I. Chogovadze. An efficient database and search engine for electronic publications. Proceedings of the European Computing Conference (ECC '09), Tbilisi, Georgia, June 26-28, 2009, pp. 405 – 410 (co-authors: A. Gamkrelidze, T. Burch).

#### **ბ) 2009 წელს გამოსაქვეყნებლად გადაცემულ ნაშრომთა სია**

48. G. Chelidze, S. Chobanyan, G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia. Greedy algorithm fails in compact vector summation. (იბეჭდება საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ბიულეტენში).
49. S. Chobanyan. Some extensions of the Nikishin theorem on rearrangement a.s. convergence of functional series (with S.Levental, V. Mandrekar). (იბეჭდება ჟურნალ Functional Analysis and Applications).
50. V. Tarieladze, A. Shangua. A permutational version of the Banach-Saks property. (გადაცემულია ჟურნალ Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.)
51. V.Tarieladze. Convergence of characters in Schwartz groups, 2009. (with M. J. Chasco and X. Dominguez) (გადაცემულია ჟურნალ "Topology and its Application")

52. დ. უგულავა, დ. ზარნაძე. “On the notion of generalized spline for a sequence of problem elements sets” (ობექტდება საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის ბიულეტენში).
53. ნ. კანდელაკი, დ. უგულავა, თ. ჩანტლაძე. “ $\theta$ -congruent numbers” (გადაცემულია ჟურნალ Georgian Math. Journal).
54. Д. Г. Саникдзе. О квадратурных формулах Гаусса для интегралов с фиксированной особенностью типа Коши и их некоторых приложениях. Министерство Образования и Науки РФ. Сборник статей IV-ой международной научно-технической конференции ” Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем“. 19-22 октября, 2009, Пенза, Россия. (ობექტდება)
55. M. Zakradze, Z. Sanikidze, N. Koblishvili. On approximation of some dynamic problems of elasticity theory. (ობექტდება ჟურნალ Proc. A. Razmadze Math. Inst.).

2009 წელს საზღვარგარეთ და საქართველოში გამართულ სამეცნიერო ფორუმებზე წაკითხული მოხსენებები

ა) საზღვარგარეთ გამართული კონფერენციები

1. V. Tarieladze. International seminar "Topological groups", October, 8-9, 2009, La Coruna, Spain. Invited lecture: "Metrizible TAP groups".
2. M. Menteshashvili. Ukrainian Mathematical Congress, Kiev, August 27-29, 2009. მოხსენება: О зонах покоя в областях распространения нелинейных волн (with G. Bagathuria, J. Gvazava).  
[http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/en/program/Program\\_NMMPM.pdf](http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/en/program/Program_NMMPM.pdf)  
<http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/partUMC2009.html#H>
3. H. Meladze. Ukrainian Mathematical Congress, Kiev, August 27-29, 2009. მოხსენება: Решение нелокальных задач с интегральными краевыми условиями для некоторых уравнений математической физики (with D. Gordeziani, T. Davitashvili, N. Skhirtladze).  
[http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/en/program/Program\\_NMMPM.pdf](http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/en/program/Program_NMMPM.pdf)  
<http://www.imath.kiev.ua/~congress2009/partUMC2009.html#H>
4. H. Meladze, G. Tsertsvadze. II Всероссийская конференция «ЗНАНИЯ – ОНТОЛОГИИ – ТЕОРИИ» с международным участием, Новосибирск, 20–22 октября 2009 г. მოხსენება: New chromotheory of canonically conjugate fuzzy subsets. <http://www.math.nsc.ru/conference/zont09/reports.html>
5. M. Pkhovelishvili. XI International Conference "System analysis and information technologies " (SAIT-2009). May 26-30, 2009, Kiev, Ukraine. მოხსენება: Complex Production of Programs for functional languages.
6. M. Pkhovelishvili. International Scientific Conference eRa-4 (The Conference for the contribution of Information Technology), 24 - 26 September, 2009. Piraeus, Greece. მოხსენება: Representation of trees by means of lists in functional programming languages and modern search realisations.
7. M. Tutberidze. Eighth Mississippi State - UAB Conference on Differential Equations & Computational Simulations. May 7-9, 2009. Starkville, MS, USA. მოხსენება: "The Comparison and Convergence Theorems for the Discrete Analogous of Initial-Boundary Problem to One Parabolic Equation"
8. Д. Г. Саникдзе, Ш. С. Хубежты. Международный симпозиум "Методы дискретных особенностей в задачах математической физики". Харьков-Херсон, 2009. მოხსენება: О вычислительной схеме повышенной точности для решения одного класса сингулярных интегральных уравнений.
9. Д. Г. Саникдзе. IV Международная научно-техническая конференция "Аналитические и численные методы моделирования естественнонаучных и социальных проблем". 19-22 октября, 2009, Пенза, Россия. მოხსენება: О квадратурных

формулах Гаусса для интегралов с фиксированной особенностью типа Коши и их некоторых приложениях.

