

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის

ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის

გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

(MICM)



პროექტი

თანამედროვე მათემატიკური და კომპიუტერული
მოდელების აგება, ანალიზი და რეალიზაცია

2023 – 2027

1.1 პროექტის დასახელება: მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების აგება, ანალიზი და რეალიზაცია

1.2 პროექტის ხელმძღვანელები:

- ჰამლეტ მელაძე. ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.
ტელეფონი: 599574456;
ელ.ფოსტა: h.meladze@gtu.ge
- ვახტანგ კვარაცხელია. ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი.
ტელეფონი: 555129750;
ელ.ფოსტა: v.kvaratskhelia@gtu.ge

1.3 საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი
ვებ-გვერდი - <http://micm.edu.ge/>

1.4 პროექტის ხანგრძლივობა – 5 წელი

შინაარსი

1.5. პროექტის მოკლე შინაარსი.....	5
მიმართულება 1. მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება	6
მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.....	7
მიმართულება 3. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდები ფუნდამენტურ და გამოყენებით ამოცანებში	10
მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია.....	11
1.6. არსებული აღჭურვილობა და დანადგარები	12
1.7. პროექტის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგები.....	13
1.8. პროექტის სავარაუდო ღირებულება.....	14
2. პროექტის აღწერილობა	15
2.1. შესავალი	15
მიმართულება 1. მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება	15
მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება.....	22
მიმართულება 3. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდები ფუნდამენტურ და გამოყენებით ამოცანებში	30
მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია.....	38
2.2. ლიტერატურული მონაცემები	41
მიმართულება 1.	41
მიმართულება 2	45
მიმართულება 3.	47
მიმართულება 4	51
2.3 პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება.....	53
მიმართულება 1	53
მიმართულება 2	54
მიმართულება 3	56

მიმართულება 4	58
3.1 პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით	58
3.1.1 ამოცანების ჩამონათვალი პერიოდების მითითებით	58
მიმართულება 1	58
მიმართულება 2	60
მიმართულება 3	63
მიმართულება 4	66
3.1.2 პროექტის ფარგლებში ჩატარებული სამუშაოს მოსალოდნელი შედეგები/ თვლადი ინდიკატორები ეტაპების მიხედვით	70
მიმართულება 1	70
მიმართულება 2	72
მიმართულება 3	76
მიმართულება 4	80
3.2 პროექტში ახალგაზრდა მეცნიერების ჩართულობა, აკადემიური დოქტორის ხარისხის მოსაპოვებელი სადისერტაციო ნაშრომების მომზადება და სხვა.....	85
4. საგრანტო პროექტები	85
4.1. ჰორიზონტი ევროპას (HORIZON EUROPE) საგრანტო პროექტი 2022 – 2025.....	85
4.2. სხვა საგრანტო პროექტები.....	86
4.2.1. ევროკომისიის მიერ დაფინანსებული პროექტები	86
4.2.2. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტები.....	87
5. დამატებითი ინფორმაცია	87
5.1. სასწავლო პროცესში ჩართულობა	87
5.2. საერთაშორისო კავშირები	88
5.3. სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზება.....	88
6. ინსტიტუტის თანამშრომლები.....	90

1.5. პროექტის მოკლე შინაარსი

წინამდებარე პროექტი მიზნად ისახავს თეორიული და გამოყენებითი დანიშნულების ამოცანების მათემატიკურ და კომპიუტერულ კვლევას, სათანადო გამოთვლითი მეთოდების და თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დამუშავებასა და დანერგვას. პროექტში წარმოდგენილია როგორც ინსტიტუტისთვის ტრადიციული მიმართულებები, ასევე თანამედროვე, ახალი ამოცანები.

პროექტი ხუთწლიანია. მისი შედეგებისას მაქსიმალურად იქნა გათვალისწინებული ინსტიტუტისა და, საზოგადოდ, ქვეყნის წინაშე მდგარი ახალი გამოწვევები. პირველ რიგში უნდა აღინიშნოს ჩვენს ქვეყანაში მძლავრი გამოთვლითი რესურსის შექმნასთან დაკავშირებული მასშტაბური პროექტი, რომლის განხორციელება ჩვენი ინსტიტუტის ბაზაზე დაიწყო 2022 წელს, როდესაც უმაღლესი საგანმანათლებლო დაწესებულებების დამოუკიდებელი სამეცნიერო-კვლევითი ერთეულების მატერიალურ ტექნიკური ბაზის განახლების ხელშეწყობის ქვეპროგრამის ფარგლებში, შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით RIM-2-21-132, შეძენილი იქნა მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერი (იხ. პუნქტი 1.6). აღნიშნული სერვერი, მისი მომავალი კომპიუტერული გაძლიერების პერსპექტივით, შესაძლებლობას მოგვცემს დავსვათ და მათემატიკური მეთოდებით გადავწყვიტოთ ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ხასიათის პრობლემები, დავუთმოთ დიდი გამოთვლითი რესურსები მეცნიერების წინაშე მდგარ თანამედროვე ამოცანებს, ავითვისოთ და განვავითაროთ თანამედროვე ტექნოლოგიები, განვახორციელოთ საგანმანათლებლო პროგრამები.

პროექტში მნიშვნელოვანი ყურადღება ეთმობა ახალგაზრდა მეცნიერების კვლევებით დაინტერესებას და მეცნიერებაში მოზიდვას.

პროექტში დაგეგმილია კვლევები შემდეგი 4 მიმართულებით:

მიმართულება 1. მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება;

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება;

მიმართულება 3. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდები ფუნდამენტურ და გამოყენებით ამოცანებში;

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია.

ქვემოთ მოკლედ მიმოვიხილავთ პროექტით დასახულ ამოცანებს მიმართულებების მიხედვით.

მიმართულება 1. მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება

ამ მიმართულებით დაგეგმილია 4 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 1.1. დირიხლეს კლასიკური და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა ერთი ან რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირის მქონე არეების შემთხვევაში ალბათური ამოხსნის მეთოდით.

ამოცანაში 1.1 ნაწარუდევია დირიხლეს ზოგიერთი სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის და მათი რიცხვითი ამოხსნის საკითხის შესწავლა ერთი ან რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრული სასრული და უსასრულო არეების შემთხვევაში. განზოგადებული ამოცანის ქვეშ იგულისხმება შემთხვევა, როცა სასაზღვრო ფუნქციას აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირების სასრული რაოდენობა. ასევე, ინტერესის და კვლევის საგანს წარმოადგენს უფრო ზოგადი ელიფსური ტიპის განტოლებებისათვის დირიხლეს სასაზღვრო ამოცანების ამოხსნის შესაძლებლობა ალბათური მეთოდით.

ამოცანა 1.2. კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემები და მათი გამოყენებები საინჟინრო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვით ამოხსნაში.

ამოცანაში 1.2 განხილული იქნება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემების აგებისა და მათი გამოყენების საკითხები, როგორც დრეკადობის თეორიის, ასევე სხვადასხვა დრეკადი სხეულების დეფორმაციისას წარმოქმნილი ბზარების ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისთვის. განსაკუთრებული ყურადღება დაგეგმილ კვლევებში დაეთმობა მააპროქსიმირებელი ოპერატორების ინდივიდუალურ შესწავლას. გაგრძელდება რიცხვითი ალგორითმების დამუშავება ერთმანეთში ჩადგმული მახლობელრადიუსიანი ცილინდრული სხეულების საკონტაქტო ამოცანებისთვის იმ შემთხვევაში, როდესაც სხეულებს ზედაპირებზე გააჩნიათ ბზარის გავრცელების მიდამოები.

ამოცანა 1.3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა.

ამოცანაში 1.3 დაგეგმილია გარსებისა და მშენებლობაში მათ გამოყენებასთან დაკავშირებული პრობლემატიკის შესწავლა. მშენებლობის მრავალ სფეროში ფართოდ გამოიყენება კომპოზიტური მასალები. სამშენებლო ობიექტების ასაგებად ხშირად გამოიყენება თხელკედლიანი კონსტრუქციები, რომლებიც დამზადებულია კომპოზიტური(ფენოვანი) მასალებისაგან. თანამედროვე ტექნოლოგიების განვითარება განაპირობებს მდგრადი და მსუბუქი კონსტრუქციების აგების აუცილებლობას. ასეთი კონსტრუქციების ასაგებად ფართოდ გამოიყენება კომპოზიტური (ფენოვანი) მასალები. თხელკედლიანი კონსტრუქციებს ხშირ შემთხვევაში აქვთ ფენოვანი ბრუნვითი გარსის, კერძოდ, ცილინდრული, კონუსური, სფერული ან ელიფსოიდალური ფორმა.

მშენებლობის სფეროში კომპოზიტური მასალების გამოყენებამ, საკმარისად აქტუალური გახადა ფენოვანი გარსების დეფორმაციების შესწავლასთან და საინჟინრო გათვლებთან დაკავშირებული პრობლემები. კვლევის საგანს წარმოადგენს აღნიშნული სახის ფენოვანი

გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი. კვლევის სიახლეა აღნიშნული კლასის ამოცანების შესწავლა გარსთა წრფივი და არაწრფივი დაზუსტებული თეორიების საფუძველზე აგებული ალგორითმების და სათანადო რიცხვითი მეთოდის შერჩევის მეშვეობით.

ამოცანა 1.4. სტოქასტური მოდელები რთული ტექნიკური სისტემების სტრუქტურულ მართვაში

ამოცანა 1.4 შეეხება ტერიტორიულად განაწილებული ქსელების სტრუქტურული მართვის მათემატიკურ მოდელირებასთან დაკავშირებულ საკითხებს. ტექნიკური თვალსაზრისით, აღნიშნული ქსელების ქვეშ იგულისხმება კომპიუტერული და სატელეკომუნიკაციო სისტემები, გაზისა და ნავთობის მილსადენები, თავდაცვისა და ტრანსპორტის სისტემები და ა.შ. ხოლო მათი სტრუქტურული მართვა საჭიროა ქსელში წარმოქმნილი სხვადასხვა ფიზიკური ხარვეზის თავიდან ასაცილებლად. აქედან ნათელია, რომ დასმულ ამოცანას გააჩნია საკმარისად მაღალი პრაქტიკული ღირებულება და მნიშვნელოვანია მათემატიკური მეთოდების დამუშავება ამოცანაში განხილული პრობლემატიკის კვალიფიციური გადაწყვეტისთვის. დარგის წამყვანი ექსპერტების ვარაუდით, ერთ-ერთ ეფექტურ მიდგომას ამ მიმართულებით წარმოადგენს რამდენიმე ათეული სათანადო მოდელის შექმნა და გამოკვლევა.

წარმოდგენილი პროექტის ფარგლებში დაგეგმილია აღნიშნული ტექნიკური სისტემების მართვის როგორც ახალი სტოქასტური მოდელების აგება, ასევე თემის შემსრულებელთა მიერ უკვე აგებული მოდელების საფუძვლიანი გამოკვლევა და ანალიზი.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება

2018 – 2022 წლების პროექტის ფარგლებში მათემატიკური მოდელირების განყოფილებაში კვლევები ძირითადად მიმდინარეობდა არაწრფივი და არაკორექტული ამოცანების მოდელირების, ოპერაციათა კვლევის, მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის, შესაბამისი ამოცანების ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავების მიმართულებებით. მაღალრეიტინგულ სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნდა და გამოსაქვეყნებლად მიღებულია 9 სტატია, საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციებზე გაკეთდა 20-ზე მეტი მოხსენება. ამ მიმართულებებით კვლევების გაგრძელება იგეგმება 2023 – 2027 წლებში იმ ახალი ამოცანების ირგვლივ, რაც წარმოიშვა წინა პროექტით გათვალისწინებულ პრობლემებზე მუშაობის პროცესში. დაგეგმილია როგორც ფუნდამენტური, ასევე გამოყენებითი ამოცანების განხილვა.

ამ მიმართულებით გათვალისწინებულია შემდეგი 4 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებულ და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება

განხილული იქნება შემდეგი საკითხები:

1. ამოცანის დასმა უწყვეტ თამაშთა სხვადასხვა კლასებისათვის,
2. უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის საკითხები,
3. მთელრიცხვთა ოპტიმიზაციის მიმართულებით კვლევები გაგრძელდება მთელრიცხვა დაპროგრამების ზოგიერთი ფართო პრაქტიკული გამოყენების მქონე ამოცანისათვის ოპტიმალური ამოხსნის პოვნის ალგორითმების დამუშავებისა და მათი პროგრამული უზრუნველყოფის კუთხით.

ამოცანა 2.2. სასრული ორბიტების ჰილბერტის სივრცესა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში პირველი გვარის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა. სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები არაკორექტული ამოცანების საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის

ჰილბერტის სივრცეებს შორის მოქმედი სინგულარული დაშლის მქონე ოპერატორისათვის განხილული იქნება პირველი გვარის არაკორექტული $Au = f$ სახის განტოლება. სამიგბელია ამ განტოლების განზოგადებული ამოხსნა ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით. ამ მიზნით მოხდება განტოლების გადატანა სასრული ორბიტების ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე, ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში, სადაც შებრუნებული ოპერატორი უწყვეტი ხდება. მარჯვენა მხარეზე მოცემული არაადაპტური ინფორმაციისათვის შესწავლილი იქნება სპლაინური ალგორითმის კონსტრუირებისა და აგებული მიახლოებითი ამონახსნების ჩვენს მიერ აგებულ სივრცეებში განზოგადებული ამოხსნისაკენ კრებადობის საკითხი.

კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის აგებული იქნა უმარტივესი წრფივი სპლაინური ალგორითმები ჩვენს მიერ შემოტანილი სასრული ორბიტებისა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში უარესი დასმის ამოცანის შემთხვევაში რადონის ოპერატორის შებრუნებულის გამოსათვლელად. ასეთი დასმის შემთხვევაში ვერ მოხერხდა ოპტიმალური და ცენტრალური ალგორითმების აგება. საშუალო დასმის შემთხვევაში ვახანას, ტრაუბისა და ვერშულცის შრომებში დამტკიცდა ამოხსნის ოპერატორის შემოსაზღვრულობა გაუსის ზომის შემთხვევაში. ეს ნიშნავს, რომ ასეთ შემთხვევაში შესაძლებელია აგებული იქნას ოპტიმალური ალგორითმი. რადონის ოპერატორი გაუსის ზომით შესწავლილი იქნა ჰოლმისა და სენგუპტას მიერ, ხოლო საშუალო დასმის შემთხვევაში ოპტიმალური ალგორითმის აგების ამოცანა შესწავლილი იქნა ვახანას და ტარიელაძის ნაშრომში. კვლევის მიზანია აიგოს ცენტრალური ალგორითმი რადონის ოპერატორის შებრუნებისათვის საშუალო დასმის შემთხვევაში. მოხდება ε -სირთულის გამოთვლა კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის სასრული ორბიტებისა და ყველა ორბიტების სივრცეში აგებული სპლაინური ალგორითმების მიხედვით. აგებული ცენტრალური ალგორითმების მიხედვით მოხდება გამოთვლითი პროცესების კომპიუტერული პროგრამის შექმნა, მათი გაპარალელელება და რიცხვითი რეალიზაცია.

არაკორექტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის სპლაინურ და ცენტრალურ ალგორითმებს აქამდე ვიკვლევდით უარესი დასმის შემთხვევისათვის. არაკორექტული ამოცანებისათვის წრფივი უარესი დასმის ამოცანა ნებისმიერი არაადაპტური შემთხვევისათვის ამოხსნადია მხოლოდ შემოსაზღვრული ოპერატორებისათვის. რაც შეეხება საშუალოდ დასმის შემთხვევას, ის ყოველთვის ამოხსნადია, თუ საშუალოდ დასმის ამოცანის განსაზღვრაში შემავალი ზომა არის გაუსის. ეს გარემოება განსაზღვრავს ინტერესს საშუალო დასმის აზრით განხილული ამოცანებისადმი. ჩვენი ძირითადი მიზანი დაკავშირებულია არაკორექტული ამოცანებისათვის საშუალოდ დასმის აზრით ოპტიმალური, სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების აგებასთან.

ამოცანა 2.3. ორბიტალური კვანტური მექანიკის აგება. ორბიტალური ოპერატორების გამოყენება ევოლუციური განტოლებების შესასწავლად

გაგრძელება კვლევები ორ, სამ და მრავალ განზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლებების კვლევის მიმართულებით. აგებული იქნება წრფივი, სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები აღნიშნული განტოლებების მიახლოებითი გამოთვლებისათვის სასრული ორბიტების ჰილბერტისა და ყველა ორბიტების ფრეშ-ჰილბერტის სივრცეებში. დაგეგმილია მრავალგანზომილებიან ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებისათვის ცენტრალური სპლაინური ალგორითმების აგება სასრული ორბიტების ჰილბერტისა და ყველა ორბიტების ოპერატორის ფრეშ-ჰილბერტის სივრცეებში. ორბიტალურ სივრცეებში ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის ოპერატორის გამოყენებით შესწავლილი იქნება კვანტური მექანიკის ევოლუციური განტოლება.

ამოცანა 2.4. ჩვეულებრივი ან კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებით ან განტოლებათა სისტემებით წარმოდგენილი ზოგიერთი მათემატიკური მოდელის კვლევა

ამ მიმართულებით გათვალისწინებულია შემდეგი ქვეამოცანების განხილვა:

2.4.1. პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ზოგიერთი კლასისათვის;

2.4.2. ძელის რხევისა და დიფუზიის მოდელის შესაბამისი ამოცანების ამოხსნის მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა.

ქვეამოცანა 2.4.1-ში კვლევის ძირითადი საგანი მეორე რიგის შერეული ტიპის კვაზიწრფივი განტოლებებისათვის სხვადასხვა ამოცანის (საწყისი, მახასიათებელი, დარბუს, კოშის შებრუნებული) კორექტულად დასმა და შესწავლაა. კერძოდ, ამოცანათა გლობალური და ლოკალური ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის საკითხების კვლევა, ამონახსნების თვისებებისა და განსაზღვრის არეების შესწავლა, შესაბამისი დისკრეტული ანალოგების განხილვა, ამოხსნის მეთოდების დაფუძნება, კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარება მოდელური ამოცანებისთვის.

ქვეამოცანა 2.4.2-ში განხილული იქნება ძელის რხევის ჰენრიკო დე-ბრიტოს (Henriques de Brito) მათემატიკური მოდელი. იგეგმება ამოცანის ამოხსნის მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა. აგრეთვე, იგეგმება პროექციული (რიტცის ან გალიორკინის) და სხვაობიანი მეთოდების (ცხადი ან არაცხადი მათ შორის კრანკ-

ნიკოლსონის ტიპის სიმეტრიულ სქემები) გამოყენება. დისკრეტიზირების შედეგად, მიღებულ განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელად, სავარაუდოდ, გამოყენებული იქნება იტერაციული (პიკარის, ნიუტონის, სტეფენსონის ან სხვა) მეთოდები. აგებული ალგორითმების ეფექტურობის შემოწმება იგეგმება ტესტურ მაგალითებზე. ასევე დაგეგმილია ალან-კანის (Allen-Cahn) დიფუზიის განტოლებისთვის რიცხვითი ალგორითმის შემუშავება და შესწავლა.

მიმართულება 3. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდები ფუნდამენტურ და გამოყენებით ამოცანებში

2018 – 2022 წლების პროექტის ფარგლებში, ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში ერთერთ მნიშვნელოვან კვლევით მიმართულებას წარმოადგენდა მაქსიმალური უტოლობები გადანაცვლებებისთვის, მათი გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიის ამოცანების ალგორითმიზაციაში, სტატისტიკასა და დიდ მონაცემთა ანალიზში. ამ მიმართულებით მაღალრეიტინგულ სამეცნიერო ჟურნალებში გამოქვეყნდა და მიღებულია გამოსაქვეყნებლად 8 სტატია, მოხსენებები გაკეთდა 20-დე საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენციაზე. პასუხი გაეცა მრავალ კითხვას, თუმცა, გაჩნდა ახალი კითხვები, დაისვა ახალი ამოცანები. ამდენად, წინამდებარე 2023 – 2027 წლების პროექტში ჩვენ კვლავ ვგეგმავთ კვლევების გაგრძელებას ამ მიმართულებით. შევისწავლით როგორც ფუნდამენტურ, ასევე გამოყენებით ამოცანებს.

ალბათური განაწილებების შესწავლა ალგებრულ სტრუქტურებში ყოველთვის წარმოადგენდა კვლევის ძირითად მიმართულებას ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში. წინა საანგარიშო წელს შესწავლილი იქნა გარკვეული ტიპის დიდ რიცხვთა კანონი ბანახის სივრცეებში $l_p, 1 \leq p < \infty$. დაისვა ახალი ამოცანები. კერძოდ, საინტერესოდ მიგვაჩნია შედეგის გავრცელება სასრული კოტიპის მქონე უპირობო ბაზისიან სივრცეებში. წარმოდგენილ პროექტში ვგეგმავთ კვლევას ამ მიმართულებითაც. ყურადღება დაეთმობა სუბგაუსის ზომების დახასიათების ამოცანას ბანახის სივრცეებში.

წინამდებარე პროექტში დაგეგმილია მონოგრაფიებზე მუშაობაც.

განყოფილების სავიზიტო ბარათია მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“, რომელიც პირველად დაიბეჭდა 1985 წელს და რომლის ავტორები არიან ნ. ვახანია, ვ. ტარიელაძე და ს. ჩოხანიანი. ბოლო ორი ავტორი გეგმავს მონოგრაფიის 1987 წლის ინგლისური გამოცემის ახალ, შესწორებულ, გადამუშავებულ და განვრცობილ გამოცემაზე მუშაობას. განყოფილების გამგე ვ. ტარიელაძე, ესპანელ თანაავტორებთან ერთად გეგმავს მონოგრაფიაზე „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ მუშაობის დამთავრებას.

მნიშვნელოვანი აქცენტი გაკეთდება მანქანური სწავლების ამოცანებზე, რაც განპირობებულია მათი აქტუალობით, ამ დარგში ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების წამყვანი როლით და ჩვენი მეთოდების წარმატებული გამოყენების პერსპექტივით, და, რაც მთავარია, ინსტიტუტის მიერ 2022 წელს მოპოვებული ევროკომისიის საგარანტო პროექტით GAIN - “ხელოვნური ინტელექტის ნეთვორკინგის და თვინინგის ინიციატივა საქართველოში” (Georgian Artificial

Intelligence Networking and Twinning Initiative; call -WIDERA-2021-ACCESS-03 (Twinning), რომლის მთავარი მიზანია საქართველოში ხელოვნური ინტელექტის დარგის განვითარების-თვის კვლევითი ცენტრის შექმნა ჩვენი ინსტიტუტის ბაზაზე (იხ. პუნქტი 4.1). უნდა აღინიშნოს, რომ ამ კვლევებში ჩართული იქნება ინსტიტუტის ყველა განყოფილება.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია

ამ მიმართულებით დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების კვლევა:

ამოცანა 4.1. მარკოვის ტიპის დინამიური სისტემების მდგომარეობათა აგრერირება

ამოცანით გათვალისწინებულია მარკოვის ტიპის სისტემების ფუნქციონირებასთან ასოცირებული მარკოვის ჯაჭვებში ფაზური სივრცის განზომილების რედუქციის მეთოდების დამუშავება სისტემის მდგომარეობათა როგორც ზუსტი, ისე ასიმპტოტური აგრერირების საფუძველზე. ამასთან, ზუსტი და ასიმპტოტური აგრერირების ცნებები განხილულია მდგომარეობათა აგრერირების შესაძლებლობების შემზღუდავი სიმრავლის ინვარიანტობასთან კავშირში.

ამოცანა 4.2. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების ახალი მეთოდები

გადასაჭრელი ამოცანის მიზანია ალბათობების განაწილების კანონების პარამეტრების შეფასების და მათი მნიშვნელობების შესახებ ჰიპოთეზების შემოწმების ახალი მეთოდების დამუშავება და გამოყენება. აგრეთვე, ცოდნის სხვადასხვა დარგში მიღებული დაკვირვების შედეგების სტატისტიკური დამუშავება, მათში არსებული კანონზომიერების აღმოჩენისა და მათ საფუძველზე დასკვნების გაკეთების მიზნით. დაგეგმილია შექმნილი მეთოდების ალგორითმიზაცია, პროგრამული რეალიზაცია და პრაქტიკული მაგალითების გამოთვლა.

ამოცანა 4.3. პროგნოზირების მოდელებისგან ახალი პროგნოზირების მოდელის შექმნისა და გამოყენებისათვის საჭირო პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავება

ამოცანა ეხება მოვლენების არსებული პროგნოზირების მოდელებიდან, გამოყენებითი მონაცემების ბაზაზე, ისეთი მოდელების გამოყოფის საკითხს, რომლებიც ერთობლიობაში ბევრად უკეთეს გამართლების ალბათობას იძლევა, ვიდრე ცალკეული „კარგი“ მოდელები. ეს შესაძლებლობას მოგვცემს მცირე ეკონომიკური შესაძლებლობის ქვეყნებისათვის შერჩეული იქნას ბევრად ნაკლები რაოდენობის მოდელი, რომელთა თანაკვეთა უკეთეს გამართლების შედეგს იძლევა, ვიდრე არსებული ცალკეული პროგნოზირების მოდელები. დაგეგმილია შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.

ამოცანა 4.4. მრავალბირთვიანი პროცესორის სტრუქტურული ანალიზი, საიმედოობის შეფასება და ეფექტიანობის მაჩვენებლების ოპტიმიზაცია

ამოცანის ფარგლებში, ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების გამოყენებით, შემუშავებული იქნება მათემატიკური მოდელები და ალგორითმები, რომელთა რეალიზება საშუალებას მოგვცემს რაოდენობრივად შევაფასოთ მრავალბირთვიანი სისტემების საიმედოობა, მტყუნებისადმი მდგრადობა, სიცოცხლისუნარიანობა, მოქნილობა და სხვა მნიშვნელოვანი კრიტერიუმები. აგრეთვე დამუშავდება მრავალბირთვიანი პროცესორების ბირთვებს შორის

ფუნქციონირებას ოპტიმალური განაწილებისა და ფუნქციონირების პროცესში წარმოქმნილი მტყუნებების შემთხვევაში ფუნქციონირება ხელახალი გადანაწილების ოპტიმალური მართვის ალგორითმები.

ამოცანა 4.5. სტრატეგიული ანალიზის მხარდაჭერის საინფორმაციო პლატფორმა

ამოცანა ითვალისწინებს საინფორმაციო მხარდაჭერის პლატფორმის შემუშავებას ხელოვნური ინტელექტის ტექნოლოგიებისა და მანქანური სწავლების ინსტრუმენტების გამოყენებით. აღნიშნული პლატფორმა, რომელიც ორიენტირებული იქნება თანამედროვე ბიზნეს-სექტორის მოთხოვნების დაკმაყოფილებაზე, წარმოადგენს ინდუსტრიის ანალიზის მოდელს და აგებული იქნება არამკაფიო ლოგიკის საფუძველზე.

ამოცანა 4.6. პარალელური თვლის ალგორითმები მათემატიკური ფიზიკის ზოგიერთი წრფივი და კვადრატული დიფერენციალური განტოლებებისათვის

ამოცანაში შესწავლილი იქნება შემდეგი ძირითადი საკითხები:

- ჰიპერბოლური ტიპის მუდმივკოეფიციენტებიანი განტოლებისათვის განხილული არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის დამტკიცება;
- პირველი რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლებებით აღწერილი ოპტიმალური მართვის ამოცანისთვის, გარკვეულ პირობებში, ოპტიმალურობის აუცილებელი და საკმარისი პირობების დადგენა;
- ჰიპერბოლური ტიპის ცვალებადკოეფიციენტებიანი კვადრატული განტოლებათა სისტემისათვის და ბრტყელი დრეკადობის თეორიის განტოლებებისთვის ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემების აგება.

1.6. არსებული აღჭურვილობა და დანადგარები

ინსტიტუტში, 2022 წელს, უმაღლესი საგანმანათლებლო დაწესებულებების დამოუკიდებელი სამეცნიერო-კვლევითი ერთეულების მატერიალურ ტექნიკური ბაზის განახლების ხელშეწყობის ქვეპროგრამის ფარგლებში, შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით RIM-2-21-132, შეძენილი იქნა მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერი შემდეგი მონაცემებით:

HPE Proliant DL 385 Gen10 V2 plus Server

CPU: 1 x 64 Core 2ghz AMD EPYC (7713)

RAM: 128GB DDR4 -3200 Registered

HDD: 6 x 1.2TB SAS 10K

SSD: 2 x 480 GB SATA SAS

Nvidia Tesla A100 Computational Accelerator

CUDA Cores: 6912

Tensor Cores: 432

Internal Memory: 40 GB (HBM2e)

Performance: 9.7 TFLOPS (FP64) 19.5 TFLOPS (FP64 Tensor Core)

სერვერი გამართულია პროგრამული უზრუნველყოფის თვალსაზრისით. უახლოეს მომავალში, ასევე შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ხელშეწყობით (გრანტი RIM-3-22-155), შეძენილი იქნება სერვერის შეუფერხებელი მუშაობისთვის აუცილებელი უწყვეტი კვების წყაროები, გამაგრილებელი სისტემა და სხვა კომპონენტები.

2023 წელს დაგეგმილია სერვერისთვის სივრცის მოწყობა თანამედროვე სტანდარტების შესაბამისად. 2023 წელს, HORYZON EUROPE გრანტით GAIN (იხ. პუნქტი 4.1) დაგეგმილია სერვერის აპარატურული გაუმჯობესება (Upgrade), რაც გულისხმობს მისი სიმძლავრისა და შესაძლებლობების თითქმის ორჯერ გაზრდას.

ინსტიტუტის განკარგულებაშია აგრეთვე, შედარებით მცირე სიმძლავრის კომპიუტერული კლასტერი პარალელური დაპროგრამებისთვის და სხვა კომპიუტერული ტექნიკა.

ინსტიტუტის თანამედროვე ინფრასტრუქტურა უზრუნველყოფს ზემოხსენებული სერვერის ტექნიკურად გამართვის წარმატებით განხორციელებას.

1.7. პროექტის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგები

პროექტის სამეცნიერო და ტექნოლოგიური დარგებია გამოთვლითი მეთოდები, ინფორმაციული ტექნოლოგიები, ალბათობა და სტატისტიკა, ოპერაციათა კვლევა, მათემატიკური ეკონომიკა, ალგორითმების თეორია, მათემატიკური ფიზიკა, დრეკადობის თეორია, საინჟინრო მექანიკა, ფუნქციონალური ანალიზი და სხვა.

თანამედროვე ტექნოლოგიური დარგების დანერგვის კუთხით, 2023 და მომდევნო წლები ძალზედ მნიშვნელოვანი იქნება ინსტიტუტისთვის.

როგორც აღვნიშნეთ (იხ. პუნქტი 1.6), ინსტიტუტში გამართულია მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერი. 2023 წელს, HORYZON EUROPE გრანტით GAIN (იხ. პუნქტი 4.1) დაგეგმილია სერვერის აპარატურული გაძლიერება, აგრეთვე სასერვერო სივრცის მოწყობა. საგრანტო პროექტი GAIN ითვალისწინებს ხელოვნური ინტელექტის კვლევების ხელშეწყობას ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში. პროექტში ჩართულია სხვადასხვა სპეციალობის (ინფორმაციული ტექნოლოგიების სპეციალისტები, მათემატიკოსები, ფსიქიატრები, ნეიროფსიქოლოგები) 20-მდე მეცნიერი, ძირითადად ახალგაზრდები, როგორც ჩვენი ინსტიტუტიდან, ასევე სხვადასხვა უნივერსიტეტიდან.

ამდენად, 2023 წლიდან, ინსტიტუტში ვგეგმავთ ისეთი თანამედროვე დარგის ინტენსიურ ათვისებას და განვითარებას, როგორიცაა მანქანური სწავლება (ღრმა სწავლება, ნეირონული ქსელები). ვგეგმავთ ამ ტექნოლოგიების შესწავლას და გამოყენებას სხვადასხვა დარგებში, როგორიცაა უპირველეს ყოვლისა სამედიცინო სფერო, ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანები, წარმოების და ბიზნესის დაგეგმვის პრობლემატიკა, და სხვა. ვგეგმავთ საგანმანათლებლო სასწავლო პროგრამების განხორციელებას.

თანამედროვე ტექნოლოგიური დარგების განვითარების კიდეც ერთი მნიშვნელოვანი მიმართულებაა გლობალურ სამეცნიერო ქსელებში ჩართვა და საერთაშორისო კვლევითი კოლაბორაცია საბუნებისმეტყველო მეცნიერების დარგებში, როგორიცაა ფიზიკა, ბიოლოგია, ეკოლოგია და სხვა. ოპტიმისტური გათვლით, მომდევნო წლებში შესაძლებლად მიგვაჩნია ჩვენი გამოთვლითი რესურსების ზრდა, პირველ რიგში სახელმწიფოს, აგრეთვე სხვა ფონდების და პროექტების ხელშეწყობით. ამ შემთხვევაში, ინსტიტუტი შეძლებს მყარი სამეცნიერო კავშირის დამყარებას ისეთ კვლევით ცენტრებთან, როგორიცაა CERN, KEK, Julich და სხვა.

უნდა აღინიშნოს CERN-თან ჩვენი მრავალწლიანი თანამშრომლობა. 2016 წელს ჩატარდა საერთაშორისო ვორკშოპი (SCCTW'2016)" (იხ. პუნქტი 5.3), რომლის ორგანიზატორები იყვნენ ბირთვული კვლევების ევროპული ორგანიზაცია (CERN), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი <https://indico.cern.ch/event/572800/>. ინსტიტუტის მეცნიერები აქტიურად მონაწილეობდნენ 2018 წლის ვორკშოპშიც https://indico.cern.ch/event/766618/timetable/?view=standard_numbered. ჩვენი გამოთვლითი რესურსების გაზრდის შემთხვევაში შევძლებთ გარკვეული კომპიუტერული რესურსი დათმობას CERN - ის ამოცანებს, რაც თავისთავად გულისხმობს თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების დანერგვას და მათი განვითარების პროცესში აქტიურ ჩართვას.

არსებული თანამედროვე ინფრასტრუქტურით და სამეცნიერო პოტენციალით, ვფიქრობთ, ინსტიტუტი მზადაა ამ გამოწვევებისთვის.

1.8. პროექტის სავარაუდო ღირებულება

ღირებულება (ლარი)	წელი 1- 2023	წელი 2- 2024	წელი 3- 2025	წელი 4- 2026	წელი 5- 2027
ხელფასი	481620	529700	582000	640000	700000
საქონელი და მომსახურება	282350	310000	340000	370000	400000
სხვა ხარჯები	5730	6000	6500	6800	7000
არაფინანსური (კაპიტალური) ხარჯები	60000	60100	60200	60400	60500
სულ	829700	905800	988700	1077200	1167500

2. პროექტის აღწერილობა

2.1. შესავალი

(კვლევის ობიექტი, პრობლემის აქტუალობა, კვლევის სიახლე, კვლევის მეთოდოლოგია)

მიმართულება 1. მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება

ამ მიმართულებით წარმოდგენილ კომპლექსურ თემატიკასთან დაკავშირებული ამოცანები შესრულება გამოთვლითი მეთოდების განყოფილების ფარგლებში. თეორიულ მუშაობასა და ამოცანების პრაქტიკულ რეალიზაციაში მონაწილეობას მიიღებენ განყოფილების თანამშრომლები: მ. ზაქრადე (განყოფილების გამგე), მ. კუბლაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), რ. კაკუბავა (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), მ. მირიანაშვილი, ე. აბრამიძე, ზ. თაბაგარი (მეცნიერი თანამშრომლები), თ. სალინაძე (ასისტენტ-მკვლევარი), ნ. კობლიშვილი (პროგრამისტი). კვლევებში, აგრეთვე, მონაწილეობას მიიღებს ინსტიტუტის სწავლული მდივანი ზ. სანიკიძე.

ამოცანა 1.1. დირიხლეს კლასიკური და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა ერთი ან რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირის მქონე არეების შემთხვევაში ალბათური ამოხსნის მეთოდით

პრაქტიკაში ადგილი აქვს სტაციონარულ პროცესებს, რომელთა გამოკვლევა მიიყვანება დირიხლეს განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის ამოხსნაზე (იხ. მაგ., [1-4]). ეს ამოცანები მიეკუთვნება რთულ ამოცანათა კლასს ამოხსნის თვალსაზრისით. პირველ რიგში სირთულე მდგომარეობს იმაში, რომ კლასიკური მიახლოებითი მეთოდების პირდაპირი გამოყენება განზოგადებული ამოცანების ამოსახსნელად არ იძლევა სასურველ შედეგს სიზუსტის თვალსაზრისით. ამის მიზეზი არის მიახლოებითი პროცესის ძალიან ნელი კრებადობა წყვეტის წირის მიდამოში (იხ. მაგ., [1-3]). ერთადერთი შემთხვევა, როცა ამონახსნი მოიცემა ზუსტი სახით, არის ბრტყელი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანა წრისათვის. ამ შემთხვევაში ამონახსნი მოიცემა კარგად ცნობილი პუასონის ინტეგრალით (იხ. მაგ., [5]).

სხვა შემთხვევებში, გამოთვლითი ალგორითმების შერჩევა და კონსტრუირება ძირითადად დამოკიდებულია ამოცანის კლასზე, განზომილებაზე, არის საზღვრის გეომეტრიაზე და საზღვარზე სინგულარობათა განლაგების სტრუქტურაზე. მაგალითად, განზოგადებული ბრტყელი ჰარმონიული ამოცანები ზოგიერთი ცალადბმული არეებისათვის, წყვეტის წერტილების კონკრეტული განლაგებით, განხილულია [6]-ში, ხოლო ზოგადი შემთხვევები სასრული და უსასრულო არეებისათვის შესწავლილია [7-14]-ში.

სივრცის შემთხვევაში არ არსებობს სტანდარტული სქემა, რომელიც შეიძლება გამოყენებული იქნას არეთა ფართო კლასისათვის. კლასიკურ ლიტერატურაში (იხ. [1-4]) განხილულია მხოლოდ უმარტივესი შემთხვევები, ე.წ. “ამოხსნადი ამოცანები” (ამოცანები, რომელთა “ზუსტი” ამონახსნის აგება შესაძლებელია მწკრივის სახით), რომელთა ამოხსნისათვის გამოყენებულია ცვლადთა განცალების, კერძო ამოხსნათა, და ევრისტიკული მეთოდები, რაც თავიდანვე განაპირობებს ამონახსნის დაბალ სიზუსტეს. აღნიშნულ ამოცანებში სასაზღვრო ფუნქციები ძირითადად არის მუდმივები, ხოლო ზოგად შემთხვევაში, ანალიზური სახე “ზუსტი” ამოხსნისა არის იმდენად რთული რიცხვითი რეალიზაციის თვალსაზრისით, რომ მას აქვს მხოლოდ თეორიული მნიშვნელობა. გარდა ამისა, არ ხდება გათვალისწინება იმისა, რომ წყვეტის წირები ფიზიკური თვალსაზრისით წარმოადგენენ დიელექტრიკებს. აქვე აღვნიშნავთ, რომ ზემოთ ხსენებულ გარემოებებს ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ გამოთვლით ალგორითმებში ადგილი არ აქვს.

ყოველივე ზემოთაღნიშნულიდან გამომდინარე, ჩვენი თვალსაზრისით, სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის, მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგებას, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნება არეთა ფართო კლასისათვის, აქვს როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული მნიშვნელობა და მიეკუთვნება **აქტუალურ პრობლემათა** რიცხვს.

პროექტით გათვალისწინებულ **კვლევის ობიექტს** წარმოადგენს შემდეგი სახის დირიხლეს სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების კორექტულობის შესწავლა და მათი რიცხვითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება. სიმარტივისათვის, აღნიშნული სახის ამოცანას ჩამოვაყალიბებთ მხოლოდ ერთი ჩაკეტილი, უბან-უბან გლუვი S ზედაპირით შემოსაზღვრული D არისათვის:

ვთქვათ D არის S ზედაპირზე მოცემულია $g(y)$ ფუნქცია, რომელიც უწყვეტია ყველგან, გარდა სასრული რაოდენობა $l_k (k = \overline{1, n})$ წირებისა, რომლებიც $g(y)$ ფუნქციისათვის წარმოადგენენ პირველი გვარის წყვეტის წირებს. მოითხოვება პოვნა ისეთი

$$u(x) = u(x_1, x_2, x_3) \in C^2(D) \cap C(\overline{D} \setminus \bigcup_{k=1}^n l_k)$$

ფუნქციისა, რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\Delta u(x) = 0, \quad x \in D, \quad (1)$$

$$u(y) = g(y), \quad y \in S, \quad y \notin l_k, \quad u(y) = 0, \quad y \in l_k \quad (k = \overline{1, 2, \dots, n}), \quad (2)$$

$$|u(x)| < c, \quad y \in \overline{D}, \quad (3)$$

სადაც Δ ლაპლასის ოპერატორია, ხოლო $c \in R$.

შევნიშნოთ, რომ თუ D უსასრულო არეა, მაშინ ამოცანის ამონახსნის ერთადერთობისათვის დამატებით მოითხოვება პირობა

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u(x) = 0, \quad (4)$$

გარდა აღნიშნულისა, ჩვენს მიზანს წარმოადგენს სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების ანალიზი.

პრობლემის აქტუალობა განპირობებულია შემდეგი ფაქტორებით:

1. მისი თეორიული შესწავლა კორექტულობის თვალსაზრისით;
2. პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე სასაზღვრო ამოცანებისათვის ეფექტურად რეალიზებადი ისეთი გამოთვლითი ალგორითმების აგება, რომელთა გამოყენება შესაძლებელი იქნება არეთა ფართო კლასისათვის.

კვლევის სიახლეს განაპირობებს დირიხლეს სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების კორექტულობის შესწავლა და ანალოგიური პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე ამოცანების რიცხვითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება. სიახლეა ისიც, რომ ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ალგორითმები არ მოითხოვს სასაზღვრო ფუნქციის აპროქსიმაციას და არ არის დაკავშირებული რაიმე სახის სისტემის ამოხსნასთან. მიუხედავად იმისა, რომ შემოთავაზებული ალგორითმები გამოირჩევა სიმარტივით და საკმარისად მაღალი სიზუსტით, საჭიროების შემთხვევაში სიზუსტის გაზრდა და თვლის დროის შემცირება შესაძლებელია პარალელური თვლის მეთოდის გამოყენებით. პარალელური თვლა კი თავის მხრივ მოითხოვს სათანადო გამოთვლით ტექნიკას.

კვლევის მეთოდოლოგია. პროექტში დაგეგმილი ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის ჩვენ მიერ შექმნილ ალგორითმებში ძირითად კომპონენტად გამოყენებული იქნება ალბათური ამოხსნის მეთოდი [15-20], რომელიც თავის მხრივ გულისხმობს ვინერის პროცესის კომპიუტერულ მოდელირებას. ეს უკანასკნელი სრულდება ჩვენს მიერ შექმნილი ალგორითმით.

უნდა აღვნიშნოთ, რომ სათანადო დარგის სპეციალისტებთან ჩვენი თანამშრომლობა შესაძლებელს გახდის რიგი კონკრეტული ტექნიკური განზოგადებული ამოცანები ამოიხსნას მარტივად და პრაქტიკისათვის მისაღები სიზუსტით.

შემსრულებლები: მ. ზაქარაძე, ზ. თაბაგარი, ნ. კობლიშვილი

ამოცანა 1.2. კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის სქემები და მათი გამოყენებები საინჟინრო მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვით ამოხსნაში.

არსებული თეორიული თუ პრაქტიკული გამოკვლევები ცხადად აჩვენებენ სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციაზე დაფუძნებული გამოთვლითი სქემების გაცილებით ფართო შესაძლებლობებსა და ეფექტურობას ისეთ ცნობილ კლასიკურ მეთოდებთან შედარებით, როგორებიცაა ბადეთა, სასრულ ელემენტთა და ფრედგოლმის სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდები. ყურადსაღებია, რომ სასაზღვრო ინტეგრალური მეთოდები მნიშვნელოვნად ამცირებენ ამოსავალი ამოცანების განზომილებას, რითაც არსებითად ფართოვდება გამოყენებითი ამოცანების შესაძლებლობები სხვადასხვა თეორიული თუ პრაქტიკული ხასიათის პრობლემების კვლევა-გამოყენების თვალსაზრისით [23, 27]. ამ მიმართულებით განსაკუთრებით მნიშვნელოვან ინტერესს წარმოადგენს რეგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის გაუსის ტიპის ფორმულების ანალოგების აგების

შესაძლებლობის შესწავლა კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისთვის, მათი სათანადო დაფუძნებით.

ცნობილია, რომ რეალურ მასალებში ყოველთვის არსებობს მიკროდეფექტები, რომელთა განვითარება, დეფორმაციის პირობებში, სხეულებში წარმოშობს ლოკალური ან სრული რღვევის საშიშროებას. ამ გარემოების გამო სხეულებში წარმოიშვება ბზარები. ბზარების (რღვევის) გავრცელების მიდამოების მქონე სხეულებთან დაკავშირებულ გათვლებში, დატვირთვების კრიტიკული მნიშვნელობის განსაზღვრის გარდა, საჭიროა გამოითვალოს ძაბვები ბზარის წვეროების მახლობლობაში, ბზარის გავრცელების მიმართულების დასადგენად [25-26]. ასეთი ამოცანები მიიყვანება კომის ტიპის სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე. როგორც ექსპერიმენტები აჩვენებს, სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი უალტერნატივოა, ვინაიდან შესაბამისი გამოთვლითი სქემების აგებისათვის საკმარისია მხოლოდ წირის კვანძითი წერტილების ცოდნა, ამასთან ზუსტი განტოლების დისკრეტიზაციისას მოსალოდნელია აპროქსიმაციას დაექვემდებაროს მხოლოდ საძიებელი ამონახსნი.

სამომავლოდ განსახორციელებელ კვლევებში, ძირითად საკვლევ ობიექტს წარმოადგენს დრეკად სიბრტყეზე რღვევის გავრცელების ამოცანები. ნავარაუდევია აღნიშნული ამოცანების რიცხვითი ამოხსნების საკითხების შესწავლა სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა აპარატის გამოყენებით სხვადასხვა კონფიგურაციის მქონე ბზარების შემთხვევაში.

კვლევითი სამუშაო სპექტრი მოიცავს შემდეგ საკითხებს:

- მაღალი სიზუსტის (გაუსის ტიპის) კვადრატული სქემების აგება კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისათვის (გამოყენებული იქნება [34-35] შედეგები);
- სინგულარული ინტეგრალების მაპროქსიმებელი მიახლოებითი სქემების აპრიორული დაფუძნების შესაძლებლობის განსაზღვრა მათი ინდივიდუალური სტრუქტურის ანალიზის საფუძველზე (გამოყენებული იქნება [28-37] შედეგები);
- რიცხვითი ექსპერიმენტების განხორციელება აგებული რიცხვითი სქემების სათანადო კორექტირებისათვის ძნელად რეალიზებად კვადრატულ სტრუქტურებთან მიმართებაში (გამოყენებული იქნება [36-37] შედეგები);
- სხვადასხვა კონფიგურაციის ბზარების ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების აგება სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების გამოყენებით (გამოყენებული იქნება [38-41] შედეგები).

კვლევების აქტუალობას განსაზღვრავს ის გარემოება, რომ დასმულ ამოცანებს არსებითი გამოყენება გააჩნიათ საინჟინრო ტექნიკაში, სახელდობრ, სხვადასხვა დეტალებისა და კონსტრუქციების გათვლებში. მაგალითად, კვლევებში განხილული ცნობილი საკონტაქტო ამოცანით აღიწერება მანქანათმშენებლობაში ისეთი მნიშვნელოვანი დეტალი, როგორიცაა სრიალის საკისარი [21-22, 24], რომელიც მონაწილეობს თითქმის ყველა ტიპისა და ფუნქციონალური დანიშნულების მანქანურ დანადგარებსა და მოწყობილობებში, მათ შორის ძრავებში, ტურბინებში, ტუმბოებში, კომპრესორებში და ა.შ.

კვლევის სიახლესთან და მეთოდოლოგიასთან დაკავშირებით შეიძლება ითქვას, რომ კვლევის ფარგლებში აგებული იქნება განხილული ამოცანების შესაბამისი სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა რიცხვითი ამოხსნის ახალი სქემები, რომლებიც, არსებული სქემებისგან განსხვავებით, უშუალოდ სინგულარული ოპერატორის აპროქსიმაციას დაედგმნება. აღნიშნული სქემები მნიშვნელოვნად გაამარტივებს ამოცანის ამოხსნის პროცესს და იოლი გამოსაყენებელი იქნება საინჟინრო გამოთვლების თვალსაზრისით.

მიღებული შედეგების საფუძველზე დამუშავდება რიცხვითი ალგორითმები დრეკადი სხეულების დეფორმაციის სხვადასხვა ამოცანისათვის იმ შემთხვევებში, როცა სხეულებს ზედაპირებზე გააჩნიათ სხვადასხვა კონფიგურაციის ბზარების გავრცელების მიდამოები (გამოყენებული იქნება [41-45] შედეგები).

აღნიშნული ალგორითმების გამოყენებით შეიქმნება ერთიანი პროგრამული პაკეტი ბზარებით შესუსტებული საინჟინრო დეტალებისა და კონსტრუქციების პრაქტიკული გათვლებისთვის.

შემსრულებლები: მ. კუბლაშვილი, ზ. სანიკიძე, მ. მირიანაშვილი, თ. სალინაძე.

ამოცანა 1.3. ბრუნვითი გარსების გათვლებთან დაკავშირებული ამოცანების შესწავლა და ამოხსნა

გარსებს, როგორც კონსტრუქციის ელემენტებს, მნიშვნელოვანი გამოყენება გააჩნიათ მშენებლობის მრავალ სფეროში. თანამედროვე ტექნოლოგიების განვითარება განაპირობებს მდგრადი და მსუბუქი კონსტრუქციების აგების აუცილებლობას. ასეთი კონსტრუქციების ასაგებად ფართოდ გამოიყენება კომპოზიტური (ფენოვანი) მასალები. მშენებლობის სხვადასხვა სფეროში კომპოზიტური მასალების გამოყენებამ საკმარისად აქტუალური გახადა ფენოვანი გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი. ხშირ შემთხვევაში, სამშენებლო კონსტრუქციებს ან მათ ელემენტებს აქვთ ბრუნვითი გარსის ფორმა. კერძოდ, მათ შეიძლება ჰქონდეთ ცილინდრული, კონუსური, სფერული ან ელიფსოიდალური სახე.

აქტუალური **კვლევის საგანს** წარმოადგენს აქ ჩამოთვლილი კონკრეტული კონფიგურაციის მქონე ფენოვანი გარსის დეფორმირებული-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლის საკითხი, მათზე მოქმედი შემდეგი დატვირთვების შემთხვევებში:

1. გარსი იმყოფება ლოკალური დატვირთვის ზემოქმედების ქვეშ;
2. გარსზე მოქმედებენ თანაბრად და არათანაბრად განაწილებული ზედაპირული ძალები;
3. გარსი იმყოფება ტემპერატურული ველის ზემოქმედების ქვეშ.

ამ მიმართულებებით **კვლევების აქტუალობას** განსაზღვრავს დასმული გამოყენებითი ამოცანების ზედმიწევნით პრაქტიკული მნიშვნელობა, რაც აღნიშნული იქნა ზემოთ, გარსების, როგორც საინჟინრო კონსტრუქციების დახასიათებისას. **კვლევების მეთოდოლოგიასთან** მიმართებით შეიძლება ითქვას, რომ აღნიშნული კლასის გარსების დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის შესწავლა ანალიზური მეთოდების გამოყენებით თითქმის

შეუძლებელია რიგი სირთულეების გამო. შესაბამისად, მათი ამოხსნის ეფექტურ საშუალებას წარმოადგენს რიცხვითი მეთოდების გამოყენება. კვლევები გვიჩვენებს, რომ მიზანშეწონილია კონკრეტული ამოცანების რიცხვითი რეალიზაციისას გამოყენებული იქნას როგორც კლასიკური, ასევე დაზუსტებული თეორიები (სწორედ ამ უკანასკნელის გამოყენება წარმოადგენს **კვლევის სიახლეს** ჩვენს შემთხვევაში), რაც მოგვცემს მიღებული რიცხვითი შედეგების ფართო ანალიზის ჩატარების საშუალებას [46-56].