**ბ) საქართველოში ჩატარებული კონფერენციები**

**2nd WSEAS International Conference on Finite Differences, Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements (F-and-B '09), Tbilisi, Georgia, June 26-28**

10. H. Meladze. The Boundary Value Problem for Poisson Equation on Some Two Dimensional Structures in Three Dimensional Space. Proc. pp.139-145.
11. H. Meladze. Convergence of Linearized Difference Schemes for Two-Dimensional Saint-Venant Equations (Shallow Water). Proc. pp.178 -181.
12. J. Sanikidze, M. Mirianashvili. On Cauchy Type Singular Integrals Approximation Method in Applied physics.
13. G. Kutateladze. Some Boundary Problems of Analytic functions for a Disk With Cuts

**3rd International Conference on Computational Intelligence (ECC'09), Tbilisi, Georgia, June 26-28. 2009**

14. H. Meladze, G. Tsertsvadze. New chromo theory of canonically conjugate fuzzy subset. Proc. pp.410-413, (with T. Gachechiladze, M. Tsintsadze).
15. M. Pkhovelishvili. A recursion forms and their verification by using the inductive methods.
16. Z. Kochladze. About the Principles of Search in Conceptual Knowledge Bases.
17. I. Chogovadze. An Efficient Database and Search Engine for Electronic Publications. Proc. pp. 405 – 410, (with A. Gamkrelidze, T. Burch)
18. Z. Kipshidze. Learning Process Management Information Method. Proc. pp. 338-341, (with A. Dzodzuashvili ).
19. Kipshidze Z. General Conflict Management Information Model. Proc. pp. 389-392, (with A. Dzodzuashvili, G. Ananiashvili)
20. მ. თუთბერიძე. ინგლისურ-ქართული თარჯიმანის ერთი ელექტრონული მოდელის შესახებ.

**საქართველოს მათემატიკოსთა მე-5 ყრილობა**

**(ბათუმში-ჭუთანისი, 2009, 9-11 ოქტომბერი)**

21. ჯ. სანიკიძე. ზოგიერთი კლასის სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამონახსნის შესახებ უსასრულო შუალედზე. Abstracts of contributed talks, p. 83.

22. M. Zakradze, Z. Tabagari, Z. Sanikidze, N. Koblishvili. On one model of reduction of the Dirichlet generalized problem to ordinary problem for harmonic functions. Abstracts of contributed talks, p. 83.
23. Z. Khukhunashvili. Algebraic theory of motion processes. Abstracts of contributed talks, p. 139.
24. N. Vakhania, G. Chelidze. Quaternion Gaussian random variables. Abstracts of contributed talks, p. 126.
25. V. Kvaratskhelia. The Law of large numbers for weakly correlated random elements in Hilbert space. Abstracts of contributed talks, p. 126-127.
26. B. Mamporia. Generalized stochastic differential equations in a Banach space, existence and uniqueness of solutions. Abstracts of contributed talks, p. 127.
27. S. Chobanyan, G. Giorgobiani. A maximum inequality for rearrangements of summands and its applications to orthogonal series and scheduling theory. Abstracts of contributed talks, p.32, (with L. Chobanyan).
28. დ. ზარნაძე, დ. უგულავა. განზოგადებული სპლაინები წრფივი ამოცანისათვის პრობლემის ელემენტების სიმრავლეთა მიმდევრობისათვის. Abstracts of contributed talks, p. 78.
29. M. Nachkebia, M. Tutberidze. Mathematical model of one process of ecological pollution. Abstracts of contributed talks, p. 142.
30. H. Meladze. The solution of nonlocal problems with integrated boundary conditions for some problems of mathematical physics. Abstracts of contributed talks, p. 73, (with D. Gordeziani, T. Davitashvili, N. Skhirtladze).

**ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო  
უნივერსიტეტის ილია ვეკუას სახელობის გამოყენებითი მათემატიკის  
ინსტიტუტის სემინარის XXIII გაზართოეზული სხდომები,  
22–24 აპრილი, 2009**

<http://www.viam.science.tsu.ge/others/GS-2009.doc>

31. ვ. კვარაცხელია. კორელაციის კოეფიციენტი ბანახის სივრცეში.
32. ნ. ვახანია. ლუის კეროლის ერთი ალბათური ამოცანის შესახებ.
33. ვ. ტარიელაძე, თ. შერვაშიძე. ზღვართი თეორემები შემთხვევით ვექტორთა უსასრულო სერიებისათვის.
34. დ. უგულავა. ზოგიერთი ელიფსური წირების შესახებ.
35. ჯ. სანიკიძე. დრეკადობის თეორიის ამოცანათა ერთი კლასისათვის ჭრილებით დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრის შესახებ.
36. გ. ქუთათელაძე. ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის ზოგიერთი სასაზღვრო ამოცანა ჭრილებიანი რგოლისათვის.
37. ზ. ცინცაძე. ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობები კვაზი-წრფივი სისტემებისათვის არათანაზომადი დაგვიანებებით და შერეული შეზღუდვებით.

## სხვა კონფერენციები

38. ნ. კანდელაკი, დ. უგულავა, თ. ჩანტლაძე. *θ*-კონგრუენტული რიცხვები. აკადემიკოს ლ. ჟიჟიაშვილის დაბადებიდან 75 წლისთავისადმი მიძღვნილი კონფერენცია. მარტი, 2009, თბილისი.
39. მ. ნიკოლეიშვილი. სამეურნეო რისკის ფაქტორების შეფასება თამაშთა თეორიის მეთოდების გამოყენებით. კონფერენცია “აგრარული სექტორის ეკონომიკური ზრდის პრიორიტეტი და რისკის მართვა. აპრილი, 2009, თბილისი. მოხსენებათა თეზისები, გვ. 14-17, (თანაავტორები: ო. ქეშელაშვილი და ჯ. ბაჟუნაიშვილი).
40. მ. ნიკოლეიშვილი. ფერმერულ მეურნეობათა განვითარების ოპტიმიზაციისა და მდგრადობის მოდელირება. რესპუბლიკური კონფერენცია “რისკის შეფასება და ფერმერული მეურნეობის მდგრადი განვითარების საფუძვლები”, ნოემბერი, 2009, თბილისი. მოხსენებათა თეზისები, გვ. 18-20, (თანაავტორი ო. ქეშელაშვილი).