შემსრულებელი: ე. აბრამიძე.

ამოცანა 1.4. სტოქასტური მოდელები რთული ტექნიკური სისტემების სტრუქტურულ მართვაში

ამოცანის **კვლევის ობიექტს** წარმოადგენს ნებისმიერი მსხვილმასშტაბიანი, ტერიტორიულად განაწილებული ტექნიკური სისტემა და მისი სტრუქტურული მართვის ქვესისტემა. სამართი სისტემა შედგება არასაიმედო, რემონტირებადი ელემენტებისგან (კომპიუტერული და სატელეკომუნიკაციო სისტემები, გაზისა და ნავთობის მილსადენები, თავდაცვისა და ტრანსპორტის სისტემები და ა.შ.)

სამართ სისტემაზე მოქმედი შემთხვევითი სტრუქტურულ შემფოთებები (სისტემის ელემენტების მტყუნებები) იწვევს მისი სტრუქტურის ცვლილებებს. აღნიშნული შემფოთებების კომპენსაციისთვის სისტემაში ხორციელდება სტრუქტურული მართვა.

სამართი სისტემა შეიცავს m (ზემოაღნიშნულის თანახმად შესაძლებელია შემთხვევა $m = \infty$) ძირითად და n სარეზერვო ელემენტებს. ძირითადი და სარეზერვო ელემენტები მტყუნდებიან მუდმივი (მაგრამ განსხვავებული) ინტენსივობებით. მტყუნებული ძირითადი ელემენტი ჩანაცვლებული უნდა იქნას მუშა სარეზერვო ელემენტით. მტყუნებული ელემენტი, ძირითადიც და სარეზერვოც, გადაეცემა სარემონტოდ. ჩანაცვლებისა და რემონტისთვის გვაქვს შესაბამისად მომსახურების k და l რაოდენობის არხები (სერვერები). ჩანაცვლებისა და რემონტის დროები შემთხვევითი სიდიდეებია H და G განაწილების ფუნქციებით.

იმ შემთხვევაში, თუ მომსახურების არხები დაკავებულია, ფორმირდება მოთხოვნათა რიგები ჩანაცვლებასა ან რემონტზე. ძირითადი ელემენტის მტყუნების მომენტში წარმოიშვება ორი პარალელური ოპერაციის, ჩანაცვლებისა და რემონტის განხორციელების მოთხოვნები. სწორედ ეს არის შემავალი **ნაკადის ბიფურკაცია**. ამის გამო, განხილული სისტემების მათემატიკური მოდელირება ძალიან გაძნელებულია.

საერთოდ ცნობილია, რომ არ არსებობს რაიმე ზოგადი მათემატიკური მოდელი მანქანათა ინტერფერენციის პრობლემის (**MIP**) გადასაწყვეტად. მოდელები აგებული და გამოკვლეულია მხოლოდ m და n ნატურალურ რიცხვების, ასევე H და G ფუნქციების ტიპების მიხედვით [57-71]. მით უფრო შეუძლებელია ზოგადი მოდელის შექმნა **MIP**-ის განზოგადებული პრობლემის გადასაწყვეტად, რომელსაც ჩვენ განვიხილავთ. წამყვანი ექსპერტები ვარაუდობენ, რომ საჭიროა 50-მდე მოდელის შექმნა და გამოკვლევა იმისათვის, რომ ტერიტორიულად განაწილებული ქსელების სტრუქტურული მართვის პრობლემა ამ ასპექტში, პირველი მიახლოებით მაინც, გადაჭრილად ჩაითვალოს. თემის შემსრულებელთა მიერ აქამდე აგებულია 15-მდე ახალი მოდელი, ხოლო მათ შორის სრულფასოვნად გამოკვლეულია მხოლოდ 6-7. აშკარაა, რომ საჭიროა მაღალი კლასის ექსპერტთა დიდი რაოდენობის

ინტენსიური შრომა მრავალი წლების განმავლობაში, რათა ზემოთაღნიშნული პრობლემა მეტ-ნაკლებად გადაწყვეტილად ჩაითვალოს. ჩვენ მოვუწოდებთ ზემოაღნიშნული პრობლემით დაინტერესებულ ექსპერტებს, შემოგვიერთდნენ ჩვენს საქმიანობაში.

ქვემოთ მოყვანილია მოდელები, რომელთა გამოკვლევაც დაგეგმილია პროექტით გათვალისწინებული პერიოდის ფარგლებში (ყველა მოდელში იგულისხმება, რომ $m = \infty$ და n სასრულია):

მოდელი 1 (მარკოვული მოდელი). $k = l = \infty$ (გარე ჩანაცვლება და გარე რემონტი); H და G ფუნქციები ექსპონენტურია;

მოდელი 2 (მარკოვული მოდელი). k სასრულია (შიგა ჩანაცვლება); $l = \infty$ (გარე რემონტი); H და G ფუნქციები ექსპონენტურია;

მოდელი 3 (მარკოვული მოდელი). $k = l = \infty$ (გარე ჩანაცვლება და გარე რემონტი); H და G ფუნქციები ექსპონენტურია; სარეზერვო ელემენტი განსხვავებულია ძირითადისგან და ჩანაცვლებს მას მის გარემონტებამდე. შემდეგ ის ბრუნდება საწყობში.

მოდელი 4 (ნახევრად მარკოვული მოდელი). $l = \infty$; ჩანაცვლება მყისიერია; G ფუნქცია ზოგადია; ეს მოდელი მოყვანილია ქვემოთ.

ამ მოდელში ძირითადი ელემენტების მტყუნებათა ჯამური ინტენსივობა არის α ; ერთი სარეზერვო ელემენტის მტყუნების ინტენსივობა არის β ; რემონტის ინტენსივობის ფუნქცია არის $\rho(u)$; ცნობილია რომ $\rho(u) = G(u) / (1 - G(u))$ [57, 58]. შემოვიტანოთ შემთხვევითი სიდიდეები: $i(t)$ - დროის t მომენტში მტყუნებულ ელემენტთა რაოდენობა სისტემაში; $\xi(t)$ - დროის t მომენტში რემონტის დაწყებიდან გასული დრო. აღვნიშნოთ:

$$P(t) = P\{i(t) = 0\};$$

$$p(i, t, u) = \lim(h \rightarrow 0)(1/h P\{i(t) = i, u \leq \xi(t) < u + h\}, i = 1, 2, \dots;$$

$P(t)$ და $p(i, t, u)$ ფუნქციებისათვის იწერება ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლებისა და კერძო წარმოებულის დიფერენციალურ განტოლებათა შემდეგი უსასრულო სისტემა.

$$\frac{dP(t)}{dt} = -[\alpha + n\beta]P(t) + \int_0^t p(1, t, u)\rho(u) du \quad (1)$$

$$\frac{\partial p(1, t, u)}{\partial t} + \frac{\partial p(1, t, u)}{\partial u} = -[\alpha + (n - 1)\beta + \rho(u)]p(1, t, u) \quad (2)$$

$$\frac{\partial p(i, t, u)}{\partial t} + \frac{\partial p(i, t, u)}{\partial u} = -[\alpha + (n - i)\beta + \rho(u)]p(i, t, u) + [\alpha + (n - (i - 1))\beta]p(i - 1, t, u) \quad (3)$$

$$\frac{\partial p(i, t, u)}{\partial t} + \frac{\partial p(i, t, u)}{\partial u} = -[\alpha + \rho(u)]p(i, t, u) + \alpha p(i - 1, t, u); i > n \quad (4)$$

საწყისი მდგომარეობისთვის

$$P(0) = 1; p(i, 0, u) = 0; u > 0; i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

სასაზღვრო მნიშვნელობებისთვის

$$p(1, t, 0) = [\alpha + n\beta]P(t) + \int_0^t p(2, t, u)\rho(u) du \quad (6)$$

$$p(i, t, 0) = \int_0^t p(i+1, t, u) \rho(u) du; i \geq 2 \quad (7)$$

მოდელი 5 (ნახევრად მარკოვული მოდელი). k სასრულია (შიგა ჩანაცვლება); $l = \infty$ (გარე რემონტი); H ფუნქცია ექსპონენტურია, G -ზოგადი;

მოდელი 6 (ნახევრად მარკოვული მოდელი). $k = l$ (შიგა ჩანაცვლება); $l = \infty$ (გარე რემონტი); H ფუნქცია ზოგადია, G -ექსპონენტური.

შემსრულებლები: რ. კაკუბავა, თ. სალინაძე.

მიმართულება 2. ოპერაციულ, არაწრფივ და არაკორექტულ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და შესაბამის ამოცანათა ანალიზური და რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება

მიმართულება 2-ის ამოცანები ძირითადად შესრულდება მათემატიკური მოდელირების განყოფილებაში: დ. უგულავა (განყოფილების გამგე), ჯ. გიორგობიანი (კონსულტანტი), დ. ზარნაძე, მ. მენთეშაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), გ. ბაღათურია, მ. ნაჭყებია (უფროსი მეცნიერი თანამშრომლები), მ. ნიკოლეიშვილი, ზ. ყალიჩავა (მეცნიერი თანამშრომლები).

ამოცანა 2.1. მიკროეკონომიკის დეტერმინირებულ და ნაწილობრივ განუზღვრელობის შემცველ ამოცანათა მათემატიკური მოდელირება და მათი რიცხვითი ამოხსნების მეთოდების დამუშავება

მიკროეკონომიკის უმეტესი დარგისათვის ზოგად მეთოდოლოგიურ ფუნდამენტს წარმოადგენს თამაშთა თეორია. წინა წლებში ჯ. გიორგობიანის (თემის ხელმძღვანელი) და მ. ნაჭყებიას მიერ დამუშავებული იყო მატრიცულ თამაშთა ამოხსნის ახალი მეთოდები [4, 7, 8]. მომავალ ხუთწლეულში დაგეგმილია უწყვეტ სტრატეგიულ თამაშთა რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება. ეს პრობლემატიკა განსაკუთრებით აქტუალურია ე.წ. „თამაშებისათვის ბუნების წინააღმდეგ“, სადაც, როგორც წესი, „ბუნების“ სტრატეგიითა სიმრავლე უსასრულოა, ხოლო „სტატისტიკოსის“ კი სასრული. უსასრულო ანტაგონისტურ თამაშთა ამოხსნა ბუნებრივად უკავშირდება მათ მიახლოებას მართკუთხა ანუ მატრიცული თამაშებით. საკითხი მიიყვანება ფუნქციითა თეორიის ამოცანამდე, ფუნქციითა აპროქსიმაციაზე დისკრეტული ფუნქციებით. ასეთი საკითხები ხშირია მათემატიკური ეკონომიკის, კერძოდ მართვის და გაადგილების ამოცანებში.

კვლევა წარიმართება შემდეგი პუნქტების მიხედვით:

1. ამოცანის დასმა უწყვეტ თამაშთა სხვადასხვა კლასებისათვის.
2. უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის საკითხები.

3. მთელრიცხვა დაპროგრამების ზოგიერთი ფართო პრაქტიკული გამოყენების მქონე ამოცანისათვის ოპტიმალური ამოხსნის პოვნის ალგორითმების დამუშავება და შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამების შექმნა.

უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის საკითხის გადაწყვეტისას გამოყენებული იქნება ა. ვალდის თეორია [10, 33]. ამ თეორიის ტერმინებში ამოცანა შემდეგნაირად წარმოდგება: პრობლემების გადასაწყვეტად მოთამაშეთა სტრატეგიათა სიმრავლეების ნამრავლზე უნდა აიგოს სასრულო ε -ბადე ვალდის მიერ შემოღებული ე.წ. „ბუნებრივი მეტრიკით“. ε შეირჩევა სასურველი სიზუსტის შესაბამისად. ბადის ყოველი უჯრედიდან აიღება თითო წერტილი, რომელიც იქნება მატრიცული თამაშის ელემენტი. კონკრეტულად, ზემოთ აღნიშნული პროცედურები ჩატარდება მოგების ფუნქციათა გარკვეული კლასებისათვის. ეს მეთოდი ეფექტური უნდა გამოდგეს „თამაშებისათვის ბუნების წინააღმდეგ“, სადაც აპროქსიმაცია ხდება „ბუნების სტრატეგიათა“ სივრცეში, ხოლო პირველი მოთამაშის (სტატისტიკოსის) სტრატეგიათა რაოდენობა, საზოგადოდ, მცირეა. ასეთ ამოცანებში ეფექტური უნდა იყოს ახალი იტერაციული მეთოდი მატრიცული თამაშებისათვის.

მთელრიცხვა დაპროგრამების ზოგიერთი ფართო პრაქტიკული გამოყენების მქონე ამოცანისათვის ოპტიმალური ამოხსნის პოვნის ალგორითმების დამუშავებისა და მათი პროგრამული უზრუნველყოფის მიმართულებით შესწავლილი იქნება შემდეგი საკითხები: ცვლადთა ნამრავლის მაქსიმუმის პოვნა ცვლადების მოცემული წრფივი კომბინაციების საშუალებით; მთელ რიცხვთა სასრულო სიმრავლის ისეთი ქვესიმრავლის მოძებნა, რომლის ელემენტთა ჯამი მოცემული რიცხვის ტოლია; ისეთი ქვესიმრავლის მოძებნა, რომელთა ელემენტების ჯამის და წინასწარ მოცემული რიცხვის სხვაობის მოდული მინიმალურია; მოცემული მთელ რიცხვთა სიმრავლის და მოცემული რიცხვისათვის მათი მადომინირებელი ქვესიმრავლეების რაოდენობის დადგენის ამოცანა. რიცხვითი სიმრავლის სასრული ქვეჯამების პრობლემები ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი ძირითადი პრობლემებია და არის NP-რთული. ამ ამოცანებს აქვთ ფართო პრაქტიკული გამოყენება, განსაკუთრებით კრიპტოგრაფიაში, რესურსების ოპტიმალური განაწილებისა და სხვა ამოცანებში [5].

დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების შესწავლა:

ამოცანა 2.1.1. ვთქვათ, $n > 1$ ნატურალური რიცხვია, X - არაუარყოფით მთელ რიცხვთა სიმრავლეა, $b \in X$, $b > 0$ და $x_i, a_i \in X$, $i = 1, 2, \dots, n$. ვიპოვოთ $\prod_{i=1}^n x_i$ ნამრავლის მაქსიმუმი შემდეგი პირობით: $\sum_{i=1}^n a_i x_i = b$.

ამოცანა 2.1.2. ვთქვათ, მოცემულია დადებითი მთელი რიცხვების რაიმე სასრული სიმრავლე $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ და დადებითი მთელი რიცხვი b , რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\min\{a_1, a_2, \dots, a_k\} < b < \sum_{i=1}^k a_i.$$

არსებობს თუ არა A -ს ისეთი ქვესიმრავლეები, რომელთა ელემენტების ჯამი მოცემული b რიცხვის ტოლია? არსებობის შემთხვევაში, მოიძებნოს ერთი მაინც ასეთი ქვესიმრავლე.

ამოცანა 2.1.3. ამოცანა 2.1.2-ში ვიპოვოთ A -ს ისეთი ქვესიმრავლე, რომლის ელემენტების ჯამისა და მოცემული b რიცხვის სხვაობის მოდული მინიმალურია.

ამოცანა 2.1.4. ვთქვათ, მოცემულია დადებითი მთელი რიცხვების რაიმე სასრული სიმრავლე $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ და დადებითი მთელი რიცხვი b . $J \subset A$ ქვესიმრავლეს ვუწოდოთ მადომინირებელი, თუ $P(J) = \sum_{a_i \in J} a_i \leq b$ და $P(J) + a_k > b$ ნებისმიერი $a_k \in A \setminus J$ -სთვის. A –სიმრავლის და მოცემული b რიცხვისათვის განვსაზღვროთ მადომინირებელი ქვესიმრავლეების რაოდენობა.

რიცხვითი სიმრავლის სასრული ქვეჯამების პრობლემები ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი ძირითადი ამოცანაა, რომელსაც დიდი პრაქტიკული გამოყენება აქვს, განსაკუთრებით კრიპტოგრაფიაში.

2.2. სასრული ორბიტების ჰილბერტის სივრცესა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში პირველი გვარის განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა. სკლანური და ცენტრალური ალგორითმები არაკორექტული ამოცანების საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის

ჰილბერტის სივრცეებს შორის მოქმედი სინგულარული დაშლის მქონე ოპერატორისათვის განვიხილავთ პირველი გვარის არაკორექტული $Au = f$ სახის განტოლებას. საძიებელია ამ განტოლების განზოგადებული ამოხსნა ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით, რომელიც აკმაყოფილებს $(A^*A + \gamma I)u = A^*f$ განტოლებას, სადაც A^* არის A -ს ჰილბერტის აზრით შეუღლებული ოპერატორი, ხოლო γ -ფიქსირებული დადებითი რიცხვია. ამ მიზნით მოხდება განტოლების გადატანა სასრული ორბიტების ჰილბერტის სივრცეში და აგრეთვე, ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში, სადაც შებრუნებული ოპერატორი უწყვეტი ხდება. აქამდე, ეს ამოცანა შესწავლილი გვქონდა $\gamma = 0$ შემთხვევისათვის. მარჯვენა მხარეზე მოცემული არადაპტური ინფორმაციისათვის შესწავლილი იქნება სკლანური ალგორითმის კონსტრუირებისა და აგებული მიახლოებითი ამონახსნების ჩვენს მიერ აგებულ სივრცეებში განზოგადებული ამოხსნისაკენ კრებადობის საკითხი.

კომპიუტერული ტომოგრაფის ამოცანისათვის აგებული იქნა უმარტივესი წრფივი სკლანური ალგორითმები სასრული ორბიტებისა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში ამოცანის უარესი დასმის შემთხვევაში რადონის ოპერატორის შებრუნებულის გამოსათვლელად [20-25, 27-29, 31]. ასეთი დასმის შემთხვევაში ვერ მოხერხდა ოპტიმალური და ცენტრალური ალგორითმების აგება. საშუალო დასმის შემთხვევაში ვახანას, ტრაუბისა და ვერშულცის შრომებში [18,19,32] დამტკიცდა ამოხსნის ოპერატორის შემოსაზღვრულობა გაუსის ზომის შემთხვევაში. ეს ნიშნავს, რომ ასეთ შემთხვევაში შესაძლებელია აგებული იქნას ოპტიმალური ალგორითმი. რადონის ოპერატორი გაუსის ზომით შესწავლილი იქნა ჰოლმის და სენგუპტას მიერ [9], ხოლო საშუალო დასმის შემთხვევაში ოპტიმალური ალგორითმის აგების ამოცანა შესწავლილი იქნა ვახანას და ტარიელაძის ნაშრომში [17]. კვლევის მიზანია აიგოს ცენტრალური ალგორითმი რადონის ოპერატორის შებრუნებისათვის საშუალო დასმის შემთხვევაში. მოხდება ε -სირთულის გამოთვლა კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის სასრული ორბიტებისა და ყველა ორბიტების სივრცეში აგებული სკლანური ალგორითმების მიხედვით. აგებული ცენტრალური ალგორითმების მიხედვით მოხდება გამოთვლითი პროცესების პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა, მათი გაპარალელელება და რიცხვითი რეალიზაცია.

არაკორექტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნისათვის სპლაინურ და ცენტრალურ ალგორითმებს აქამდე ვიკვლევდით უარესი დასმის შემთხვევისათვის. არაკორექტული ამოცანებისათვის წრფივი უარესი დასმის ამოცანა ნებისმიერი არაადაპტური შემთხვევისათვის ამოხსნადია მხოლოდ შემოსაზღვრული ოპერატორებისათვის. რაც შეეხება საშუალოდ დასმის შემთხვევას, ის ყოველთვის ამოხსნადია, თუ საშუალოდ დასმის ამოცანის განსაზღვრაში შემავალი ზომა არის გაუსის. ეს გარემოება განსაზღვრავს ინტერესს საშუალო დასმის აზრით განხილული ამოცანებისადმი. **ჩვენი ძირითადი მიზანი** დაკავშირებულია არაკორექტული ამოცანებისათვის საშუალოდ დასმის აზრით ოპტიმალური, სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების აგებასთან.

კვლევის მეთოდოლოგია: სასრული ორბიტების ჰილბერტის სივრცესა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში პირველი გვარის განტოლების ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით ამოხსნისათვის გამოვიყენებთ ჩვენს მიერ კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანის მური-პენროუზის აზრით ამოხსნისას მიღებულ გამოცდილებას. ამოცანის არასტაბილურობა დიდ სიძნელეებს ქმნის. ჩვენს მიერ განხილული არაკორექტული ამოცანებისა და კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმების დაფუძნებები მოხდა ფრეშეს სივრცეებში საუკეთესო მიახლოების, თვითშეუღლებული ოპერატორებისა და წრფივი ამოცანების თეორიების განზოგადებით. რე გულარიზაციისა და ჩვენს მიერ შექმნილი მეთოდი არსებითად იყენებს საუკეთესო მიახლოების თეორიის შედეგებს. მიღებული შედეგების ბაზაზე ჩატარდება კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის წრფივი, განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმების ანალიზი. შეიქმნება შესაბამისი პროგრამული პროდუქტი და ჩატარდება რიცხვითი ექსპერიმენტები.

2.3. ორბიტალური კვანტური მექანიკის აგება. ორბიტალური ოპერატორების გამოყენება ევოლუციური განტოლებების შესასწავლად

გაგრძელდება კვლევები ორ, სამ და მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლებების მიმართულებით. აგებული იქნება წრფივი, სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები აღნიშნული განტოლებების მიახლოებითი გამოთვლებისათვის სასრული ორბიტების ჰილბერტისა და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში.

დაგეგმილია მრავალგანზომილებიან ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებისათვის ცენტრალური სპლაინური ალგორითმების აგება სასრული ორბიტების ჰილბერტისა და ყველა ორბიტების ოპერატორის ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში. უნდა აღინიშნოს, რომ ამ სივრცეებში შესწავლილია შრედინგერის ერთგანზომილებიანი ოპერატორის შემცველი განტოლება ნებისმიერი მარჯვენა მხარისათვის, რასაც სუპერპოზიციის პრინციპიდან გამომდინარე აქვს კვანტურ-მექანიკური შინაარსი [26,30]. კვლევისას საჭირო იქნება ტალღური ფუნქციების 1-ორბიტების ვიზუალიზაციები სამგანზომილებიან სივრცეებში. ისინი აღწერენ ნაწილაკის მდებარეობის ალბათობებს ორგანზომილებიან სიბრტყეზე (0-ორბიტა ემთხვევა კლასიკურს).

კვანტური ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის ოპერატორი 2014 წელს განხილული იქნა აგრეთვე ს. ვეგნერის მიერ C_0 -ნახევარჯგუფების თეორიის [34] სობოლევის კომპიუტაციების

კლასიკური თეორიაში გამოყენებისას. კერძოდ, ის გამოიყენება ბანახის სივრცეზე C_0 -ნახევარჯგუფიდან ასოცირებული ექსტრაპოლაციის სივრცეების აღმავალი უსასრულო ჯაჭვისა და ინტერპოლაციის სივრცეების უსასრულო დაღმავალი ჯაჭვის კონსტრუირებისათვის. **თემის მიზანია** გამოვიყენებუი იქნას ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის ოპერატორი ოპერატორი კვანტური მექანიკის ევოლუციური განტოლებების შესასწავლად ორბიტალურ სივრცეებში.

კვლევის მეთოდოლოგია: მრავალგანგანზომილებიანი ოსცილატორის და შრედინგერის განტოლებების კვლევებისათვის საჭირო გახდება იმ მეთოდების განვითარება, რაც ადრე გამოყენებული იყო თემის შემსრულებლების მიერ ორბიტალურ სივრცეებში ჰარმონიული ოსცილატორის შებრუნებულის გამოთვლასთან დაკავშირებით. კვანტური არაკორექტული ამოცანები საზოგადოდ არასტაბილურია, რაც უაღრესად დიდ სიძნელეებს ქმნის. მათი კვლევისათვის რეგულარიზაციის ცნობილი მეთოდის გამოყენება განპირობებულია დამაკმაყოფილებელი პრაქტიკული შედეგებით. ჩვენს მიერ განხილული არაკორექტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმების დაფუძნებები მოხდა ფრეშეს სივრცეებში საუკეთესო მიახლოების, თვით შეუღლებული ოპერატორებისა და წრფივი ამოცანების თეორიების განზოგადებით. ჩვენს მიერ შექმნილი მეთოდი არსებითად იყენებს ფრეშეს სივრცეში საუკეთესო მიახლოების თეორიის შედეგებს. მომავალ ხუთ წელიწადში, მიღებულ შედეგებზე დაყრდნობით, ჩატარდება ყველა ორბიტის სივრცეში განხილული სტაბილური განტოლებების კვლევა, შეისწავლება დამოკიდებულებები რეგულარიზაციისა და ჩვენს მიერ აგებულ მეთოდებს შორის, შეიქმნება განხილული ალგორითმების პროგრამული პროდუქტი.

2.4. ჩვეულებრივი ან კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებებით ან განტოლებათა სისტემებით წარმოდგენილი ზოგიერთი მათემატიკური მოდელის კვლევა

2.4.1. პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანები კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლებების ზოგიერთი კლასისათვის

ამ მიმართულებით კვლევების ძირითადი საგანი მეორე რიგის შერეული ტიპის კვაზიწრფივი განტოლებებისათვის სხვადასხვა ამოცანის: საწყისი, მახასიათებელი, დარბუს, კოშის შებრუნებული ამოცანის კორექტულად დასმა და შესწავლაა. ასეთი განტოლებები მრავალი პრაქტიკული ამოცანის მოდელს წამოადგენს.

დიფერენციალური განტოლებებისათვის შებრუნებულ ამოცანაში გულისხმობენ განტოლების კოეფიციენტების, მარჯვენა მხარის, საწყისი ან სასაზღვრო პირობების პოვნას პირდაპირი ამოცანის ამონახსნის ან მისი რაიმე ფუნქციონალის მიხედვით. აღსანიშნავია, რომ მათემატიკური ფიზიკის შებრუნებული ამოცანები ძირითადად არაკორექტულია კლასიკური გაგებით, მაგრამ მათი პრაქტიკული მნიშვნელობა იმდენად დიდია ასტროფიზიკაში, გამოყენებით გეოფიზიკაში, კვანტურ მექანიკასა და სხვა, რომ მე-20 საუკუნის 60-იანი წლებიდან მათემატიკის ახალი მიმართულება შეიქმნა - მათემატიკური ფიზიკის არაკორექტული ამოცანების თეორია, ამ თეორიას საფუძვლები დაუდო ტიხონოვისა და ლავრენტიევის ნაშრომებმა.

კერძოდ, **დაგეგმილია** ამოცანათა გლობალური და ლოკალური ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის საკითხების კვლევა, ამონახსნის თვისებებისა და განსაზღვრის არეების შესწავლა, შესაბამისი დისკრეტული ანალოგების განხილვა, ამოხსნის მეთოდების დაფუძნება, კომპიუტერული ექსპერიმენტების ჩატარება მოდელური ამოცანებისთვის.

აღსანიშნავია, რომ დაგეგმილი კვლევები ნაშრომებში [1-3, 6, 11-16] წარმოდგენილი შედეგების განზოგადებასა და ახალი ამოცანების განხილვას გულისხმობს.

ჩვენი კვლევის ობიექტებად შერჩეულია ეილერ-დარბუსა და ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებები, რომლებიც მეორე რიგის ნამდვილმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლებებია, მათი მთავარი კოეფიციენტები საძიებელი ამონახსნისა და მისი უმცროსი წარმოებულების ფუნქციებია. ყოველი მათგანი არამკაცრადაა ჰიპერბოლური. მახასიათებლებიც და პარაბოლური გადაგვარების წერტილთა სიმრავლეც საძიებელმა ამონახსნით განისაზღვრება. გამორიცხული არაა პარაბოლური გადაგვარების ეფექტიც, თუმცა ეს ეფექტიც და სხვა მიზეზებიც, მიუხედავად მათი პრაქტიკული და თეორიული მნიშვნელობისა, ჯერჯერობით ნაკლებადაა გამოკვლეული.

განზრახულია შემდეგი ამოცანების შესწავლა: ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისათვის საწყისი ამოცანა, ზოგადი ინტეგრალის გამოყენებით ამოცანის შესწავლა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნების არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება, ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა, ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის მახასიათებელია ამოცანის არაწრფივი ვარიანტის განხილვა, ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებისთვის კოშის შებრუნებული ამოცანის არაწრფივი ვარიანტისა და ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის დარბუს ამოცანის არაწრფივი ვარიანტის შესწავლა, განხილული ამოცანების (საწყისი, მახასიათებელი, კოშის და დარბუს შებრუნებული) დისკრეტული ანალოგების შესწავლა, რიცხვითი გავლების ჩატარება, მეთოდების ეფექტურობის შემოწმება ტესტურ მაგალითებზე.

კვლევის სიახლეები:

- ა) განსახილველი განტოლებებისათვის დასმული ზემოთ ჩამოთვლილი ამოცანები არ არის შესწავლილი და სიახლეა მათთვის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემები, ამონახსნთა თვისებების შესწავლა, განსაზღვრის არეთა სტრუქტურის დადგენა;
- ბ) ანალიზური მეთოდების შემუშავება, რომელთა საშუალებითაც გარკვეული სახის შებრუნებული ამოცანები შესაძლებელი იქნება, დაყვანილ იქნას გურსას არაწრფივი ვარიანტის ამოცანაზე, ან აიგოს ამოხსნის მეთოდი, რომელიც დამყარებული იქნება მახასიათებელთა კლასიკურ მეთოდზე გურსას ამოცანის გამოყენების გარეშე;
- გ) ზემოჩამოთვლილი ამოცანებისთვის დისკრეტული ანალოგების განხილვა და ამოხსნის რიცხვითი მეთოდების დაფუძნება.

დაგეგმილია შემდეგი ამოცანების შესრულება:

პირველი ეტაპი:

საწყისი ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის საწყისი ამოცანა, ზოგადი ინტეგრალის გამოყენებით ამოცანის შესწავლა, არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება, ამონახსნის თვისებების შესწავლა, მისი განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.

მეორე ეტაპი:

მახასიათებელი ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის მახასიათებელია ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობა, ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.

მესამე ეტაპი:

კომის შებრუნებული ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებისთვის კომის შებრუნებული ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობის პრობლემა, შემუშავდება ამოცანის ამოხსნის მეთოდები.

მეოთხე ეტაპი:

დარბუს არაწრფივი ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის დარბუს ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობა, ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.

მეხუთე ეტაპი:

განხილული ამოცანების (საწყისი, მახასიათებელი, კომის შებრუნებული და დარბუს შებრუნებული) დისკრეტული ანალოგების შესწავლა, რიცხვითი გათვლების ჩატარება, მეთოდების ეფექტურობის შემოწმება ტესტურ მაგალითებზე.

კვლევის მეთოდოლოგია: კერძო წარმოებულებიანი არაწრფივი განტოლებებისთვის თანამედროვე არაწრფივი ანალიზის მეთოდები, კვაზიწრფივ განტოლებათა ზოგადი ინტეგრალების წარმოდგენები, როცა ასეთები არსებობენ. სავარაუდოა, რომ მახასიათებელი რიმანისეული ინვარიანტების ანალოგებისა და განტოლებათა ზოგადი ინტეგრალების შეხამება არაწრფივი ანალიზისა და რიცხვითი ანალიზის თანამედროვე მეთოდებთან, დასმული პრობლემის კვლევისათვის ეფექტიანი იქნება. მათი საშუალებითა და რიცხვითი ანალიზის მეთოდების, მათემატიკური კომპიუტერული პროგრამების დახმარებით შესწავლილი იქნება ამოცანათა დისკრეტული ანალოგები, განხილული იქნება ტესტური მაგალითები.

2.4.2. ძელის რხევისა და დიფუზიის მოდელის შესაბამისი ამოცანების ამოხსნის მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა

იგეგმება ზოგიერთი მათემატიკური მოდელისათვის, რომელიც წარმოდგენილია ჩვეულებრივი ან კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებებით ან განტოლებათა სისტემებით, მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა.

ა) ქვემოთ წარმოდგენილია ერთი მათემატიკური მოდელი, რომელიც საწყის-სასაზღვრო ამოცანით აღიწერება:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x, t) - h \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2}(x, t) - \left(\lambda + \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right)^2 dx \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = f(x, t), \quad (2.1)$$

$$0 < x < L, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u(x, 0) = u^0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u^1(x), \quad (2.2)$$

$$u(0, t) = u(L, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0,$$

სადაც h არაუარყოფითი და λ დადებითი მუდმივებია. აგრეთვე, $u^0(x) \in \overset{0}{W}_2^2(0, L)$, $u^1(x) \in \overset{0}{W}_2^1(0, L)$, $f(x, t) \in L_2\left(0, L; \overset{0}{W}_2^1(0, L)\right)$ მოცემული ფუნქციებია, ამასთან, $u^0(0) = u^1(0) = u^0(L) = u^1(L) = 0$.

(2.1) განტოლება, რომელიც ტიმოშენკოს (Timoshenko) თეორიაზე დაყრდნობით მიღებულია ჰენრიკო დე-ბრიტოს (Henriques de Brito) მიერ, აღწერს ძელის რხევას. $u(x, t)$ და $f(x, t)$ შესაბამისად ძელის გადაადგილების და ძალის ფუნქციებია.

განტოლებათა სისტემა

$$\begin{aligned} w_{tt} &= \left(cd - a + b \int_0^1 w_x^2 dx \right) w_{xx} - cd\psi_x, \\ \psi_{tt} &= c\psi_{xx} - c^2 d(\psi - w_x), \\ 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \end{aligned} \quad (2. a)$$

საწყის-სასაზღვრო პირობებით

$$\begin{aligned} w_t(x, 0) &= w^1(x), \quad w(x, 0) = w^2(x), \\ \psi_t(x, 0) &= \psi^1(x), \quad \psi(x, 0) = \psi^2(x), \\ w_t(0, t) &= w_t(1, t) = 0, \quad \psi_t(0, t) = \psi_t(1, t) = 0, \\ 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T. \end{aligned} \quad (2. b)$$

სამიგბელი $w(x, t)$ და $\psi(x, t)$ ფუნქციები ძელის შუა ხაზის განივი გადახრა და განიკვეთის ბრუნვითი გადაადგილებაა, შესაბამისად. (2. b)-ში w^l , ψ^l მოცემული ფუნქციებია, ამასთან,

$$w^l(x), \psi^l(x) \in W_2^{l+1}(0, 1), \quad l = 1, 2. \quad (2. c)$$

(2. a)-ში

$$a, b, c, d > 0, \quad cd - a > 0, \quad (2. d)$$

სადაც

$$a = \frac{Al\Delta}{I_1}, \quad b = \frac{Al^2}{2I_1}, \quad c = \frac{Al^2}{I_2}, \quad d = \frac{GI_2}{EI_1}, \quad (2. e)$$

E არის იუნგის მოდული, G ძვრის მოდულია, A განიკვეთის ფართობია, $l = 1$ ძელის სიგრძეა, I_1 ძელის შუახაზის პერპენდიკულარული ღერძის მიმართ განიკვეთის ინერციის მომენტი, I_2 – განიკვეთის პოლარული მომენტი და Δ – ძელის ბოლოების დამოკლება.

ბ) ალან-კანის (Allen-Cahn) დიფუზიის განტოლება

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \varepsilon \Delta \phi - f(\phi), \quad (x, t) \in \Gamma \times [0, T]$$

საწყის-სასაზღვრო პირობებით:

$$\phi(x, 0) = f(x), \quad \phi(a_1, t) = \phi(a_n, t) = h(t).$$

ეს მოდელი შეისწავლის ფაზების გადაადგილებასა და ფაზათშორის დინამიკას მასალების შემსწავლელ მეცნიერებაში.

კვლევის მეთოდოლოგია: ზემოთ მოყვანილი მოდელებისთვის, განხილული იქნება მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა. აგრეთვე, იგეგმება პროექციული (რითის ან გალიორკინის ან სხვა) და სხვაობიანი მეთოდების (ცხადი ან არაცხადი მათ შორის კრანკ-ნიკოლსონის ტიპის სიმეტრიულ სქემები) გამოყენება. დისკრეტიზირების შედეგად, მიღებულ განტოლებათა სისტემის ამოსახსნელად, სავარაუდოდ, გამოყენებული იქნება იტერაციული (პიკარის, ნიუტონის, სტეფენსონის ან სხვა) მეთოდები. გამოყენებული ალგორითმების ეფექტურობის შემოწმება იგეგმება ტესტურ მაგალითებზე.

მიმართულება 3. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდები ფუნდამენტურ და გამოყენებით ამოცანებში

მიმართულება 3-ის ამოცანები ძირითადად შესრულებულია ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში: ვ. ტარიელაძე (განყოფილების გამგე), ს. ჩოხანიანი, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომლები), გ. ჭელიძე (უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი), ზ. გორგაძე, ვ. ბერიკაშვილი (მეცნიერი თანამშრომლები).

ამ მიმართულებით დაგეგმილია 3 ძირითადი ამოცანის კვლევა:

ამოცანა 3.1. გადანაცვლებებთან დაკავშირებული მაქსიმალური უტოლობები. გამოყენებები თეორიულ და პრაქტიკულ ამოცანებში.

კვლევის მეთოდი ძირითადად ემყარება მაქსიმალურ უტოლობებს. ჩვენს მიერ შემუშავებულ იდეის გამოყენებით [14, 15, 17, 18, 20, 24], “კარგი” გადანაცვლების მოძებნის რთული ამოცანა დაიყვანება შედარებით ადვილ, ნიშნების განლაგების ამოცანაზე.

პროექტის ამ ნაწილის ამოცანების ნათლად ჩამოსაყალიბებლად, ქვემოთ მოყვანილია ორი შედეგი, რომლებიც წარმოადგენს ჩვენი კვლევების საფუძველს.

ვთქვათ, მოცემულია X ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ისეთი ერთობლიობა $(x_1, \dots, x_n)$, რომ $\sum_{i=1}^n x_i = 0$.

თეორემა 1. მაქსიმალური უტოლობა. ნიშნების ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $(\theta_1, \dots, \theta_n)$, $\theta_i = \pm 1$ ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობას:

$$\max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k x_i \right\| + \max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k \theta_i x_i \right\| \geq 2 \max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(i)} \right\|, \quad (1)$$

სადაც გადანაცვლება π დამოკიდებულია მხოლოდ θ -ზე და განისაზღვრება ცხადი სახით.

თეორემა 2. გადატანის უტოლობა. არსებობს ისეთი გადანაცვლება $\sigma: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$, რომ ნიშნების ნებისმიერი ერთობლიობისთვის $(\theta_1, \dots, \theta_n)$ ადგილი აქვს შემდეგ უტოლობას:

$$\max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\sigma(i)} \right\| \leq \max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k \theta_i x_{\sigma(i)} \right\|. \quad (2)$$

მაქსიმალურ უტოლობებთან დაკავშირებული ჩვენი მეთოდი გამოყენებულია მეცნიერების შემდეგ სფეროებში: წმინდა მათემატიკა (კრებადობის საკითხები), ალბათობა და სტატისტიკა, განრიგების თეორია, განსხვავებათა თეორია. მეთოდს შესაძლოა ჰქონდეს საინტერესო გამოყენებები მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობის ამოცანებში.

ქვემოთ მოკლედ მიმოვიხილავთ ამ მიმართულებით დაგეგმილ ამოცანებს:

3.1.1. ახალი მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალური შესაკრებების

გადანაცვლებებისათვის

თეორემა 1 -დან გამომდინარეობს მორე-პიზიეს ტიპის უტოლობა [15]: ვთქვათ $x_1, x_2, \dots, x_n$ ელემენტებია X -დან, $\sum_{k=1}^n x_k = 0$ და $\Phi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ ზრდადი, ამოზნექილი ფუნქციაა. მაშინ სამართლიანია შემდეგი ორმხრივი უტოლობა:

$$\int_0^1 \Phi \left(\frac{1}{2} \left\| \sum_{k=1}^n x_k r_k(t) \right\| \right) dt \leq \frac{1}{n!} \sum_{\sigma} \Phi \left(\max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\sigma(i)} \right\| \right) \leq 2 \int_0^1 \Phi \left(\frac{1}{2} \left\| \sum_{k=1}^n x_k r_k(t) \right\| \right) dt, \quad (3)$$

სადაც (r_k) რადემახერის ფუნქციებია.

ნაშრომში [71] მიღებულია ამ უტოლობების ზოგიერთი მოდიფიკაცია. ამჯერად ვგეგმავთ დავამტკიცოთ ახალი მაქსიმალური უტოლობები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისათვის:

a) ფუნქციონალურ სივრცეებში ნორმის ტერმინებში;

b) ამოზნექილი ფუნქციების ინტეგრალების ტერმინებში.

მიღებული უტოლობები გამოყენებული იქნება ფურიეს, ფუნქციონალური და შემთხვევითი მწკრივების კრებადობის საკითხებში.

3.1.2. გადანაცვლებები სასრულ განზომილებიან სივრცეებში. SC და SSC მუდმივების პრობლემა

შტეინიცისა და ნიშან-მიმდევრობის მუდმივების ამოცანა სასრულგანზომილებიან სივრცეებში განხილულია ბარანის მიერ [5], სადაც შენიშნულია, რომ თეორემა 2-დან გამომდინარეობს, რომ შტეინიცის მუდმივი (SC) არ აღემატება ნიშნის-მიმდევრობის მუდმივს (SSC). პროექტში ვგეგმავთ დავამტკიცოთ (ან უარვყოთ), რომ $SSC \leq K \cdot SC$, სადაც K რაღაც მუდმივია. ეს არის კომბინატორიკის დიდი ხნის გადაუჭრელი პრობლემა (იხ. [41]).

3.1.3. ჯამთა სიმრავლის ამოცანა

პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის შესახებ რიმანის ცნობილ თეორემის ანალოგები სასრულგანზომილებიან ნორმირებულ სივრცეში კარგადაა ცნობილი, ეს სიმრავლე აფინურია (ლევ-შტაინიცის თეორემა) [40, 49, 76]. ცნობილია აგრეთვე, რომ ანალოგიური სიმრავლე ჩაკეტილია და აფინური მეტრიზებადი ბირთვული სივრცეებისთვისაც [74]. არაბირთვული, კერძოდ უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცეების შემთხვევაში ანალოგიური დებულების სამართლიანობისთვის საჭიროა დამატებითი მოთხოვნები განსახილველ მწკრივზე. პირველი შედეგი ამ მიმართულებით მიღებული იყო ნაშრომში [78]. სტატიაში [14] ნაჩვენებია, რომ რადემახერის მწკრივის $\sum x_k r_k$ თ.ყ. კრებადობა საკმარისი პირობაა. ამ შედეგმა განაზოგადა ბევრი ადრე ცნობილი შედეგი კონკრეტული ბანახის სივრცეებისთვის. თეორემა 2-ზე დაყრდნობით ახალი, უფრო ფაქიზი, ე.წ. (σ, θ) -პირობა (CP-პირობა, იხ. [79]) ნაპოვნი იქნა ჩვენს ნაშრომებში [17, 18] (იმავე პერიოდში, დამოუკიდებლად ნაშრომში [45]):

(σ, θ) -პირობა (CP-პირობა): მწკრივი $\sum x_k$ ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეში აკმაყოფილებს (σ, θ) -პირობას თუ ნებისმიერი გადანაცვლებისთვის $\sigma: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ არსებობს ნიშნების ისეთი მიმდევრობა $\theta_i, \theta_i = \pm 1, i = 1, 2, \dots$, რომ მწკრივი $\sum \theta_i x_{\sigma(i)}$ კრებადია.

ეს შედეგი გავრცობილი იქნა მეტრიზებადი ლოკალურად ამოხსნეკილი და ლოკალურად შემოსაზღვრული ტოპოლოგიური ვექტორული სივრცეებისთვის [9, 30]. (σ, θ) -პირობა ავტომატურად სრულდება სასრულგანზომილებიან სივრცეებში [25]. ასე, რომ [9]-ის შედეგი მოიცავს ლევ-შტეინიცის თეორემის მტკიცებასაც. ამ საკითხების განვითარების ისტორია გადმოცემულია ცნობილ მონოგრაფიაში [36] (იხ. აგრეთვე [29]).

a) დაგეგმილია შედეგების გავრცობა წრფივი მეტრიკული სივრცეების უფრო ფართო კლასზე; (σ, θ) -პირობის დახასიათება კონკრეტულ ბანახის სივრცეებში; შტეინიცის და ძლიერად მახალანსებელი ოპერატორების [2] და მათი ზოგიერთი განზოგადების განხილვა. ვგეგმავთ ჩვენს მეთოდებზე და ნაშრომებზე [6, 4, 25] დაყრდნობით გამოვიკვლიოთ ბირთვული ფრემეს სივრცეების დახასიათების საინტერესო ამოცანა [2, 9].

მოგვიანებით და ჩვენგან დამოუკიდებლად, (σ, θ) -პირობა განხილული იქნა ნაშრომში [50], სადაც დაისვა რამდენიმე პრობლემა, რომლებიც ახლაც ღიაა. ჩვენ ვგეგმავთ ამ პრობლემების კვლევას ჩვენი მეთოდებით.

ნაშრომში [79] აგებულია კონკრეტული მაგალითები ისეთი პირობითად კრებადი მწკრივებისა სივრცეებში $l_p, 1 \leq p < \infty$, რომლებიც აკმაყოფილებენ (σ, θ) -პირობა მაგრამ არ აკმაყოფილებენ რადემახერის პირობას. ჩვენ ვგეგმავთ ამ ტიპის მწკრივების მაგალითების აგებას სხვა სივრცეებში, მაგალითად c_0, L_p და სხვა.

არანაკლებ საინტერესო და მნიშვნელოვანია ანალიზის კლასიკური შედეგების გავრცელება აბსტრაქტულ ალგებრულ სტრუქტურებში. დამტკიცდა [73], რომ რიმან-დირიხლეს კლასიკური შედეგი უპირობოდ კრებადი რიცხვითი მწკრივების შესახებ სამართლიანია ბევრად უფრო ზოგად შემთხვევაში. კერძოდ, ნაჩვენებია, რომ ნებისმიერ ტოპოლოგიზირებულ ნახევარჯგუფში უპირობოდ კრებადი კომპუტირებადი წევრებიანი

მწკრივის ჯამი არაა დამოკიდებული შესაკრებთა რიგზე. **დაგეგმილია** ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურის შესწავლა უპირობოდ კრებადი მწკრივებისთვის არაკომუტირებადი შესაკრებებისთვის (არაბელურ) ტოპოლოგიურ ჯგუფებში.

ბ) უნივერსალური მწკრივები ჩვენს მიერ შესწავლილია ნაშრომებში [11, 33, 52]. ამჟამად ჩვენ ვგეგმავთ მივუბრუნდეთ [52] - ში დასმულ ღია ამოცანას: არსებობს თუ არა ყოველ სეპარაბელურ, მეტრიზებად, ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეში უნივერსალური მწკრივი? აგრეთვე **დაგეგმილია** მუშაობა **ხ. ბონეტის** შემდეგ შეკითხვაზე: არის თუ არა ნორმირებულ (არასრულ) სივრცეში უნივერსალური მწკრივი აგრეთვე უნივერსალური გასრულებულ სივრცეში?

აგრეთვე განვიხილავთ ფუნქციონალური მწკრივების გადანაცვლებებს ჰოლომორფული ფუნქციების სივრცეში $H(U)$, სადაც $U = \{s \in \mathbb{C}: 0 < \operatorname{Re}(s) \leq 1\}$ კრიტიკული ზოლია. ფიქსირებული ნატურალური რიცხვისთვის n , განვსაზღვროთ U -ზე ჰოლომორფული ფუნქცია $f_n(s) = n^{-s}$. ნაშრომში [59] დავამტკიცეთ, რომ ნიშნებიანი დირიხლეს მწკრივი $\sum \pm f_n(s)$ უნივერსალურია კომპლექსურ ველში ყოველი ფიქსირებული s -თვის, $s \in U$. აქ განვიხილავთ 2 საკითხს:

- აკმაყოფილებს თუ არა მწკრივი $\sum \pm f_n$ (σ, θ) -პირობას კომპაქტურ-ღია ტოპოლოგიაში (ეს ამოცანა დაკავშირებულია ფრემეს ბირთვული სივრცეების ზემოთ აღნიშნულ თვისებებთან).
- არის თუ არა მწკრივი $\sum \pm f_n$ „ლოკალურად უნივერსალური“ ფრემეს ბირთვულ სივრცეში $H(U)$.

3.1.4. ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.

ნაშრომის [44] მიხედვით, ა. კოლმოგოროვმა დასვა შემდეგი ამოცანა:

კოლმოგოროვის ამოცანა (1920): შესაძლებელია თუ არა $L_2[0,1]$ სივრცეში ყოველი უსასრულო ორთონორმირებული (φ_n) სისტემის ისეთი გადანაცვლება, რომ ის გახდეს კრებადობის სისტემა?

ეს პრობლემა შესწავლილი იყო [8]-ში, სადაც გამოყენებული იყო ტერმინი - **კოლმოგოროვის ამოცანა გადანაცვლებებზე**. ნაშრომში აღნიშნულია, რომ ეს ამოცანა დასმული იყო [60]-ში, რაც სიმართლეს არ შეესაბამება. სინამდვილეში, ისტორია იწყება **დ. მენშოვის** 1923 წლის ნაშრომით, სადაც ნაჩვენებია, რომ ყველა ორთონორმირებული სისტემა არ არის კრებადობის სისტემა. ქვემოთ მოკლედ მოვიყვანთ ზოგიერთ შედეგს, რომლებიც თანხმობაშია კოლმოგოროვის ამოცანის შესაძლო დადებით გადაწყვეტასთან.

მენშოვის თეორემები. ვთქვათ (φ_n) უსასრულო ორთონორმირებული სისტემაა, (α_n) - სკალართა მიმდევრობა.

- a) ([61, Theoreme II], 1936). ფიქსირებული მიმდევრობისთვის $w_n > 0, w_n \rightarrow \infty$, არსებობს ისეთი გადანაცვლება $\pi: N \rightarrow N$ (შესაძლებელია (w_n) -ზე დამოკიდებული), რომ თუ $\sum_n w_n |\alpha_n|^2 < \infty$, მაშინ $\sum_n \alpha_n \varphi_{\pi(n)}$ იკრებება თ.ყ. $[0,1]$ -ზე;
- b) ([62], 1937). არსებობს ისეთი გადანაცვლება $\pi: N \rightarrow N$, რომ თუ $\sum_n |\alpha_n|^2 < \infty$, მაშინ $\sum_n \alpha_n \varphi_{\pi(n)}$ არის $(C, 1)$ ჯამებადი თ.ყ. $[0,1]$ -ზე;
- c) ([63], 1948). არსებობს ისეთი გადანაცვლება, რომ თუ $\sum_n |\alpha_n|^2 < \infty$, მაშინ მიმდევრობა $\sum_{n=1}^{2^n} \alpha_n \varphi_{\pi(n)}$, $n=1,2,\dots$ იკრებება თ.ყ. $[0,1]$ -ზე.

გარსიას თეორემა ([26], 1964). მოცემული ორთონორმირებული (φ_n) სისტემისათვის და სკალართა (α_n) მიმდევრობისათვის, რომლისთვისაც $\sum_n |\alpha_n|^2 < \infty$, არსებობს ისეთი გადანაცვლება $\pi: N \rightarrow N$, რომ მწკრივი $\sum_n \alpha_{\pi(n)} \varphi_{\pi(n)}$ იკრიბება თითქმის ყველგან $[0,1]$ -ზე. აღვნიშნოთ, რომ ამ თეორემაში გადანაცვლება π არსებითადაა დამოკიდებული (α_n) კოეფიციენტებზე.

გარსიას თეორემის „ნიშნებიანი ანალოგი“ დამტკიცებული იყო **პელი და ზიგმუნდის** ნაშრომში ბევრად ადრე (1930) : გარსიას თეორემის პირობებში, $\theta_n = \pm 1$ ნიშნების სათანადო შერჩევით, მწკრივი $\sum_n \theta_n \alpha_n \varphi_n$ იკრიბება თ.ყ. $[0,1]$ -ზე.

გარსიას თეორემა ეყრდნობა შემდეგ უტოლობას:

გარსიას უტოლობა: ყოველი $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ სასრული ორთონორმირებული სისტემისათვის $L_2[0,1]$ -ში და სკალართა ნებისმიერი $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ სიმრავლისათვის არსებობს გადანაცვლება $\pi: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ ისეთი, რომ C აბსოლუტური მუდმივისთვის

$$\int_0^1 \max_{k \leq n} \left| \sum_{i=1}^k \alpha_{\pi(i)} \varphi_{\pi(i)}(t) \right|^2 dt \leq C \sum_{i=1}^n |\alpha_i|^2. \quad (4)$$

შევნიშნოთ, რომ თეორემა 2-ის მაქსიმალური უტოლობა გვაძლევს (4)-ს გაუუმჯობესებადი მუდმივით $C = 4$.

გარსიამ [27], და მოგვიანებით ბურგეინმა [8], აჩვენეს, რომ კოლმოგოროვის ამოცანაზე პასუხი დადებითია, თუ სამართლიანია შემდეგი:

გარსიას ჰიპოთეზა [27]. არსებობს ისეთი აბსოლუტური კონსტანტა C , რომ ყოველი სასრული ორთონორმირებული $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ სისტემისათვის მოიძებნება ისეთი $\pi: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ გადანაცვლება, რომ (4) სამართლიანია სკალართა $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ ნებისმიერი კრებულისთვის.

უცნობია, ეკვივალენტურია თუ არა კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა. თანაბრად შემოსაზღვრული $|\varphi_k| \leq M, k = 1, 2, \dots$ ორთონორმირებული სისტემისათვის დამტკიცდა გარსიას ჰიპოთეზის სამართლიანობა უტოლობის მარჯვენა მხარეში დამატებითი $(\log \log n)^2$ მამრავლით [8] (იხ. აგრეთვე [64, 65]). მენშოვის და გარსიას თეორემები კომენტირებულია [66]-ში, სადაც აგრეთვე წერია: „შევნიშნოთ, რომ საკითხი ყოველი ო.ნ.ს.-თვის ისეთი გადანაცვლების არსებობისა, რომ ახალი სისტემა კრებადობის სისტემა იქნება, ჯერ კიდევ ღიაა.“ საკითხი ღიად რჩება დღეისთვისაც, თითქმის 30 წლის მერე (იხ. აგრეთვე [67, 68]).

ეს ამოცანები, დიდი ხანია ჩვენი გუნდის კვლევით ინტერესს წარმოადგენს. შემდეგი დებულება შეიძლება ჩაითვალოს კოლმოგოროვის ამოცანის “თითქმის ყველგან” ამოხსნად.

თეორემა [31]. ვთქვათ (φ_n) ორთონორმირებული სისტემაა და P ალბათური ზომა ბორელის σ -ალგებრაზე l_2 -ში. მაშინ არსებობს გადანაცვლება $\pi: N \rightarrow N$ და l_2 -ის ქვესივრცე L ისეთი, რომ $P(L) = 1$ და ყოველი მიმდევრობისთვის $(\alpha_n) \in L$, მწკრივი $\sum_n \alpha_n \varphi_{\pi(n)}$ კრებადია თითქმის ყველგან $[0,1]$ -ზე.

გადაწვლვებთან დაკავშირებულ ზემოთ ჩამოთვლილ ამოცანებში საკვანძო როლს თამაშობს გადანაცვლება (1) და (2) უტოლობებში. პროექტში ჩვენ შევეცდებით იგივე მეთოდის მოდიფიკაციის გამოყენებას კოლმოგოროვის ამოცანისა და მასთან დაკავშირებული გარსიას ჰიპოთეზის ანალიზისთვის. ამ მიმართულებით მნიშვნელოვანი შედეგებია მიღებული ბოლოდროინდელ ნაშრომებში [71, 72].

დაგეგმილია:

- a) გარსიას ჰიპოთეზასა და კოლმოგოროვის ამოცანას შორის დამოკიდებულების დადგენა;
- b) სასრული ორთონორმალური სისტემების შემთხვევაში მაქსიმალური უტოლობების მიღება. საუკეთესო გადანაცვლების ცნების შემოღება; იმ კომბინატორული პრობლემების გადაწყვეტა, რომლებიც შესაძლოა დაისვას კვლევის პროცესში.

3.1.5. ტრიგონომეტრიული მწკრივი. ულიანოვის ამოცანა

ნაშრომში [51] დაისვა შემდეგი ამოცანა: ვთქვათ $f: R \rightarrow R$ არის უწყვეტი, 2π - პერიოდული ფუნქცია და $f \sim \sum_{n=0}^{\infty} A_n$ მისი ტრიგონომეტრიული ფურიეს მწკრივია, სადაც $A_n(x) = c_n \cos(nx + \theta_n)$ არსებობს თუ არა მისი ისეთი გადანაცვლება $\sum_{n=0}^{\infty} A_{\sigma(n)}$, რომელიც იკრიბება f - სკენ თანაბრად?

ნაშრომში [75] მიღებულია ამ ამოცანის შესაძლო დადებითად გადაწყვეტის მიმანიშნებელი პირველი შედეგი, კერძოდ აგებულია ისეთი უწყვეტი, 2π -პერიოდული ფუნქცია f , რომლის ფურიეს ტრიგონომეტრიული მწკრივი არ იკრიბება f -კენ ზოგიერთ წერტილში, თუმცა გადანაცვლებული მწკრივი იკრიბება f -კენ თანაბრად.

ნაშრომებში [46, 47] თეორემა 2 - ის მსგავსი ტექნიკის გამოყენებით ნაჩვენებია, რომ $\sum_{n=0}^{\infty} A_n r_n$ მწკრივის კრებადობა იწვევს დადებით პასუხს ულიანოვის კითხვაზე (იხ. აგრეთვე [45]). თეორემა 2 გვაძლევს რევესის პირობის შესუსტების საშუალებას, კერძოდ მისი შეცვლა შეიძლება (σ, θ) -პირობით [20]: ყოველი $\sigma: N \rightarrow N$ -თვის არსებობს ისეთი ნიშნები $\theta_n = \pm 1, n = 1, 2, \dots$, რომ თანაბრად იკრიბება მწკრივი $\sum_{n=0}^{\infty} A_{\sigma(n)} \theta_n$.

შევნიშნოთ, რომ [37]-ში ნაპოვნია საკმარისი პირობა ფუნქციის უწყვეტობის მოდულის ტერმინებში, სადაც გამოყენებულია უტოლობა (3). ულიანოვის ამოცანას ეხება ნაშრომები [69, 70].

ჩვენ ვგეგმავთ დავადგინოთ, არის თუ არა (σ, θ) -პირობა აუცილებელი (ს. რევესმა კონტრმაგალითის საშუალებით აჩვენა, რომ რადემახერის მწკრივის კრებადობა არ არის აუცილებელი პირობა).

3.1.6. გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში

პროექტის ამ ნაწილის იდეები და საკითხები შემოტანილი და დამუშავებულია კოლეგებთან ერთად მიჩიგანის (აშშ) სახელმწიფო უნივერსიტეტიდან [22,23,24].

არსებობს შემთხვევითი მიმდევრობების (პროცესების) მრავალი მაგალითი, რომლებიც არ აკმაყოფილებენ გაძლიერებულ დიდ რიცხვთა კანონს (SLLN), მაგრამ აკმაყოფილებენ მას გადანაცვლების შემთხვევაში. თავისთავად ეს ლამაზი თეორიაა. ამავე დროს მას შეიძლება ჰქონდეს გამოყენებები ბუტსტრაპის (*bootstrap*) თეორიაში. ეს ის შემთხვევაა, როდესაც სტატისტიკოსის განკარგულებაშია მხოლოდ ერთი დიდი შერჩევა.

ამ ნაწილში დაგეგმილი გვაქვს:

- შემთხვევით სიდიდეთა მიმდევრობების ისეთი არსებითი მაგალითების აგება, რომლებიც არ აკმაყოფილებენ SLLN, მაგრამ აკმაყოფილებენ მას გარკვეული გადანაცვლების შემდეგ;
- გადანაცვლებისათვის SLLN-ის და განმეორებითი ლოგარითმის კანონების სამართლიანობის პირობების დადგენა;
- გამოყენებები ბუტსტრაპინგში.

3.1.7. CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში

ჩამოთვლილთაგან თითოეულ დისციპლინაში საქმე გვაქვს ამოცანებთან, რომელთაც აქვთ შემდეგი ქვეამოცანა როგორც ძირითადი ნაწილი, რომელსაც ხშირად **ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების (CVS)** ამოცანას უწოდებენ: ვთქვათ, $x_1, \dots, x_n$ არის ნორმირებული სივრცის ელემენტთა ისეთი კრებული, რომ $\sum_{i=1}^n x_i = 0$. ამოცანა მდგომარეობს ოპტიმალური (ან ოპტიმალურთან ახლოს მყოფი) ისეთი π_0 გადანაცვლების პოვნაში, რომელიც მინიმუმს ანიჭებს ფუნქციონალს

$$F(\pi) = \max_{1 \leq k \leq n} \left\| \sum_{i=1}^k x_{\pi(k)} \right\|.$$

მაგალითებისთვის იხ. [1, 7, 35, 42]. ყოველი მათგანი იყენებს თეორემებს 1 და 2 და უწოდებს მათ ჩოხანიანის გადატანის თეორემას. თეორემა 1 გვკარნახობს თვით ალგორითმს [12, 13]. π_0 გადანაცვლების პოვნის მთავარი იდეაა თეორემა 1-ის გამოყენებით, ამოცანის დაყვანა ვექტორ-თა ყოველი გადანაცვლებისთვის ნიშანთა ოპტიმალური კრებულის პოვნის ამოცანაზე. შემდგომ ეტაპზე ნიშანთა ამოცანა შესაძლებელია ამოიხსნას შესაბამისი პოლინომიალური ალგორითმებით [5, 48]. შევნიშნოთ, რომ ხარბი ალგორითმი არ მუშაობს [10].

დიდი მონაცემებისათვის (big data) ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში შესაძლებლად მიგვაჩნია პარალელური გამოთვლების გამოყენება. ამ მიმართულებით ინსტიტუტში არსებობს გამოთვლითი რესურსები, კერძოდ მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერი და კომპიუტერული კლასტერი პარალელური დაპროგრამებისთვის (იხ. პუნქტი 1.6).

დაგეგმილია, თეორემა 1-ზე დაყრდნობით შესაბამისი CVS ალგორითმების აგება და პროგრამების შექმნა:

- a) დისკრეტულ ამოცანებში, როგორცაა განსხვავებათა და განრიგების თეორიის ამოცანები;
- b) მანქანური სწავლების და სახეთა ამოცნობის ამოცანებში (მაგ. herding-ალგორითმი);
- c) მიღებული ალგორითმების გაპარალელება.

ამოცანა 3.2. ალბათური განაწილებები ალგებრულ სტრუქტურებში

ამ მიმართულებით დაგეგმილია 2 ქვეამოცანაზე მუშაობა.

3.2.1. დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის

ალბათობის თეორიაში დიდ რიცხვთა კანონი არის პრინციპი, რომელიც აღწერს ერთი და იგივე ექსპერიმენტის შედეგს მისი მრავალჯერ განმეორებისას. ამ კანონის თანახმად, ფიქსირებული განაწილებიდან სასრულო შერჩევის საშუალო მნიშვნელობა ახლოს არის ამ განაწილების მათემატიკურ მოლოდინთან. დიდ რიცხვთა კანონით პირველად იტალიელი მათემატიკოსი, ინჟინერი, ფილოსოფოსი, ექიმი და ასტროლოგი ჯიროლამო კარდანო დაინტერესებულა, რომელიც თავის წიგნში „აზარტული თამაშების შესახებ“ (*De Ludo alea*, 1563) წერდა, რომ „...ემპირიული სტატისტიკის სიზუსტე, როგორც წესი, უმჯობესდება ჩატარებული ექსპერიმენტების რაოდენობების გაზრდით.“ მიუხედავად ამისა ითვლება, რომ დიდ რიცხვთა კანონის შესწავლა დაიწყო გამოჩენილი შვეიცარიელი მათემატიკოსის იაკობ ბერნულის მიერ, რომელიც სამართლიანად მიიჩნევა ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური ანალიზის ერთ-ერთ ფუძემდებლად.

დიდ რიცხვთა კანონის თავდაპირველი ვერსიები, რომელთაც იკვლევდნენ ცნობილი მეცნიერები: ბერნული, პუასონი, ჩეზიშევი და ა.შ. დამოუკიდებელ შემთხვევებს შეეხებოდა. არადამოუკიდებელი შემთხვევა, როგორც ჩანს, პირველად უფროს ა. მარკოვს აქვს განხილული. ამ მიმართულებით ჩვენი ყურადღება გამოჩენილი რუსი მათემატიკოსის, ალექსანდრე ხინჩინის ერთმა ნაშრომმა მიიპყრო, რომელც მან 1928 წელს გამოაქვეყნა. ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილებაში დავინტერესდით ამ თემატიკით და ინტენსიური მუშაობის შედეგად ა. ხინჩინის შედეგი განვაზოგადეთ ჰილბერტის სივრცის შემთხვევაში; ხოლო მიმდინარე წელს ჩვენს მიერ მიღებული შედეგი სუსტად

კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისათვის გამოქვეყნდა „ლიტუვის მათემატიკურ ჟურნალში“ [77]. ამჯერად დაგეგმილი გვაქვს აღნიშნული კვლევის გაგრძელება სასრული კოტიპის მქონე უპირობო ბაზისიან სივრცეებში, რომლებიც წარმოადგენენ $l_p, 1 \leq p < \infty$, სივრცეების ბუნებრივ გაფართოებას. კვლევაში ჩართული იქნება განყოფილების თითქმის ყველა თანამშრომელი.

3.2.2. სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში

სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდის ცნება პირველად ცნობილმა ფრანგმა მათემატიკოსმა ჟ.პ. კახანმა შემოიტანა [80], რომელმაც ძალიან მალე ფართო გავრცელება ჰპოვა. შემდგომში სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდეები და პროცესები მრავალ ავტორს აქვს განხილული. მიუხედავად იმისა, რომ სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდეები და პროცესები საკმაოდ ფართო სპექტრს ქმნიან, ისინი, გარკვეული აზრით, ახლოს დგანან გაუსის შემთხვევით სიდიდეებთან და პროცესებთან.

ξ -ს ეწოდება სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდე, თუ არსებობს ისეთი რიცხვი $a \geq 0$, რომ ყველა ნამდვილი $t \in \mathbb{R}^1$ რიცხვისათვის სრულდება უტოლობა

$$\mathbb{E} e^{t\xi} \leq e^{\frac{1}{2}a^2 t^2},$$

სადაც $\mathbb{E}$ არის მათემატიკური მოლოდინის სიმბოლო.

რიცხვს

$$\tau(\xi) = \inf \left\{ a \geq 0, \quad \mathbb{E} e^{t\xi} \leq e^{\frac{1}{2}a^2 t^2}, \quad \text{ყოველი } t \in \mathbb{R}^1 - \text{თვის} \right\}$$

ეწოდება ξ შემთხვევითი სიდიდის გაუსის სტანდარტი. ცხადია, რომ ξ არის სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდე მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $\tau(\xi) < \infty$. განსაზღვრებიდან გამომდინარეობს, რომ ξ სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური მოლოდინი არის ნულის ტოლი და $\mathbb{E} \xi^2 \leq \tau^2(\xi)$.

მომავალი ხუთი წლის განმავლობაში ვაპირებთ სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტების (ვექტორების) შემდგომ კვლევას მნიშვნელობებით უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცეებში. ვთქვათ, X არის უსასრულოგანზომილებიანი ბანახის სივრცე და X^* არის მისი ტოპოლოგიური შეუღლებული. აქ უნდა აღინიშნოს ის გარემოება, რომ უსასრულოგანზომილებიან შემთხვევაში არ არსებობს ერთიანი მიდგომა სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტების ცნების მიმართ. მაგალითად, ნაშრომში [81] ξ შემთხვევით ელემენტს მნიშვნელობებით X ბანახის სივრცეში ეწოდება სუბგაუსის (შემდგომში T -სუბგაუსის), თუ არსებობს X -ში მნიშვნელობების მქონე გაუსის რაიმე შემთხვევითი ელემენტის კოვარიაციული ოპერატორი $R: X^* \rightarrow X$ ისეთი, რომ ყოველი $x^* \in X^*$ -სთვის სრულდება უტოლობა:

$$\mathbb{E} e^{\langle x^*, \xi \rangle} \leq e^{\frac{1}{2}a^2 \langle Rx^*, x^* \rangle}.$$

ნაშრომში [82] ξ შემთხვევით ელემენტს მნიშვნელობებით X ბანახის სივრცეში ეწოდება სუბგაუსის (შემდგომში F -სუბგაუსის), თუ არსებობს რიცხვი $C > 0$ ისეთი, რომ ნებისმიერი $x^* \in X^*$ -სთვის სრულდება უტოლობა:

$$\mathbb{E} e^{\langle x^*, \xi \rangle} \leq e^{\frac{C^2}{2} \langle R_\xi x^*, x^* \rangle},$$

სადაც R_ξ არის ξ შემთხვევით ელემენტის კოვარიაციული ოპერატორი.

სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტის ცნება პირველად ნახსენებია ნაშრომში [83]. ξ შემთხვევით ელემენტს მნიშვნელობებით X ბანახის სივრცეში ეწოდება სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი, თუ $\langle x^*, \xi \rangle$ არის სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდე ნებისმიერი $x^* \in X^*$ -სთვის. ჩვენი სემინარის მონაწილეების მიერ საკმაოდ დაწვრილებით იქნა შესწავლილი სუბგაუსის შემთხვევითი სიდიდეები [84].

შედარებით ახლახან გამოქვეყნებულ ნაშრომში [85] განხილულია T -სუბგაუსის და სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტები. კერძოდ, დახასიათებულია ის სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტები, რომლებიც არიან T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტები უსასრულოგანზომილებიან ბანახის და ჰილბერტის სივრცეებში. მაგალითისთვის შეგვიძლია დავასახელოთ შემდეგი შედეგი ამ ნაშრომიდან:

თეორემა. ვთქვათ, ξ არის სუსტად სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი მნიშვნელობებით სეპარაბელურ H ჰილბერტის სივრცეში და (φ_k) არის H -ის ნებისმიერი ორთონორმირებული ბაზისი. მაშინ ξ არის T -სუბგაუსის მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $\sum_{k=1}^{\infty} \tau^2(\varphi_k, \xi) < \infty$.

გაუსის ცენტრირებული შემთხვევითი ელემენტის განაწილება ცალსახად განისაზღვრება თავისი კოვარიაციული ოპერატორით. გაუსის კოვარიაციული ოპერატორების აღწერის მიმართულებით ჩვენი სემინარის მონაწილეების მიერ მიღებული შედეგები კარგად არის ცნობილი სპეციალისტებისათვის. გაუსის განაწილების ანალოგიით აქ შეიძლება დაისვას სუბგაუსის განაწილების დახასიათების ამოცანა. მაგრამ სუბგაუსის შემ

თხვევითი ელემენტის განაწილება მხოლოდ კოვარიაციული ოპერატორით არ ხასიათდება. მაგალითად, ზემოთ მოყვანილ თეორემაში ჰილბერტის სივრცეში მნიშვნელობების მქონე T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტი დახასიათებულია გაუსის სტანდარტის ტერმინებში. აქ აგრეთვე შეიძლება დაისვას სუბგაუსის შემთხვევით ელემენტთა კოვარიაციული ოპერატორების კლასის აღწერის ამოცანა, რაც ასევე საკმაოდ რთული ამოცანაა, რასაც ადასტურებს გაუსის ზომების შემთხვევა. როგორც ცნობილია, გაუსის ზომების დახასიათების ამოცანა ჯერ კიდევ გადაუჭრელია ზოგად ბანახის სივრცეში. დადებითი შედეგები ცნობილია ზოგიერთ კონკრეტულ სივრცეში (ასეთ სივრცეებად, მაგალითად, შეგვიძლია დავასახელოთ ჰილბერტის სივრცე, L_p -სივრცეები, $1 \leq p < \infty$).

ამრიგად, ამოცანა, რომლის შესწავლასაც ვაპირებთ, ეს არის სუბგაუსის განაწილების დახასიათების ამოცანა ზოგად ბანახის სივრცეში. ბუნებრივად გვეჩვენება ეს ამოცანა დაიყოს შემდეგ ქვეამოცანებად:

- T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტების დახასიათება L_p -სივრცეებში. შესაძლებელია აქ ცალ-ცალკე გახდეს საჭირო შემთხვევების $1 \leq p \leq 2$ და $2 \leq p < \infty$ განხილვა;

- T -სუბგაუსის შემთხვევითი ელემენტების დახასიათება უპირობო ბაზისიან სივრცეებში.

ამოცანა 3.3. მონოგრაფიებზე მუშაობა

საანგარიშო პერიოდში დაგეგმილია მუშაობა 2 მონოგრაფიაზე:

1. მონოგრაფიას „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ (ავტორები ნ. ვახანია, ვ. ტარიელაძე, ს. ჩობანიანი) აქვს 1000-ზე მეტი ციტირება. ბოლო 2 ავტორი გეგმავს 1987 წლის ინგლისური გამოცემის [N.N. Vakhania, V.I. Tarieladze, and S.A. Chobanyan, *Probability Distributions on Banach Spaces*, Reidel, Dordrecht, 1987.] ახალ, შესწორებულ, გადამუშავებულ და განვრცობილ გამოცემაზე მუშაობას. ახალი გამოცემის ორგანიზებას შევთავაზებთ გამომცემლობა „შპრინგერს“, რომელმაც მოიპოვა მონოგრაფიის გავრცელების უფლება.
2. ვ. ტარიელაძე ესპანელ კოლეგებთან, ალბერტო კასტეხონთან და ეუსებო ქორბაჩოსთან ერთად მუშაობს მონოგრაფიაზე „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“. საანგარიშო პერიოდში დაგეგმილია მონოგრაფიაზე მუშაობის დასრულება.

მიმართულება 4. დიდი მოცულობისა და რთული სტრუქტურების მონაცემების დამუშავების პარალელური ალგორითმების აგება, ანალიზი, რეალიზაცია

ამოცანა 4.1. მარკოვის ტიპის დინამიური სისტემების მდგომარეობათა აგრეგირება

მარკოვის შემთხვევითი პროცესების თეორიის მეთოდები ფართოდ გამოიყენება განსხვავებული ბუნების (ფიზიკური, ბიოლოგიური, ტექნიკური, სოციალურ-ეკონომიკური) სისტემებში მიმდინარე პროცესების აღწერა-ანალიზისათვის. ამ დროს წარმოქმნილი მარკოვის სისტემები განიხილებიან როგორც ალბათური სისტემების მათემატიკური მოდელი, რომლებიც აღიწერებიან მარკოვის ჯაჭვებით მდგომარეობათა სასრული რაოდენობის საშუალებით. ამ დროს, სისტემის აღწერის სირთულე განისაზღვრება პირველ რიგში იმით, რომ ეს რაოდენობა ძალიან დიდია. ამიტომ ჩნდება ე.წ. აგრეგირებულ მდგომარეობებზე გადასვლის მოთხოვნილება, რომელთა რაოდენობა არსებითად ნაკლებია. ამასთან, თავისი არსით, აგრეგირებული მდგომარეობები შეიძლება წარმოადგენდნენ რეალურად დაკვირვებად სიდიდეებს. მეორეს მხრივ, აგრეგირებული სისტემა შეიძლება განხილული იქნას, როგორც საწყისი მარკოვის სისტემის მიახლოებითი მოდელი. კვლევის პროცესში გათვალისწინებულია მარკოვის ტიპის სისტემების ფუნქციონირებასთან ასოცირებული მარკოვის ჯაჭვებში ფაზური სივრცის განზომილების რედუქციის მეთოდების დამუშავება სისტემის მდგომარეობათა როგორც ზუსტი, ისე ასიმპტოტური აგრეგირების საფუძველზე. ამასთან, ზუსტი და ასიმპტოტური აგრეგირების ცნებები განხილულია მდგომარეობათა აგრეგირების შესაძლებლობების შემზღუდავი სიმრავლის ინვარიანტობასთან კავშირში.

შემსრულებლები: გურამ ცერცვაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ჰამლეტ მელაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), თინათინ დავითაშვილი (საზოგადოებრივ საწყისებზე, ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასოცირებული პროფესორი).

ამოცანა 4.2. სტატისტიკური ჰიპოთეზების შემოწმების ახალი მეთოდები

შესასრულებელი სამუშაოს მიზანია ალბათობების განაწილების კანონების პარამეტრების შეფასების და მათი მნიშვნელობების შესახებ ჰიპოთეზების შემოწმების ახალი მეთოდების დამუშავება და გამოყენება. აგრეთვე, ცოდნის სხვადასხვა დარგში მიღებული დაკვირვების შედეგების სტატისტიკური დამუშავება მათში არსებული კანონზომიერების აღმოჩენისა და მათ საფუძველზე დასკვნების გაკეთების მიზნით, შექმნილი მეთოდების ალგორითმიზაცია, პროგრამული რეალიზაცია და პრაქტიკული მაგალითების გამოთვლა.

აღნიშნულ მეთოდებს (პარამეტრების შეფასება, ჰიპოთეზების შემოწმება) განსაკუთრებული ადგილი უკავია როგორც მათემატიკური სტატისტიკის თეორიაში ასევე სტატისტიკური მეთოდების პრაქტიკულ გამოყენებაში. ხოლო შემთხვევითი ფაქტორებით დამახინჯებულ დაკვირვების შედეგების დამუშავებას სტატისტიკური მეთოდების გამოყენებით, მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია ცოდნის სხვადასხვა დარგების ძირითადი პრობლემების სათანადო დონეზე გადაწყვეტის საქმეში.

განხორციელებული კვლევის შედეგად მიღებული იქნება ახალი, პრაქტიკული მნიშვნელობის მქონე მეთოდები, ალგორითმები და მათი პროგრამული რეალიზაცია შემდეგი პრობლემების გადასაწყვეტად: მრავლობითი ჰიპოთეზების უნივერსალური წარმოდგენა მათი სიმრავლეების გაერთიანება-გადაკვეთის ან გადაკვეთა-გაერთიანების სახით; გაერთიანება-გადაკვეთის ან გადაკვეთა-გაერთიანების ჰიპოთეზების შემოწმების მეთოდების დამუშავება და რეალიზაცია; მრავლობითი ჰიპოთეზების შემოწმება წყვილ-წყვილად და მისი გამოყენება დიდი მონაცემებისათვის; ჰიპოთეზების შემოწმება შემთხვევითი სიდიდეების დამოკიდებულების შესახებ; განაწილების კანონების პარამეტრების შეფასების ახალი, საიმედო მეთოდების დამუშავება; დამუშავებული მეთოდების ალგორითმიზაცია და პროგრამული რეალიზაცია საკონტროლო მაგალითების გამოთვლით. მონაცემთა სტატისტიკური დამუშავება და დასკვნების გაკეთება.

შემსრულებლები: ქართლოს ყაჭიაშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), იოსებ ყაჭიაშვილი (მეცნიერი თანამშრომელი).

ამოცანა 4.3. პროგნოზირების მოდელებისგან ახალი პროგნოზირების მოდელის შექმნისა და გამოყენებისათვის საჭირო პროგრამული უზრუნველყოფის შემუშავება

ამოცანის არსი მდგომარეობს მოვლენების არსებული პროგნოზირების მეთოდებისა და მათ მიერ გამოყენებითი მონაცემების ბაზაზე ისეთი მოდელების გამოყოფაში, რომლებიც ერთობლიობაში ბევრად უკეთეს გამართლებას ალბათობას იძლევა, ვიდრე ცალკეული „კარგი“ მოდელები. ეს შესაძლებლობას მოგვცემს მცირე ეკონომიკური შესაძლებლობის ქვეყნებისათვის შერჩეული იქნას ბევრად ნაკლები რაოდენობის მოდელი, რომელთა თანაკვეთა უკეთეს გამართლებას შედეგს იძლევა, ვიდრე არსებული ცალკეული პროგნოზირების მოდელები. მაგალითად, თუ იაპონიას აქვს შესაძლებლობა მიწისძვრისათვის გამოიყენოს 500 მოდელი, საქართველოსათვის, მისი ეკონომიკური შესაძლებლობიდან გამომდინარე, აქედან შერჩეული 2-3 მოდელი იქნება საკმარისი, თუ მათი

თანაკვეთა გაცილებით უკეთეს შედეგს მოგვცემს. შესაბამისი ღია პროგნოზირების საიტის შექმნის მიზანია სხვადასხვა არეში არსებული პროგნოზირების საიტებისა და მონაცემების კვლევების საფუძველზე უფრო მაღალი სიზუსტის პროგნოზის მიღება, ახალი პროგნოზირების მოდელების ანალიზი, დამატება და კვლევა.

შემსრულებლები: მერაბ ფხოველიშვილი (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), მაგული პაპიაშვილი (პროგრამისტი), გივი სილაგაძე (პროგრამისტი), ცოტნე ჯავახიშვილი (IT-მენეჯერი).

ამოცანა 4.4. მრავალბირთვიანი პროცესორის სტრუქტურული ანალიზი, საიმედოობის შეფასება და ეფექტიანობის მაჩვენებლების ოპტიმიზაცია

თანამედროვე კომპიუტერებში წარმადობის, საიმედოობისა და ენერგოეფექტიანობის ამღლების მიზნით ფართოდ გამოიყენება მრავალბირთვიანი პროცესორები. მრავალბირთვიანი პროცესორის ფუნქციონირების პროცესში შესაძლებელია ადგილი ჰქონდეს ბირთვების, როგორც მრავალფუნქციური ელემენტების, ნაწილობრივ ან სრულ მტყუნებას ამოცანის ალგორითმის შესრულების მიმართ.

პროცესორის ბირთვის სრული მტყუნების შემთხვევაში განხორციელდება ბირთვის სრული ჩანაცვლება სხვა მუშაუნარიანი ბირთვით, ბირთვის ნაწილობრივი მტყუნების შემთხვევაში კი შესაძლებელია ოპერაციულმა სისტემამ მოახდინოს ამოცანის შესრულების ალგორითმის ხელახალი გადანაწილება ბირთვებს შორის (ანუ ბირთვების ურთიერთშენაცვლება), რაც უზრუნველყოფს პროცესორის მიერ ამოცანის წარმატებით შესრულებას.

მრავალბირთვიანი პროცესორების სტრუქტურული ანალიზის მიზნით, ლოგიკურ-ალბათური მეთოდების გამოყენებით შემუშავებულია მათემატიკური მოდელები და ალგორითმები, რომელთა რეალიზებით, სისტემების ფუნქციური რესურსების მატრიცების ბაზაზე, შესაძლებელია მრავალბირთვიანი სისტემების საიმედოობის, მტყუნებისადმი მდგრადობის, სიცოცხლისუნარიანობის, მოქნილობისა და სხვა კრიტერიუმების რაოდენობრივი შეფასება. გარდა ამისა, დღის წესრიგში დგება მრავალბირთვიანი პროცესორების ბირთვებს შორის ფუნქციონირების ოპტიმალური განაწილებისა და ფუნქციონირების პროცესში წარმოქმნილი მტყუნებების შემთხვევაში ფუნქციონირების ხელახალი გადანაწილების (მანევრირების, რეკონფიგურირების) ოპტიმალური მართვის ალგორითმების შემუშავება.

შემსრულებლები: ჰამლეტ მელაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), სერგო ცირამუა (საქართველოს უნივერსიტეტის პროფესორი), თინათინ დავითაშვილი (ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასოცირებული პროფესორი), ფრანცისკო კრიადო (მაღაგის უნივერსიტეტის პროფესორი).

ამოცანა 4.5. სტრატეგიული ანალიზის მხარდაჭერის საინფორმაციო პლატფორმა

ამოცანა ითვალისწინებს ხელოვნური ინტელექტის ტექნოლოგიებისა და მანქანური სწავლების ინსტრუმენტების გამოყენებით საინფორმაციო მხარდაჭერის ისეთი პლატფორმის შეიმუშავებას, რომელიც მოერგება თანამედროვე ბიზნესის მოთხოვნებს. პლატფორმა წარმოადგენს ინდუსტრიის ანალიზის მოდელს და აგებული იქნება არამკაფიო ლოგიკის საფუძველზე. იგი მოემსახურება ბიზნესის სისტემური რისკების შემცირებას, საშუალებას

მისცემს მეწარმეებს ოპტიმალურად გაანაწილონ პრიორიტეტები შეზღუდული რესურსების პირობებში საუკეთესო შედეგის მისაღწევად, გაზრდის ახალი ბიზნეს-ინიციატივების წარმატების პერსპექტივას და ხელს შეუწყობს ინდუსტრიულ განვითარებას საქართველოში.

შემსრულებელი: გიორგი ღლონტი (მეცნიერი თანამშრომელი).

ამოცანა 4.6. პარალელური თვლის ალგორითმები მათემატიკური ფიზიკის ზოგიერთი წრფივი და კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის

წარმოდგენილ ამოცანაში შეიძლება გამოიყოს რამდენიმე ძირითადი საკითხი:

შესწავლილი იქნება არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა მათემატიკური ფიზიკის ჰიპერბოლური ტიპის მუდმივკოეფიციენტებიანი განტოლებებისათვის; დამტკიცებული იქნება ამოცანის ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა; განხილული იქნება ოპტიმალური მართვის ამოცანა, რომელიც აღიწერება პირველი რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით სიბრტყეზე, არალოკალური სასაზღვრო პირობებით; დადგენილი იქნება ოპტიმალობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები.

ჰიპერბოლური ტიპის ცვალებადკოეფიციენტებიანი კვაზიწრფივი განტოლებათა სისტემებისათვის, დეკომპოზიციისა და რეგულარიზაციის მეთოდების გამოყენებით, აგებული და შესწავლილი იქნება ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემები.

განხილული და შესწავლილი იქნება ბრტყელი დრეკადობის თეორიის განტოლებები და აგებული იქნება შესაბამისი ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემები.

ყველა ჩამოთვლილი ამოცანისათვის შემუშავდება რიცხვითი ალგორითმები, რომელთა რეალიზაცია შესაძლებელი იქნება როგორც მიმდევრობით, ასევე პარალელურ გამოთვლით სისტემებზე.

შემსრულებლები: ჰამლეტ მელაძე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), თინათინ დავითაშვილი (საზოგადოებრივ საწყისებზე, ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასოცირებული პროფესორი), დავით დევაძე ((საზოგადოებრივ საწყისებზე, შოთა რუსთაველის სახელობის ბათუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი), ფრანცისკო კრიადო (საზოგადოებრივ საწყისებზე, მალაგის უნივერსიტეტის პროფესორი).

2.2. ლიტერატურული მონაცემები

მიმართულება 1.

1. Grinberg G.A. The selected questions of mathematical theory of electric and magnetic phenomena. (Russian) Izd. Akad. Nauk SSSR, 1948.
2. Smythe William R. Static and Dinamic Electricity (second edition), New York, Toronto, London, 1950.
3. Carslaw H.S., Jaeger J.C. Conduction of heat in solids, Oxford University Press, London, 1959.
4. Budak B.M., Samarski A.A. and Tikhonov A.N. A collection of problems in mathematikal physics, Nauka, Moscow, 1980 (in Russian).

5. Lavrent'jev M.A. and Shabat B.V. Methods of the theory of functions of a complex variable. (Russian) Nauka, Moscow, 1973.
6. Karageorghis A. Modified methods of fundamental solutions for harmonic and biharmonic problems with boundary singularities. Numer. Methods Partial Differential Equations, 8, 1992, 1-19.
7. Koblishvili N., Tabagari Z. and Zakradze M. On reduction of the Dirichlet generalized boundary value problem to an ordinary problem for harmonic function. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 132 (2003), 93-106.
8. Chaduneli A., Tabagari Z. and Zakradze M. A method of probabilistic solution to the ordinary and generalized plane Dirichlet problem for the Laplace equation. Science and Computing, Proc. Sixth ISTC Scientific Advisory Committee Seminar, Vol. 2, Moscow (2003), 361-366.
9. Chaduneli A., Tabagari Z. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized boundary problem for a harmonic function by the method of probabilistic solution. Bull. Georg. Acad. Sci. Vol. 173, №1, 2006, 30-33.
10. Zakradze M., Koblishvili N., Karageorghis A. and Smyrlis Y. On solving the Dirichlet generalized problem for harmonic function by the method of fundamental solutions. Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, Reports, 34 (2008), 24-32.
11. Kublashvili M., Sanikidze Z. and Zakradze M. A method of conformal mapping for solving the generalized Dirichlet problem of Laplace's equation. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 160 (2012), 71-89.
12. Zakradze M., Sanikidze Z., Koblishvili N. and Natsvlishvili Z. One model of reduction of the Dirichlet generalized problem to ordinary problem for harmonic function. Several Problems of applied Mathematics and Mechanics. Mathematics Research Developments, Nova publishers, New York, (2013), 111-123.
13. Koblishvili N. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized problem for a harmonic function in the case of an infinite plane with holes. Proc. A. Razmadze Math. Inst. 164(2014), 71-82.
14. Koblishvili N., Kublashvili M., Sanikidze Z. and Zakradze M. On solving the Dirichlet generalized problem for a harmonic function in the case of an infinite plane with a crack-type cut. Proc. A. Razmadze Math. inst., Vol. 168 (2015), 53-62.
15. Duenkin E.B. and Yushkevich A.A. Theorems and problems on Markov's processes, Nauka, Moscow, 1967 (in Russian).
16. Zakradze M., Kublashvili M., Sanikidze Z., Koblishvili N. Investigation and numerical solution of some 3D internal Dirichlet generalized harmonic problems in finite domains, Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute 171 (2017) 103-110.
17. Zakradze M., Mamporia B., Kublashvili M., Koblishvili N. The method of probabilistic solution for 3D Dirichlet ordinary and generalized harmonic problems in finite domains bounded with one surface, Transactions of A. Razmadze Math. Inst. 172 (2018), 453-465.
18. Zakradze M., Kublashvili M., Koblishvili N., Chakhvadze A. The method of probabilistic solution for determination of electric and thermal stationary fields in conic and prismatic domains, Transactions of A. Razmadze Math. Inst. 174 (2020), issue 2, 235-246.
19. Zakradze M., Kublashvili M., Tabagari Z., Koblishvili N. On numerical solving of the Dirichlet generalized harmonic problem for regular n-sided pyramidal domains by the probabilistic method, Transactions of A. Razmadze Math. Inst. 176 (2022), issue 1, 123-132.
20. Zakradze M., Tabagari Z., Sanikidze Z., Abramidze E. Computer modeling of a probabilistic solution for the Dirichlet generalized harmonic problem in some finite axisymmetric bodies with a cylindrical hole, Bulletin of TICMI (the paper is in print).
21. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости, М.-Л.: Гостехиздат, 1949
22. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1953.

23. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости, М.: Наука, 1966.
24. Александров В.М. Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении, М.: Машиностр., 1986.
25. Морозов Е.М., Зернин М.В. Контактные задачи механики разрушения, 2-е изд., М.: Либроком, 2012.
26. Морозов Н.Ф. Математические вопросы теории трещин, М.:Наука, 1984.
27. Мухелишвили Н.И., Сингулярные интегральные уравнения, М.:Наука, 1968.
28. Саникидзе Д.Г., Мирианашвили М.Г. К вопросу численного решения граничных задач по схеме аппроксимации сингулярных интегралов для областей с произвольными гладкими границами. Дифференц. уравнения, 38, № 9, 2002, 1277-1284.
29. Sanikidze J., Mirianashvili M. Approximation Schemes for Singular Integrals and Their Applications to Some Boundary Problems. Computational Methods in Applied Math., v.4, #1, 2004, 94-104.
30. Sanikidze J., Mirianashvili M. On Numerical Solution of the Dirichlet Modified Problem by Integral equations. Proceedings of the IEMAP "Integral Equations and Modeling of Applied Problems", Chisinau, Moldova, 20-25 June, 2005, 131-134.
31. Саникидзе Д.Г., Мирианашвили М.Г., Купатадзе К.Р. Об одной схеме численного решения видоизмененной задачи Дирихле для конечных многосвязных областей и некоторых ее приложениях. Дифференц. уравнения, т.42, № 9, 2006, 1272-1281.
32. Sanikidze J., Mirianashvili M. On Cauchy Type Singular Integrals Approximation Methods in Applied Physics. Proceedings of the second WSEAS International Conference on Finite Differences, Finite Elements, Finite Volumes, Boundary Elements, 2009, Tbilisi, Georgia, June 26-28, 182-185.
33. Саникидзе Д.Г., Мирианашвили М.Г. О равномерных аппроксимациях интегралов типа Коши с разомкнутыми контурами. Сб. статей «Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем», Пенза, 2011, 117-120.
34. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д. О некоторых вопросах точности квадратурных формул для сингулярных интегралов с ядром Коши. Proceed. of the International Scientific-Practical Conference IEC-2014, Vinnytsia, Ukraine, 2014, 157-158.
35. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д. О квадратурных формулах для сингулярных интегралов, близких по точности к гауссовским. Пенза, Сборник статей ПГУ «Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем», 2014, с. 37-41.
36. Саникидзе Д.Г., Кублашвили М.Д., Мирианашвили М.Г. К вопросу применения узлов Чебышева в квадратурных формулах для сингулярных интегралов с ядром Коши и весовыми функциями Якоби. Россия, Пенза, Сборник статей IX межд. Научно-техн. Конференции ПГУ «Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем», с. 62-66, 2015.
37. Sanikidze J., Mirianashvili M., Kupatadze K. On some quadrature formulas for cauchy type singular integrals with jacobi weights // Applied mathematics, informatics and mechanics (AMIM), Vol.21 No.1, 2016, pp.133-144.
38. კუბლაშვილი მ. ზვარის ამოცანის რიცხვითი ამოხსნის შესახებ. საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია "მართვის ავტომატიზირებული სისტემები". სამეცნიერო შრომები, ქ. თბილისი, 27-28 სექტემბერი, 1996 წ., გვ. 28-31.
39. Кублашвили М.Д. О численном решении некоторых задач бесконечных пластин с трещинами, Сб. трудов международного симпозиума, посвященного проблемам тонкостенных пространственных систем, Тбилиси, 2001, с.132-136.

40. Кублашвили М.Д. О численном решении задачи термоизолированной трещины, Проблемы прикладной механики, 4(9) 2002, с. 89-91.
41. Kublashvili M.D., Sanikidze Z., Kublashvili M.M., Saghinadze T. Numerical Schemes for the Calculation of some Engineering Details with Cracks, Sci-Tech Journal "Building", GTU (the paper is in print).
42. Sanikidze Z. On some questions of an approximate solution of a contact problem of the theory of elasticity, Reports of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 9, 1-3, 1994.
43. Sanikidze Z. Numerical solution of one problem of interaction of two elastic cylinders, Reports of I. Vekua Institute of Applied Mathematics, 10, 3, 1995.
44. Sanikidze Z. One approximate solution of one first kind integral equation by regularization method, Bull. Georgian Acad. Sci., 153, 1, 1996.
45. Sanikidze Z. On approximate representation of one integral operator and its application, Bull. Georgian Acad. Sci., 153, 3, 1996.
46. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Об учете неоднородности деформаций поперечного сдвига по толщине в слоистых оболочках. Прикл. механика, 1977, 13, №10, с. 36-42.
47. Григоренко Я. М., Василенко А. Т. Теория оболочек переменной жесткости. Киев: Наук.думка, 1981, 541с.
48. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Голуб Г.П. Статика анизотропных оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. – Киев, Наук.думка, 1987. -216с.
49. Григоренко Я.М., Абрамидзе Э.А. Напряженное состояние гибких слоистых оболочек вращения с учетом неоднородности деформаций поперечного сдвига. Докл. АН УССР, Сер.А., 1988, № 9, с.30-34.
50. Григоренко Я.М., Абрамидзе Э.А. Температурная задача о деформации гибких слоистых оболочек вращения в уточненной постановке. Прикл. Механика. Киев, 1993, 29, № 5, с. 55-59.
51. Grigorenko Ya.M., Abramidze E.A. Refined stress analysis of flexible multilayered shells of revolution with orthotropic layers of variable thickness. International Applied Mechanics, 37, 11, 2001, 1433-1140.
52. Abramidze E.A. The stress state of multilayer flexible cylindrical shells of variable stiffness, Journal International Applied Mechanics, vol. 39, 2, 2003, pp. 211-216.
53. Абрамидзе Э.А., Чанкотадзе В.В. О численном решении нелинейных задач для гибких слоистых оболочек по уточненной теории. Научно-техн. журнал «Строительство». Тбилиси, № 3(18), 2010, с. 37-42.
54. Abramidze Ed., Abramidze El. Numerical solution of nonlinear deformation task in the case of a layered cylindrical shell by local surface force, reports of enlarged sessions of seminar of I.Vekua Institute of Applied Mathematics Volume 32, 2018, pp 3-6.
55. Abramidze Ed., Abramidze El. Analysis of nonlinear deformation task of the layered cylindrical shell by local surface force and temperature field, Appl. Math. Inform. Mech. №2, 2019, pp 1-7, Tbilisi, Tbilisi State University
56. Abramidze Ed., Grigorenko Ya. Research of the Stress State of Flexible Multilayered Corrugated Cylindrical of Shell Rotation according to a Refined Theory Bulletin of TICMI, Vol.26, № 01, 2022, 19-26.
57. Volik B.G., Buyanov B.B., Lubkov N.B., Maksimov V.I., Stepanyants A.S. (1988) Methods for analysis and synthesis of control systems' structure (in Russian). Moscow, Electroatomizdat.
58. N. Limnios. (1993) A transient solution method for semi-Markov systems. Statistics & Probability letters 17, North-Holland.
59. Ushakov I.A. (2012) Reliability Theory: History & Current State in Bibliographies. R&TA, #1, Vol. 7. <http://www.gnedenko-forum.org/Journal/index.html>
60. Ushakov I. (2017) Is Reliability Theory Still Alive? RT&A , # 3(46) Vol. 12.

61. Gertsbakh I., Vaisman R. (2016) Resilience of Finite Networks Against Simple and Combined Attack on Their Nodes. RT&A, # 4(43) Vol. 11.
62. Lani Haque, Michael J. Armstrong (2005) A survey of Machine Interference Problem. Sprott School of business, Carleton University.
63. Lani Haque, Michael J. Armstrong (2007) A survey of Machine Interference Problem. European Journal of Operational Research, Vol. 179.
64. Janos Sztrik (2010) Queueing Theory and its Applications a Personal View. University of Debrecen, Hungary.
65. U.C. Gupta, T.S.S. Srinivasa Rao (1996) Computing steady state probabilities in $x(n)/G/1/K$ queue, Performance Evaluation, 24.
66. Ward Whitt (2018) A broad view of queueing theory through one issue, Queueing Syst. 89.
67. Kakubava R. (2021) An alternative transient solution for semi-Markov queueing systems. Georgian Math. J. 2021; 28(1), <https://doi.org/10.1515/gmj-2020-2050>, March 19, 2020.
68. Prangishvili A., Meladze H., Kakubava R., Davitashvili T., Svanidze N. (2018) On Network Maintenance Problem. Mixed-type Semi-Markov Queueing System with Bifurcation of Arrivals. Bull. Georg. Nat. Acad. Sci. Vol. 12, no. 2.
69. Prangishvili A., Meladze H., Kakubava R. (2017) Queueing Models for Large-Scale Technical Systems' Structural Control. Chapter #26, NOVA Science Publishers, NY.
https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=62205
70. Prangishvili A., Meladze H., Kakubava R., Svanidze N. (2017) On Network Maintenance Problem. Open Markov Queueing System with Bifurcation of Arrivals. Bull. Georg. Natl. Acad. Sci. vol. 11, no. 3.
71. Prangishvili A., Meladze H., Kakubava R. (2016) Open Queueing System for two Parallel Maintenance Operations as Mathematical Model for Dependability and Performance Analysis. Bull. Georg. Natl. Acad. Sci. Vol. 10.

მიმართულება 2

1. Baghaturia G. On The Cauchy Problem for one Quasi-Linear Hyperbolic Equation with Order and Type Degeneracy. Proceedings of A. Razmadze Institute of Mathematics, 141, 2006, 15-27.
2. Baghaturia G., Menteshashvili M. The Numerical Algorithm for the Quasi-linear Differential Equation of Mixed Type. In book "Information and Computer Technology, Modeling and Control, chapter 25. ISBN: 978-1-53612-075-2. Nova Science publishers, 2017.
<https://novapublishers.com/shop/information-and-computer-technology-modeling-and-control-proceedings-of-the-international-scientific-conference-devoted-to-the-85th-anniversary-of-academician-i-v-prangishvili/>
3. Baghaturia G., Menteshashvili M. The general integral of a quasilinear equation and its application to solving a nonlinear characteristic problem. Siberian Mathematical Journal, 2019, Vol. 60, No. 6, pp. 940–951. c _Russian Text c _ The Author(s), 2019, published in Sibirskii Matematicheskii Zhurnal, 2019, Vol. 60, No. 6, pp. 1209–1222. New York, USA. Pleiades Publishing, Inc. DOI: 10.1134/S0037446619060028. IF.
4. Beltadze G., Giorgobiani J. The stability of equilibrium situation for lexicographic strategic games. International Journal of Modern Education and Computer Science, v.8, no 12, 2016, 18 – 45.

5. Chelidze G., Nikoleishvili M., Tarieladze V. On a problem of integer valued optimization. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics Volume 47, 2021, 21 – 25.
6. Figula A., Menteshashvili M. Z. On the geometry of the domain of the solution of nonlinear Cauchy problem. in book "Lie Groups, Differential Equations, and Geometry. Advances and Surveys". Pages 205-221. ISSN 2366-7516; UNIPA Springer Series; © Springer International Publishing AG 2017.
7. Giorgobiani J., Nachkebia M., Giorgobiani G. One Approach to the Regime Optimization of Water-Power System. Comp. Sciences and Telecommunications (GESJ), No.2 (38), 2013, 52-56.
8. Giorgobiani J. Long-term Inventory Control Problem for Cascade Systems. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences. Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, v.10, no. 40, 2016, 27 – 32.
9. Holmes I., Sengupta A. A Gaussian Radon Transform for Banach spaces. Journal of Functional Analysis 263 (11), 3689-3706 (2012).
10. Kaczmarz S. Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen (Approximate Solution for Systems of Linear Equations). Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Série A, Sciences Mathématiques, 35, 355–357.
11. Kalichava Z. The exactness of an algorithm step for a dynamic beam. Collec. Scien. Artic. Yerevan State Univ., Natur. Phys.-Math. Sci. 1 (24) (2018), 95-101.
12. Kalichava Z., Peradze J. The iteration stage of a numerical algorithm for a Timoshenko type beam equation. Applied mathematics, informatics and mechanics. 23 (2018), no. 1, 23-29.
13. Kalichava Z., Peradze J., Tsiklauri Z. The accuracy of the finite difference scheme for a nonlinear dynamic beam problem. Reports of Enlarged Sessions of Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics. 33 (2019), 55-58.
14. Kvaratskhelia V., Menteshashvili M. Some Nonlinear Version of a Nonlocal Problem and Its Discrete Analogy. Computer Science and Information Technologies (CSIT)2019, p 77-78. USA, IEEE, DOI: 10.1109/CSITechnol.2019.8894943
15. Menteshashvili M.Z. The Nonlinear Cauchy Problem with Solutions Defined in Domains with Gaps. Journal of Mathematical Sciences, 2015, Volume 206, Issue 4, 413-423, Springer;
16. Peradze J., Kalichava Z. A numerical algorithm for the nonlinear Timoshenko beam system Numerical Methods for Partial Differential Equations, 36 (2020), no. 6, 1318-1347. IF -3.009
17. Tarieladze V., Vakhania N. Disintegration of Gaussian measures and average-case optimal algorithms, J. Complexity 23 (2007), no. 4-6, 851–866.
18. Traub J.F., Werschulz A.G. Linear ill-posed problems are solvable on the average for all Gaussian measures. 1999, The Mathematical Intelligencer 16(2), 1-12. DOI:10.1007/BF03024283
19. Traub J.F., Wojniakowski H. and Wasilkowski G.W. Information-based complexity. With contributions by A.G. Werschulz and T. Boulton. Computer Science and Scientific Computing. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1988.
20. Tsothnashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On a linear central spline algorithm in the space $D(K^{-n})$. The sixth annual international conference, Gori University, Georgia, 2013, November 15-16, 191-193.

21. Tsotniashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On some Frechet space and operator arising in computerized tomography. The fifth annual international conference, Gori University, Georgia, 2012, November 16-18, 108-110.
22. Tsotniashvili S., Ugulava D., Zarnadze D. On the stability of ill-posed problem with noninjective compact operator. Third Intern. Conf. of Gori University, 1-2 October, 2010, 233-234.
23. Ugulava D., Zarnadze D. New mathematical models of computerized tomography based on SVD of Radon operator. Information and Computer Technology, Modeling and Control. Nova Science publishers, Chapter 29, New York, 2017.
24. Ugulava D., Zarnadze D. On a linear generalized spline central algorithm of computerized tomography. Proceedings of A. Razmadze Math. Inst., v.169, 2015, 129-148.
25. Ugulava D., Zarnadze D. Generalized spline algorithms and condition of their linearity and centrality. Proceedings of A. Razmadze Math. Inst., v. 160, 2012, 134-164.
26. Ugulava D., Zarnadze D. On a central algorithm for calculation of the inverse of the harmonic oscillator in the spaces of orbits, Journal of Complexity. [https:// doi.org. 10.1016/j.jco.2022.101599](https://doi.org/10.1016/j.jco.2022.101599)
27. Ugulava D., Zarnadze D. On a new mathematical model of computerized tomography. Intern. Scientific Conf. Dedicated to 85-th Anniversary of Academician I.V. Prangishvili, Information and Computer Technologies, Modeling, Control. Proceedings, Georgian Technical University. Tbilisi, 2015, 433-435.
28. Ugulava D., Zarnadze D. On linear spline algorithm of computerized tomography in the space of n -orbits. Georgian Math. Journal, 2022, p.1-15 [https:// doi.org/10.1515/gmj-2022-2185](https://doi.org/10.1515/gmj-2022-2185)
29. Ugulava D., Zarnadze D. On notion of generalized spline for a sequence of elements sets. Bull. Georg. Ac. Sci., v.4, No.1, 2010, 12-16 .
30. Ugulava D., Zarnadze D. Orbitization of quantum mechanics, // GESJ: Computer Sciences and Telecommunications // 2022 | No.1(61), pp. 59-63 (<http://gesj.internet-academy.org.ge/download.php?id=3579.pdf>)
31. Ugulava D., Zarnadze D. The least squares method for harmonic oscillator operator in Schwartz space. Intern. Conf. on Comp. Science and Appl. Math., Proceedings, March 21-23, 2015, Tbilisi, Georgia, 255-261.
32. Vakhania N. N. Gaussian mean boundedness of densely defined linear operators. J. Complexity 7 (1991), no. 3, 225– 231.
33. Wald A. Statistical decision functions. Wiley, 1950.
34. Wenger S.A. Universal extrapolation spaces for C_0 -semigroups. Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat., 2014, 60(2): 447-463.

მიმართულება 3.

1. Ambrus G., Barany I., Grinberg V. Small Subset Sums. arXiv: 1502.04027, 1 [math. MG} 13 Feb2015.
2. Banaszczyk W. Additive Subgroups of Topological Vector Spaces. Springer-Verlag, 1991.
3. Banaszczyk W. On series of sign vectors and their rearrangements. Random Structures and Algorithms 40, 3, 301-316, 2012.
4. Bárány I., Grinberg V. On some combinatorial questions in finite-dimensional spaces. Linear Algebra Appl. 41, 1-9, 1981.
5. Barany I. On the Power of Linear Dependencies. Bolyai Society Mathematical Studies, Volume 19, p. 31-45. 2008.

6. Beck J. A Discrepancy Problem: Balancing Infinite Dimensional Vectors. Chapter in the book Number Theory – Diophantine Problems, Uniform Distribution and Applications (Festschrift in Honour of Robert F. Tichy's 60th Birthday), Editors C. Elsholtz and P. Grabner, p. 61-82, 2017.
7. Beck J., Sos V. Discrepancy theory. in: Handbook of Combinatorics, Elsevier Science, B.V., 1995.
8. Bourgain J. On Kolmogorov's rearrangement problem for orthogonal systems and Garsia's conjecture. Lecture Notes Math. 1376, 209-250, 1989.
9. Chasco M.J., Chobanyan S.A. On rearrangement of series in locally convex spaces. Mich. Math. J. 44, 607-617, 1997.
10. Chelidze G., Chobanyan S., Giorgobiani G., Kvaratskhelia V. Greedy algorithm fails in compact vector summation. Bull. Georgian National Acad. Sci., 4,2, 5-7, 2010.
11. Chelidze G., Giorgobiani G., Tarieladze V. Sum range of a quaternion series. J. Math. Sci. v. 216, 4, p. 519-521, 2016.
12. Chobanyan L.A., Chobanyan S.A., Giorgobiani G. Compact Vector Summation and its applications in Scheduling Theory. Bull. Georgian National Acad. Sci. 5, 1, 16-21, 2011.
13. Chobanyan L.A., Kvaratskhelia V.V. The algorithmic solution to the problem of compact vector summation with an application to the scheduling theory. Proc. 9-th Int. Conf. on Comp. Sci. and Inf. Technologies (CSIT-2013), Yerevan, Armenia, 58-60, 2013.
14. Chobanyan S.A. Structure of the set of sums of a conditionally convergent series in a normed space. Math. USSR-Sb. 56, 49-62, 1987 (in Russian 1985).
15. Chobanyan S.A. Convergence a.s. of rearranged series in Banach spaces and associated inequalities. Probability in Banach Spaces, 9. Birkhauser, 3-29, 1989.
16. Chobanyan S.A., Chobanyan A.L., Mandrekar V., Mutka M.W. Some applications of transference lemma to compact vector summation. Bull. Georgian National Acad. Sci., 174, 220-224, 2006.
17. Chobanyan S.A., Giorgobiani G. Almost sure permutational convergence of vector random series and Kolmogorov's problem. New Trends in Prob. And Statist. VSP/Mokslas, 1991.
18. Chobanyan S.A., Giorgobiani G. A problem on rearrangements of summands in normed spaces and Rademacher sums. Probab. Theory on Vector Spaces IV. Proc. Conf. Lancut, 1987, Lecture Notes Math. 1391, 33-46, 1989.
19. Chobanyan S.A., Giorgobiani G., Kvaratskhelia V.V., Levental S., Tarieladze V.I. On rearrangement theorems in Banach Spaces. Georgian Math. J., 21(2): 157-163, 2014.
20. Chobanyan S.A., Giorgobiani G., Tarieladze V.I. Signs and permutations: Two problems of the function Theory. Proceedings of Razmadze Math. Institute. 160, 25-34, 2012.
21. Chobanyan S.A., Levental S. Maximum inequalities in rearrangements of orthogonal series. Submitted to Georgian Math. J. 2016.
22. Chobanyan S.A., Levental S., Mandrekar V. Prokhorov blocks and Strong Law of Large Numbers under rearrangements. J. Theor. Prob. 17, 647-672, 2004.
23. Chobanyan S.A., Mandrekar V. On Kolmogorov SLLN under rearrangements. J. Theoretical Probab., 13, 1, 135-139, 2000.
24. Chobanyan S.A., Salehi H. Exact maximal inequalities for exchangeable systems of random variables. Theory Probab. Appl. 45, 424-435, 2000.
25. Dvoretzky A., Hanani C. Sur les changements des signes des termes d'une serie a termes complexes, C.R. Acad. Sci. Paris. 255, 1947, 516-518.
26. Garsia A. Rearrangements for Fourier series, Ann. Math. 79, 623-629, 1964.
27. Garsia A. Topics in Almost Everywhere Convergence. Markham, Chicago, 1970.
28. Giorgobiani G., Kvaratskhelia V. Maximal inequalities and their applications to orthogonal and Hadamard matrices. Period Math Hung (2020) 81:88-97. DOI 10.1007/s10998-020-00314-5
29. Giorgobiani G. Rearrangements of series. Journal of Mathematical Sciences, Vol. 239, No. 4, June, 2019, p. 438 -543.

30. Giorgobiani G. Structure of the set of sums of a conditionally convergent series in a p -normed space. *Bull. Acad. Sci. Georgian SSR*, 130, 480-484, 1988.
31. Giorgobiani G. Almost everywhere convergent rearrangements of expansions with respect to orthogonal systems. *Bull. Acad. Sci. Georgian SSR* 138, 257-260, 1990.
32. Giorgobiani G. Convergent rearrangements of series of vector-valued functions. *Georgian Math. J.* 7, 2000, 43-51.
33. Giorgobiani G., Tarieladze V. On complex universal series. *Proc. A. Razmadze Math. Inst.* 160, 53-63, 2012.
34. Grinberg V.S., Sevast'yanov S.V. Value of the Steinitz constant. *Funct. Anal. Prilozh.* 14, 56-57, 1980.
35. Harvey N., Samadi S. Near Optimal Herding. *JMLR: Workshop and Conference Proceedings*. 35, 1-18, 2014.
36. Kadets M.I., Kadets V.M. *Series in Banach Spaces*. Birkhauser. 1997.
37. Konyagin S.V. On uniformly convergent rearrangements of trigonometric Fourier Series. *J. Math. Sci., New York*, 155, 1, 81-88, 2008.
38. Levental S., Mandrekar V., Chobanyan S. *Functional Analysis and Its Applications*, 45, 1, 41-55, 2011.
39. Levental S., Salehi H., Chobanyan S. Maximum inequalities for rearrangements of summands and assignments of signs. *Theory Probab., Appl.*, 59, 4, 1-11, 2014.
40. Lévy P. Sur les series semi-convergentes. *Nouv. Ann. Math.*, (4) 5, 506-511, 1905.
41. Lund B., Magazinov A. The sign-sequence constant of the plane. <https://arxiv.org/abs/1510.04536>.
42. Makai M. Reroute sequence planning in telecommunication networks and compact vector summation. *Appl. Math. Comp.* 150, 785-801, 2004.
43. Menchoff D. Sur la sommation des series de fonctions orthogonales par des methodes de Cesaro. (French) *Rec. Math. [Mat. Sbornik] N.S.* 8(50) (1940), 121-136.
44. Olevski A. M. *Fourier series with respect to general orthogonal systems*. *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 86*. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, 1975.
45. Pecherski D.M. Rearrangements of series in Banach spaces and arrangements of signs., *Matem. Sb.* 135, 24-35, 1988.
46. Revesz S.G. Rearrangements of Fourier Series. *J. Approx. Theory*, 60, 101-102, 1990.
47. Revesz S.G. Rearrangements of Fourier series and Fourier series whose terms have random signs. *Acta Math. Hungarica*, 63, 4, 395-402, 1994.
48. Spencer J. Balancing games, *J. Comb. Theory, Ser. B.* 23, 68-74, 1977.
49. Steinitz E. Bedingt convergente Reihen konvexe Systeme. *J. Reine Angew. Math.*, 143, 1913, 128-175, 1913.
50. Stuart C. E. An Orlicz-Pettis theorem for conditionally convergent series. *Proyecciones universidad Catolica del norte Antofagasta – Chile*, 12, 2, p. 155-159, 1993.
51. Ulyanov P.L. Solved and unsolved problems in the theory of trigonometric and orthogonal series. *Russian Mathematical Surveys* 19, 1(1964), 1-62.
52. Giorgobiani G., Tarieladze V. Special universal series. *Several Problems of Applied Mathematics and Mechanics*. Nova Science Publishers; Mathematics Research Developments, Editors: I. Gorgidze et al., 2013, p. 125-130.
53. Giorgobiani G., Kvaratskhelia V., M. Menteshashvili. Maximum Inequalities and their Applications to Hadamard Matrices. *Proceedings of 11th Int. Conf. Comp. Sc. Inf. Tech. (CSIT 2017)*. Yerevan, Armenia, September 25 – 29, 2017, p. 198 – 199. <https://csit.am/2017/> (Revised Selected Papers, Added to IEEE Xplore: 12 March, 2018 p. 110-112.).
54. Menteshashvili M. A general integral of a quasilinear equation and application to solving a nonlinear characteristic problem. *Siberian Mathematical Journal*, 2019, Vol. 60, No. 6, pp. 940-951. (co-author G. Baghaturia). DOI: 10.1134/S0037446619060028

55. Kvaratskhelia V., Tarieladze V. Denjoy-Luzin systems, absolute convergence systems and unconditional convergence in Banach Spaces, 2013. In: Several Problems of Applied Mathematics and Mechanics, Chapter 7, pp.81—91
56. Chelidze G., Giorgobiani G., Tarieladze V. Rearrangement theorem for the weak topology. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics. Volume 31, 2017
57. Giorgobiani G., Kvaratskhelia V., Tarieladze V. Notes on Sub-Gaussian Random Elements, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Volume 334, 2020, i97-203; <http://www.springer.com/series/10533>
58. Tarieladze V. Characteristic Functionals of Probability Measures in DS-groups and Related Topics. Journal of Mathematical Sciences, Vol. 211, No. 2, November, 2015, 137-296
59. Chelidze G., Giorgobiani G., Tarieladze V. Universality of the Dirichlet Series in the Complex Plane ("Selected contributions of the 13th ISAAC Congress", accepted, 2022).
60. Kolmogorov A. Une contribution a l'etude de convergence des series de Fourier, Fund. Math. 5(1924), 96-97.
61. Menchoff D. Sur la convergence et la sommation des series de fonctions orthogonales. Bull. Soc. Math. France. 1936. V. 64. P. 147-170.
62. Меньшов Д. Е. Суммирование рядов по ортогональным функциям линейными методами, Изв. АН СССР. Сер. матем., 1937, том 1, выпуск 2, 203—229.
63. Меньшов Д. Е. О частных суммах рядов по ортогональным функциям. Ученые записки МГУ, математика. 1948. Т. II. № 135. С. 3-9.
64. Bourgain J. Λ_p -sets in analysis: results, problems and related aspects. Handbook of the geometry of Banach spaces, 2001, CHAPTER 5., Vol. I, 195—232.
65. Kashin B. S. On some properties of matrices of bounded operators from l_2^n to l_2^n . Izvestia Akademii Nauk Armianskoi SSR, XV. 5, 1980, 379—394 (in Russian).
66. Ulyanov P. L. Development of D. E. Men'shov's results in the theory of orthogonal series, Russian Math. Surveys, 47:5 (1992), 49—70.
67. Lewko A., Lewko M. The Square Variation of Rearranged Fourier Series, preprint, 2012. arXiv 1212.1988
68. Lewko A., Lewko M. Orthonormal systems in linear spans. Analysis and PDE, Vol. 7, No. 1, 2014, 97-115. [dx.doi.org/10.2140/apde.2014.7.97](https://doi.org/10.2140/apde.2014.7.97)
69. Hamm K., Hayes B., Petrosyan A. An operator theoretic approach to the convergence of rearranged fourier series. arXiv preprint arXiv:1809.08217, 2018.
70. Hamm K., Hayes B., Petrosyan A. Rearranged Fourier Series and Generalizations to Non-Commutative Groups. Conference Paper · July 2019, DOI: 10.1109/SampTA45681.2019.9030904
71. Chobanyan S., Levental S. A transference inequality for rearrangements of orthogonal series. (to appear in Georgian Mathematical Journal, 2022)
72. Chobanyan S., Dominguez X., Tarieladze V., Vidal R. Inequalities involving Signs and Permutations with applications to Sum Ranges. (to appear).
73. Castejon A., Corbacho E., Tarieladze V. Series with Commuting Terms in Topologized Semigroups. <https://doi.org/10.3390/axioms10040237>. Axioms 2021, 10(4), 237.
74. Banaszczyk W. Steinitz theorem on rearrangements of series for nuclear spaces, J. Reine Angew. Math. 403(1990), 187-200.
75. Stechkin S. B. On a problem by P.L. Ulyanov (in Russian), Uspehi Mat. Nauk, 1962, 17, 5(107), 143—144.
76. Rosenthal P. The Remarkable Theorem of Levy and Steinitz. The American Mathematical Monthly, Vol. 94, No. 4 (1987), 342-351.
77. Berikashvili V., Giorgobiani G., Kvaratskhelia V. The Law of Large Numbers for Weakly Correlated Random Elements in the Spaces l_p , $1 \leq p < \infty$. Lithuanian Mathematical Journal, 62, 2022, p. 308-314.

78. M. I. Kadets, "On conditionally convergent series in the space L_p ," *Usp. Mat. Nauk*, 9, No. 1(59), 107–109 (1954).
79. G. Giorgobiani. Note on Chobanyan-Pecherski condition for the series in Banach spaces. *GESJ: Computer Science and Telecommunications* 2022, No.1(61), 13–18.
80. J.P. Kahane. Propriétés locales des fonctions à séries de Fourier aléatoires. *Studia Math.*, 19, 1960, 1–25
81. M. Talagrand. Regularity of gaussian processes. *Acta Math.*, 159, 1–2, 1987, 99–149.
82. R. Fukuda. Exponential integrability of sub-Gaussian vectors. *Probab. Theory Related Fields*, 85, 4, 1990, 505–521.
83. N. Vakhania. On subgaussian random vectors in normed spaces. *Bull. Georgian Acad. Sci.*, 163, 1, 2001, 8–11.
84. V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze, N. Vakhania. Weakly Sub-Gaussian Random Elements in Banach Spaces. *Ukrainian Mathematical Journal*, 57, 9, 2005, 1387–1412.
85. G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, V. Tarieladze Notes on Sub-Gaussian Random Elements. The Fourth International Conference on Applications of Mathematics and Informatics in Natural Sciences and Engineering (AMINSE 2019), Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2020, 197–203.

მიმართულება 4

1. Ghosh, M., Mukhopadhyay, N., and Sen, P. K. (1997). *Sequential Estimation*, New York: Wiley.
2. Ghosh, B. K. and Sen, P. K. (1991). *Handbook of Sequential Analysis*, edited volume, New York: Dekker.
3. Kachiashvili K.J. (2018) *Constrained Bayesian Methods of Hypotheses Testing: A New Philosophy of Hypotheses Testing in Parallel and Sequential Experiments*. Nova Science Publishers, Inc., New York.
4. Rao C. R. (1973) *Linear Statistical Inference and its Applications*. New York: Wiley.
5. Zacks, S. and Ramig, P. F. (1987). Confidence Intervals for the Common Variance of Equicorrelated Normal Random Variables, in *Contributions to the Theory and Applications of Statistics*, volume in honor of Herbert Solomon, Gelfand, A. E., ed., pp. 511–544, New York: Academic Press.
6. Aoki M. Control of large-scale dynamic systems by aggregation//*IEEE Trans. Automat. Control*. 1968. V. AC-13. № 3. P. 246–253.
7. Dele bee que F., Quadrat J. P., Kokotovic P. V. A unified view of aggregation and coherency in networks and Markov chains // *Int. J. Control*. 1984. V. 40. № 5. P. 939–952.
8. Королюк В. С., Турбин А. Ф. Математические основы фазового укрупнения сложных систем. Киев: Наук, думка, 1978.
9. Гайцгори В. Г., Первозванский А. А. Агрегирование состояний в марковской цепи со слабым взаимодействием // *Кибернетика*. 1975. № 3. С. 91–98.
10. Первозванский А. А., Гайцгори В. Г. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация. М.: Наука, 1979.
11. Prangishvili, A., Gasitashvili, Z., Pkhovelishvili, M., Archvadze, N., Predicting Events by Analyzing the Results of the Work of Predictive Models, *Communications in Computer and Information Science*. Springer, 2022, 1562 CCIS, pp. 64–78.
12. Gasitashvili, Z., Pkhovelishvili, M., Archvadze, N., Reducing Risks through Improvement of Prediction Models // *Reliability: Theory and Applications*, 2022, 17, pp. 197–202.

13. Gasitashvili, Z., Pkhovelishvili, M., Archvadze, N., Prediction of Events Means of Data Parallelism, Proceedings - Mathematics and Computers in Science and Engineering, MACISE 2019, 2019, pp. 32–35.
14. Klaus Waldschmidt, Jan Haase, Andreas Hofmann, Markus Damm, Dennis Hauser. Reliability-Aware Power Management Of Multi-CoreSystems (MPSoCs). Technische Informatik, J. W. Goethe Universitat Post Box 11 19 32, 60054 Frankfurt a. M., Germany, 2006.
15. Arun K. Kanuparthi, Ramesh Karri. Reliable Integrity Checking in Multicore Processors. 2015, ACM Trans. Architek. Code Optim. 12,2, Article 10 (May 2015), 23 pages.
16. Ajeya Naithani, Stijn Eyerman, Lieven Eeckhout. Reliability-Aware Scheduling on Heterogeneous Multicore Processors. 2017 IEEE International Symposium on High Performance Computer Architecture (HPCA), 2017.
17. Sergo Tsiramua. System reliability: Organizational design of highly reliable human-machine systems based on multi-functional operators. Ed. Lambert Academic Publishing, 2017. Book (Rus), 207 pp.
18. Ryabinin I.A. Reliability and Safety of Structural Complex Systems. - St.Petersburg, - Politehnika (Rus), 2000, - 248 p.
19. C. Hakansson, M. Nelke. Competitive Intelligence for Information professionals. 2015. Elseiver Ltd. ISBN: 978-0-08-100206-3.
20. A. D'Atri, M. De Macro, N. Casalino. Interdisciplinary Aspects of Information Systems Study. 2008. Physica-Verlag Heidelberg. ISBN 978-3-2009-6.
21. K. Koberidze. Elaboration of Model for Information Support of Startup (the case of Georgia). Doctoral thesis in Business Administration. IBSU. 2021.
22. P. Desfray, G. Raymond. Modeling Enterprise Architecture with TOGAF. 2014. Elsevier Inc. ISBN: 978-0-12-419984-2.
23. Gordeziani, D., Meladze, H. On some parallel algorithms for approximate solution of problems of mathematical physics (Book Chapter) // Information and Computer Technologies - Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili, Nova Science Publishers, USA, pp. 451-471.
24. F.Criado-Aldeanueva, T.Davitashvili, H.Meladze, P.Tsereteli, J.M.Sanchez. Three-Layer Factorized Difference Schemes and Parallel Algorithms for Solving the System of Linear Parabolic Equations with Mixed Derivatives and Variable Coefficients // Applied and Computational Mathematics, 2016, V.15, #1, pp.51-66.
25. T. Davitashvili, H.Meladze, N.Skhirtladze. About One Parallel Algorithm of Solving Non-Local Contact Problem for Parabolic Equations. 11th International Conference on Computer Science and Information Technologies - CSIT'2017, September 25-29, Yerevan, Armenia. pp. 328-332.
26. T.Davitashvili, H.Meladze. Some Algorithms of Solving the Systems of Nonlinear Algebraic Equations on Parallel Computing Systems // Information and Computer Technology, Modeling and Control, Series: Computer Science, Technology and Applications, Book Chapter #7, NOVA Science Publishers, USA, 2017.
27. Devadze D., Meladze H., Algorithm of Solution an Optimal Control Problem for Elliptic Differential Equations with m-Point Bitsadze-Samarski Conditions, 2018 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), 14-17 Sept. 2018, <https://ieeexplore.ieee.org/document/8524775> (DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524775).
28. Hamlet Meladze and Marina Abashidze. Optimality Conditions for m-point Nonlocal Boundary Value Problems // Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences, Vol. 12, no.2, 2018, pp.7-12, <http://science.org.ge/bnas/vol-12-2.html>.
29. T. Davitashvili, H. Meladze, Non-local Contact Problem for Linear Differential Equations with Partial Derivatives of Parabolic Type with Constant and Variable Coefficients // Lecture Notes of TICMI, Vol. 22, 2021, 73–90, <http://www.viam.science.tsu.ge/others/ticmi/lnt/vol22/articles.htm>

30. Tinatin Davitashvili, Hamlet Meladze, Francisco Criado-Aldeanueva, Jose Maria Sanchez, "On One Generalization of the Multipoint Nonlocal Contact Problem for Elliptic Equation in Rectangular Area", *Journal of Mathematics*, vol. 2022, Art. ID 2787606, 13 pages, 2022. doi.org/10.1155/2022/2787606.

2.3 პროექტის არსი და მეცნიერული ღირებულება

როგორც ზემოთ აღინიშნა, პროექტი მიზნად ისახავს თეორიული და გამოყენებითი დანიშნულების ამოცანების კვლევას, სათანადო გამოთვლითი მეთოდების შექმნას, სრულყოფას და თანამედროვე ინფორმაციული ტექნოლოგიების ათვისებას, დამუშავებასა და დანერგვას.

პროექტის შედგენისას მხედველობაში იქნა მიღებული ახალი გარემოება – ჩვენი ინსტიტუტის ბაზაზე მძლავრი ჰეტეროგენული სერვერის გამართვის და აპარატურული გაუმჯობესების პროექტი, რაც მოგვცემს შესაძლებლობას დავსვათ და მათემატიკურად გადავწყვიტოთ ქვეყნის წინაშე მდგარი სოციალურ-ეკონომიკური ხასიათის პრობლემები, განვახორციელოთ ახალი ტექნოლოგიური დარგები, დავუთმოთ დიდი გამოთვლითი რესურსები მეცნიერების წინაშე მდგარ თანამედროვე ამოცანებს და ა. შ. ამდენად, ჩვენი პროექტი ორიენტირებულია როგორც თეორიული, ასევე გამოყენებითი ამოცანების კვლევაზე, შესაბამისი მათემატიკური მოდელების და გამოთვლითი ალგორითმების აგებაზე, ანალიზსა და რეალიზაციაზე.

პროექტი მოიცავს 4 ძირითად მიმართულებას. მიუხედავად, გარკვეული აზრით, საერთო მიზნებისა, თითოეულ მათგანს აქვს თავისი დარგობრივი სპეციფიკა. უფრო მეტიც, პროექტში თავმოყრილია მათემატიკის და კომპიუტრული მეცნიერებების რამდენიმე დარგი, რომლებიც თავის მხრივ მოიცავენ განსხვავებულ ქვემიმართულებებს, ამოცანებს. ამის გამო მიზანშეწონილად მივიჩნიეთ ცალ-ცალკე განგვეხილა თითოეული მათგანის არსი და მეცნიერული ღირებულება.

მიმართულება 1

პროექტში ამ მიმართულებაში აღწერილი კვლევების არსს წარმოადგენს ეფექტური რიცხვითი მეთოდების დამუშავება იმ პრაქტიკულად მნიშვნელოვანი ამოცანებისთვის, რომელთაც ფართო გამოყენება გააჩნიათ ფიზიკასა და საინჟინრო მექანიკაში.

პროექტში დაგეგმილი კვლევების საფუძველზე მიღებული შედეგები უდავოდ მიიქცევა მათემატიკოსების, მექანიკოსების, ფიზიკოსების, ინჟინერ-მკვლევარებისა და მომიჯნავე სფეროებში მოღვაწე სპეციალისტების ყურადღებას მათი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობის გამო.

თეორიული თვალსაზრისით ინტერესს იწვევს ის მოსალოდნელი შედეგები, რაც უკავშირდება პროექტში განხილული განტოლებების რიცხვით ამოხსნებს. კერძოდ, აქ წარმოდგენილი კომის ტიპის სინგულარული ინტეგრალური განტოლებებისთვის, ჰარმონიულ ფუნქციათა თეორიის სივრცითი სასაზღვრო ამოცანებისთვის, ფენოვანი გარსების საინჟინრო გათვლებისთვის, აგებული, შესწავლილი და მათემატიკურად დაფუძნებული იქნება ახალი, გამოსაყენებლად მოსახერხებელი გამოთვლითი სქემები და რიცხვითი მეთოდები, რაც ბუნებრივია განსაზღვრავს პროექტის მეცნიერულ ღირებულებას.

პროექტის პრაქტიკულ მნიშვნელობასთან დაკავშირებით საკმარისია ითქვას, რომ როგორც ზევით იქნა აღნიშნული, აქ განხილული ამოცანებიდან ზოგიერთი აღწერს მნიშვნელოვან ფიზიკურ პროცესებს, ხოლო რიგი ამოცანებისა მჭიდროდ არის დაკავშირებული სხვადასხვა საინჟინრო კონსტრუქციის, მოწყობილობისა თუ დეტალის რიცხვითი გაანგარიშების პრობლემატიკასთან.

მიმდინარე წელს აღნიშნულ მიმართულებას დაემატა ახალი თემატიკა, რაც მდგომარეობს კომპიუტერული, სატელეკომუნიკაციო, თავდაცვის, სატრანსპორტო ქსელების, გაზისა და ნავთობის მილსადენებისა და სხვა მსგავსი ტექნიკური სისტემების სტრუქტურული მართვის მათემატიკური მეთოდების დამუშავებაში. შესაბამისად, თემატიკას გააჩნია გამოკვეთილად გამოყენებითი ხასიათი, რაც კიდევ უფრო მეტად ზრდის პროექტის ამ მიმართულებით განხორციელებული კვლევების პრაქტიკულ ღირებულებას.

მიმართულება 2

მიკროეკონომიკის უმეტესი დარგებისათვის ზოგად მეთოდოლოგიურ ფუნდამენტს წარმოადგენს თამაშთა თეორია. წინა წლებში დამუშავებული იყო მატრიცულ თამაშთა ამოხსნის ახალი მეთოდები. მომავალ ხუთწლედში განზრახულია უწყვეტ სტრატეგიულ თამაშთა რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება. ეს პრობლემატიკა განსაკუთრებით აქტუალურია ე.წ. „თამაშებისათვის ბუნების წინააღმდეგ“, სადაც, როგორც წესი, „ბუნების“ სტრატეგიათა სიმრავლე უსასრულოა, ხოლო „სტატისტიკოსის“ კი სასრული. უსასრულო ანტაგონისტურ თამაშთა ამოხსნა ბუნებრივად უკავშირდება მათ მიახლოებას მართკუთხა ანუ მატრიცული თამაშებით. საკითხი მიდის ფუნქციათა თეორიის ამოცანამდე, ფუნქციათა აპროქსიმაციაზე დისკრეტული ფუნქციებით. ასეთი საკითხები ხშირია მათემატიკური ეკონომიკის, კერძოდ მართვის და გაადგილების ამოცანებში.

მთელრიცხვა დაპროგრამების ამოცანებს ფართო გამოყენება აქვთ კრიპტოგრაფიაში, რესურსთა ოპტიმალური განაწილების და სხვა დარგებში. რიცხვითი სიმრავლის სასრული ქვეჯამების პრობლემები ოპტიმიზაციის ერთ-ერთი ძირითადი პრობლემებია და არის NP-რთული .

კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანა განეკუთვნება ე.წ. შებრუნებული ამოცანების კლასს. საზოგადოდ, შებრუნებული ამოცანის ამოხსნა გულისხმობს გაირკვეს უცნობი მიზეზი დაკვირვების შედეგად მიღებული ეფექტების საფუძველზე. შებრუნებული

ტიპისაა რენტგენოდიაგნოსტიკის, რადიოასტრონომიის, ასტროფიზიკის, გეოფიზიკის, ბიო ქიმიის, ტექნიკის მრავალი პრაქტიკული ამოცანა. უაღრესად მნიშვნელოვანია კომპიუტერული ტომოგრაფიის და საერთოდ არაკორექტული ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება. ამით არის განპირობებული ინტერესი ტიხონოვ-ფილიპსის მეთოდის განზოგადებისა და წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმების აგების ამოცანის შესწავლისადმი სასრულო ორბიტების ჰილბერტის და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში. მიგვაჩნია, რომ შემოთავაზებული წრფივი განზოგადებულად ცენტრალური სპლაინური ალგორითმები არსებითად ეფექტურს გახდის ტომოგრაფის მუშაობას და სასარგებლო იქნება აგრეთვე შებრუნებული ამოცანების ამოსახსნელად. ვფიქრობთ, რომ ეს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანი იქნება სამედიცინო დარგისთვის.

ამოცანა 2.3-ში კვლევები წარიმართება მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლებების კვლევის მიმართულებით. დასახულია წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმების აგება აღნიშნული განტოლებების მიახლოებითი გამოთვლებისათვის სასრული ორბიტების ჰილბერტის და ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში. ანალოგიური ამოცანა შეისწავლება მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებისათვის. კვლევის მოსალოდნელი შედეგების სამეცნიერო ღირებულება ძირითადად იმაში მდგომარეობს, რომ ჰილბერტის ან ბანახის სივრცეში განსაზღვრული გარკვეული თვისებების მქონე ოპერატორის შემცველი არაკორექტული განტოლების გადატანით ამ ოპერატორის ყველა ორბიტის ფრეშეს სივრცეში, მიიღწევა მიღებული განტოლების სტაბილურობა.

2.2 და 2.3 ამოცანების შემსრულებელი მეცნიერების ძირითადი სამეცნიერო ინტერესებია: ცენტრალური (ძლიერად ოპტიმალური) ალგორითმების ზოგადი თეორია, აპროქსიმაციის თეორია, მათემატიკური ფიზიკის შებრუნებული ამოცანები. კვლევითი თემატიკის მიმართულებით მათ მიერ მიღებულია შემდეგი ძირითადი შედეგები: აგებულია წრფივი განზოგადებულად სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები, რომელთა საფუძველზე შეიქმნა კომპიუტერული ტომოგრაფის ახალი მათემატიკური მოდელები, რომელშიც მონაწილე სივრცეები, მეტრიკა, ნორმები, ოპერატორები, მიახლოების მეთოდები სრულიად განსხვავებულია არსებულისაგან;

ამოცანა 2.4-ის მიზანია საწყისი, მახასიათებელი, დარბუს და კოშის შებრუნებული ამოცანების კორექტულად დასმა და შესწავლა, არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება ეილერ-დარბუსა და ბორნ-ინფელდის განტოლებათა კლასებში შემავალი ზოგიერთი განტოლებისათვის. კვლევის ობიექტებად შერჩეულია ეილერ-დარბუსა და ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებები, რომლებიც მეორე რიგის ნამდვილმახასიათებლიანი კვაზიწრფივი განტოლებებია, მათი მთავარი კოეფიციენტები სამიებული ამონახსნისა და მისი უმცროსი წარმოებულების ფუნქციებია. ყოველი მათგანი არამკაცრადაა ჰიპერბოლური. მახასიათებლებიც და პარაბოლური გადაგვარების წერტილთა სიმრავლეც სამიებელმა ამონახსნით განისაზღვრება. გამორიცხული არაა პარაბოლური გადაგვარების ეფექტიც. მათემატიკური მოდელირების იმ ამოცანებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია ჩვეულებრივ ან კერძოწარმოებულთან დიფერენციალური

განტოლებებთან ან განტოლებათა სისტემებთან, განხილული იქნება მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევა და მათი თვისებების კვლევა.

ასევე, განიხილება რამდენიმე ამოცანის (მელის რხევის, დიფუზიის) მათემატიკური მოდელი, რომელთა მიახლოებითი ალგორითმების შერჩევასა და მათი თვისებების კვლევას პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს. გამოყენებული ალგორითმების ეფექტურობის შემოწმება იგეგმება ტესტურ მაგალითებზე.

პროექტის შესრულების მოსალოდნელი შედეგები ვფიქრობთ, რომ მნიშვნელოვანი იქნება როგორც თეორიული, ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისითაც. ასევე, მომავალში შესაძლებელი იქნება მათი მართვის ამოცანებთან დაკავშირებაც და ამ კუთხითაც ჩნდება პრაქტიკული გამოყენების პერსპექტივები.

მიმართულება 3

ამოცანაში 3.1 დაგეგმილი ამოცანები შეიძლება დაიყოს ორ ჯგუფად:

პირველ ჯგუფში მოიაზრება ანალიზის კლასიკური ამოცანები, როგორცაა პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურის კვლევა, დიდი ხნის წინ დასმული, ჯერ კიდევ გადაუჭრელი კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზა ორთოგონალური მწკრივების თითქმის ყველგან კრებადობაზე, ულიანოვის ასევე ძველი, დღემდე გადაუჭრელი ამოცანა ტრიგონომეტრიული ფურიეს მწკრივების თანაბრად კრებადობაზე და ამ პრობლემატიკასთან დაკავშირებული სხვა ამოცანები.

მეორე ჯგუფს განეკუთვნება გამოყენებითი ხასიათის, შედარებით ახალი, თანამედროვე ამოცანები სტატისტიკიდან და შემთხვევითი პროცესებიდან, დაგეგმვის თეორია, დიდ მონაცემთა ანალიზი (big data), უთანადობათა (discrepancy) თეორია, მანქანური სწავლება. ამ ამოცანებში იგეგმება ეფექტური ალგორითმების შექმნა.

კვლევები ზემოთ ჩამოთვლილი მიმართულებებით დამყარებულია ვექტორული შესაკრებების გადანაცვლებებთან დაკავშირებულ მაქსიმალურ უტოლობებზე. აქ კვლევის ძირითადი ინსტრუმენტია ჩვენ მიერ მიღებული, გადატანის ლემის სახელით ცნობილი უტოლობა და მისი მოდიფიკაციები. უნდა აღინიშნოს, რომ ეს უკანასკნელი ფართოდაა ცნობილი შესაბამისი თემატიკის სამეცნიერო ლიტერატურაში.

აქ დაგეგმილია 7 ამოცანის შესრულება, რომლებიც დაყოფილია ქვეამოცანებად. ამოცანები ისეთი თანამიმდევრობითაა დალაგებული, რომ ზოგიერთი მათგანი შესაძლებელია პარალელურად შესრულდეს, სხვა ამოცანების შესასრულებლად კი წინა ამოცანის დასრულებაა საჭირო. გეგმის განხორციელება გაწერილია 5 წელზე (იხ. ცხრილები ქვემოთ).

პროექტი შეიცავს ამოცანებს მრავალი განსხვავებული სფეროდან. ზოგიერთი მათგანის გადაჭრა (მაგ. კოლმოგოროვ-გარსიას ჰიპოთეზა), ან თუნდაც არსებული შედეგების ოდნავი გაუმჯობესებაც კი საკმაოდ რთულია და ამავე დროს პრესტიჟულიც. ოცდამეერთე

საუკუნის გამოწვევების თვალსაზრისით უადრესად მნიშვნელოვანია გამოყენებითი ამოცანები. პროექტში ჩამოთვლილი ამოცანები ამ მიმართულებითაც საკმაოდ პრესტიჟულია და შესაბამისი დარგებისთვის დამახასიათებელი სირთულეებიც ახლავს. თუმცა, ჩვენი მეთოდები წარმატების იმედს იძლევა.

ამოცანა 3.2 ეხება ალბათობის თეორიის კლასიკურ პრობლემებს: დიდ რიცხვთა კანონს და სუბგაუსის ზომების დახასიათების ამოცანას ბანახის სივრცეებში.

დიდ რიცხვთა კანონი ალბათობის თეორიის ზღვარიანი თეორემების ერთ-ერთ პოპულარულ შემადგენელ ნაწილს წარმოადგენს. ცნობილი იტალიელი მათემატიკოსი ჯ. კარდანო დამტკიცების გარეშე აღნიშნავდა, რომ ემპირიული სტატისტიკის სიზუსტე უმჯობესდება ცდის რაოდენობის გაზრდასთან ერთად. შემდგომში ამ წინადადების ფორმალიზება მოხდა დიდ რიცხვთა კანონის სახით, რომლის პირველი მკაცრი მათემატიკური დამტკიცება ეკუთვნის ი. ბერნულის და ფართოდ არის ცნობილი ბერნულის თეორემის სახელით. დაახლოებით ერთი საუკუნის შემდეგ ეს თეორემა მნიშვნელოვნად გააუმჯობესა ცნობილმა ფრანგმა მათემატიკოსმა ს. პუასონმა, რომელმაც პირველმა უწოდა მას „დიდ რიცხვთა კანონი“. ბერნული და პუასონის შემდეგ ალბათობის თეორიის თითქმის ყველა კლასიკოსს აქვს მნიშვნელოვანი წვლილი შეტანილი დიდ რიცხვთა კანონის შემდგომი დაზუსტების მიმართულებით. მოგვიანებით დიდ რიცხვთა კანონის შესწავლა დაიწყო დამოკიდებული შემთხვევითი სიდიდეებისათვისაც. ამ მიმართულებით ერთ-ერთი პირველი შედეგი მიღებული აქვს გამოჩენილ მათემატიკოსს ა. ხინჩინს, რომელმაც გარკვეული ბიძგი მისცა ჩვენს კვლევებს და ამ მიმართულებით ჩვენს მიერ მიღებული ერთი შედეგი გამოქვეყნდა იმპაქტ-ფაქტორის მქონე ჟურნალში. დაგეგმილი გვაქვს კვლევების გაგრძელება აღნიშნული თემატიკით.

რაც შეეხება სუბგაუსის ზომების შესწავლას უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცეებში, ეს მიმართულება დაახლოებით 30 წელია რაც ინტენსიურად ვითარდება ევროპის ცნობილ სამეცნიერო ცენტრებში. სუბგაუსის ზომები თავისი თვისებებით ძალიან ახლოს დგანან გაუსის ზომებთან, ამიტომ ბუნებრივია სუბგაუსის ზომებისთვისაც მოისინჯოს ყველა იმ პრობლემის სამართლიანობა, რაც გაუსის ზომების წინაშე დგას როგორც სასრულ, ასევე უსასრულოგანზომილებიან შემთხვევებში. სწორედ ასეთი ტიპის ამოცანას წარმოადგენს სუბგაუსის ზომების დახასიათების ამოცანა ზოგად თუ კონკრეტულ უსასრულოგანზომილებიან ბანახის სივრცეებში, რომელთა შესწავლასაც ვგეგმავთ მომავალი 5 წლის განმავლობაში.

ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილების მეცნიერების ავტორობით გამოქვეყნებულია რამდენიმე მონოგრაფია. მათ შორის აღსანიშნავია 1987 წელს ავტორიტეტული ჰოლანდიური გამომცემლობის, **D. Reidel**-ის მიერ გამოქვეყნებული მონოგრაფია „**Probability Distributions on Banach Spaces**“, ნ. ვახანიას, ვ. ტარიელაძის და ს. ჩოხანიანის ავტორობით. მონოგრაფიას დღეს 1000-ზე მეტი ციტირება აქვს. არაერთ უცხოელ კოლეგას აღუნიშნავს, რომ ეს მონოგრაფია მრავალი მათგანის სამაგიდო წიგნია და ის დღესაც ახალი იდეების შთაგონების წყაროა. მიუხედავად იმისა, რომ აღნიშნული მონოგრაფიის გამოცემიდან საკმაოდ დიდი დრო გავიდა, შემთხვევითი არ არის, რომ ცნობილმა გამომცემლობა „შპრინგერმა“ მოიპოვა მისი გავრცელების უფლება. ავტორები ვ. ტარიელაძე და ს. ჩოხანიანი გეგმავენ მონოგრაფიის გადამუშავებას და განვრცობილ გამოცემაზე

მუშაობას. პროექტში დაგეგმილია აგრეთვე მონოგრაფიაზე „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრები“ მუშაობის დასრულება (ამოცანა 3.3).

მიმართულება 4

პროექტით გათვალისწინებულია აღნიშნულ მიმართულებაში დასმული ამოცანების შესწავლა, აგრეთვე შესაბამისი რიცხვითი ალგორითმების აგება და გამოკვლევა. ყველა განსახილველი ამოცანა შეიცავს სამეცნიერო სიახლის ელემენტებს, ხოლო მათი ამოხსნის ალგორითმები პარალელური გამოთვლითი სისტემებისათვის დამატებით კვლევას მოითხოვს. ზემოთქმულიდან გამომდინარეობს პროექტის როგორც წმინდა თეორიული, ასევე პრაქტიკული სამეცნიერო ღირებულება.

3.1 პროექტის ფარგლებში შესასრულებელი ამოცანები ეტაპების ჩვენებით და მოსალოდნელი შედეგები სათანადო ინდიკატორებით

3.1.1 ამოცანების ჩამონათვალი პერიოდების მითითებით

მიმართულება 1

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	სფეროსათვის დირიხლეს გარე განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანის კორექტულობის საკითხის შესწავლა და რიცხვითი ამოხსნა ალბათური ამოხსნის მეთოდით.	1-ლი წელი
2	გაუსის ტიპის კვადრატურული ფორმულების აგება კოშის გულიანი სინგულარული ინტეგრალებისათვის. კრებადობის რიგისა და ცდომილების შეფასება.	
3	პოლუსში ჩაკეტილი ფენოვანი სფერული გარსის ზედაპირული ძალების ზეგავლენით გამოწვეული არაწრფივი დეფორმირებულ-დამაბული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი დაზუსტებული თეორიის ერთი ვარიანტის საფუძველზე.	
4	პროექტის 2.1 პუნქტის 1.4 ამოცანაში განხილული მოდელი 1 და მოდელი 2-ის აგება და გამოკვლევა.	

5	ზოგიერთი არაწესიერი პირამიდული არეებისათვის დირიხლეს განზოგადებული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა ალბათური ამოხსნის მეთოდით.	მე-2 წელი
6	გამოთვლითი ალგორითმების დამუშავება რღვევის გავრცელების მიდამოების მქონე დრეკადი სხეულების საკონტაქტო ამოცანებში	
7	პოლუსში ჩაკეტილი ფენოვანი ნახევარსფეროს არაწრფივი დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი ზეკრიტიკული ზედაპირული დატვირთვის შემთხვევაში.	
8	პროექტის 2.1 პუნქტის 1.4 ამოცანაში განხილული მოდელი 3-ის აგება და გამოკვლევა.	
9	რამდენიმე ჩაკეტილი ზედაპირით შემოსაზღვრულ არეში ელექტრული და სითბური ველების განსაზღვრა ალბათური ამოხსნის მეთოდის გამოყენებით.	მე-3 წელი
10	ჩებიშევის ფორმულების ანალოგების აგება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალებისათვის.	
11	მერიდიანის გასწვრივ ცვალებადი სიხისტის მქონე ფენოვანი გოფირებული ცილინდრული გარსის არაწრფივი დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობის რიცხვითი ანალიზი.	
12	პროექტის 2.1 პუნქტის 1.4 ამოცანაში განხილული მოდელი 4-ის აგება და გამოკვლევა.	
13	სასრული რაოდენობის სფერული ღრუების მქონე R^3 სივრცისათვის დირიხლეს კლასიკური ჰარმონიული ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა ალბათური მეთოდით.	მე-4 წელი
14	მათემატიკური ფიზიკისა და მექანიკის ზოგიერთი ამოცანისთვის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციით დაფუძნებული რიცხვითი აპრიორული ამოხსნის პრობლემატიკის შესწავლა.	
15	მერიდიანის გასწვრივ ცვალებადი სიხისტის მქონე ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსის არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანის რიცხვითი ანალიზი.	
16	პროექტის 2.1 პუნქტის 1.4 ამოცანაში განხილული მოდელი 5-ის აგება და გამოკვლევა.	

17	ზოგიერთი, უფრო ზოგადი ელიფსური განტოლებისათვის დირიხლეს კლასიკური და განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების ალბათური მეთოდით ამოხსნის შესაძლებლობის გამოკვლევა.	მე-5 წელი
18	რიცხვითი სქემების კონსტრუირება #14 ამოცანით განსაზღვრული პირობების შემთხვევაში	
19	ბრუნვითი გარსების გაანგარიშება დეფორმირებულ-დაძაბული მდგომარეობისას ტემპერატურული ველის ზეგავლენის შემთხვევაში.	
20	პროექტის 2.1 პუნქტის 1.4 ამოცანაში განხილული მოდელი 6-ის აგება და გამოკვლევა.	

მიმართულება 2

#	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების საგარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	უწყვეტ სტრატეგიულ თამაშთა რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება. ამოცანის დასმა უწყვეტ თამაშთა სხვადასხვა კლასებისათვის.	საშუალო
2	მათემატიკური დაპროგრამების მთელირიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. ნატურალურ რიცხვთა ნამრავლის მაქსიმუმის პოვნა ამ რიცხვთა მოცემული წრფივი კომბინაციის შემთხვევისათვის.	
3	ჰილბერტის სივრცეებს შორის მოქმედი სინგულარული დაშლის მქონე ოპერატორისათვის ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით პირველი გვარის არაკორექტული განტოლების განზოგადებული ამოხსნა ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით.	
4	კვანტური მექანიკის ევოლუციური განტოლების შესასწავლად განხილული იქნება ბანახის სივრცეზე C_0 ნახევარჯგუფიდან ასოცირებული ექსტრაპოლაციის სივრცეების აღმავალი უსასრულო ჯაჭვისა და ინტერპოლაციის სივრცეების დაღმავალი ჯაჭვის კონსტრუირებისათვის A^∞ ოპერატორის გამოყენების საკითხი	
5	ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის განიხილება: საწყისი ამოცანა, ზოგადი ინტეგრალის გამოყენებით ამოცანის შესწავლა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და	

	ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება, ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.	
6	პროექციული (რიტცის, გალიორკინის, ან სხვა) მეთოდები მათემატიკური მოდელირების ამოცანებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია ჩვეულებრივ ან კერძოწარმოებულიან დიფერენციალური განტოლებებთან ან განტოლებათა სისტემებთან.	
18	უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის საკითხები.	მე-2 წელი
19	მათემატიკური დაპროგრამების მთელირიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. ნატურალურ რიცხვთა სასრულო სიმრავლის ისეთი ქვესიმრავლის მოძებნა, რომლის ელემენტთა ჯამი მოცემული რიცხვის ტოლია. გამოყენება რესურსთა განაწილების ამოცანებში.	
20	ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით პირველი გვარის არაკორექტული განტოლების მიახლოებით ამონახსნთა მიმდევრობის კრებადობის საკითხი .	
21	მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლების კვლევის მიმართულებით აგებული იქნება წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმები სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში.	
22	განხილული იქნება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის მახასიათებელი ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი. შესწავლილი იქნება: ამოცანის კორექტულობა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.	
23	მათემატიკური მოდელირების ზოგიერთი ამოცანებისათვის ცხადი ან არაცხადი, მათ შორის კრანკ-ნიკოლსონის ტიპის სიმეტრიულ სქემების აგების საკითხი	
29	ა. ვალდის გადამწყვეტ ფუნქციითა სტატისტიკის თეორიის გამოყენება უწყვეტი თამაშების აპროქსიმაციის ამოცანებში.	მე-3 წელი
30	მთელირიცხვა დაპროგრამების ზოგიერთი ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნის პოვნის ალგორითმისათვის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა.	
31	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის შესწავლილი იქნება წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმის აგების ამოცანა სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეში საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის.	
32	მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლების კვლევის მიმართულებით აგებული იქნება წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში.	

39	განიხილება ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებისთვის კომის შებრუნებული ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობის პრობლემა, შემუშავდება ამოცანის ამოხსნის მეთოდები.	
40	მათემატიკური მოდელირების ზოგიერთი ამოცანისათვის იტერაციული (პიკარის, ან ნიუტონის, ან სტეფენსონის ან სხვა) მეთოდების გამოყენება.	
41	უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის ამოცანის გადაწყვეტა მოთამაშეთა სტრატეგიათა სიმრავლეების ნამრავლზე სასრულო ბადის აგების საშუალებით. პროცედურების ჩატარება მოგების ფუნქციითა გარკვეული კლასებისათვის.	მე-4 წელი
42	მათემატიკური დაპროგრამების მთელირიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. მოცემული მთელი რიცხვითა სიმრავლის და მოცემული რიცხვისათვის მათი მადომინირებული ქვესიმრავლეების რაოდენობის დადგენის ამოცანა.	
43	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის შესწავლილი იქნება წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმის აგების ამოცანა ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის	
44	მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებებისათვის ცენტრალური სპლაინური აგება სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში.	
45	დარბუს არაწრფივი ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის დარბუს ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა.	
46	სხვაობიანი მეთოდები მათემატიკური მოდელირების ამოცანებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია ჩვეულებრივ ან კერძოწარმოებულთან დიფერენციალური განტოლებებთან ან განტოლებათა სისტემებთან.	
47	ახალი იტერაციული მეთოდების დამუშავება მატრიცული თამაშებისათვის.	მე-5 წელი
48	მიგრაციული პროცესების სტოქასტური მოდელების დამუშავება.	

49	არაკორექტული ამოცანებისათვის საშუალოდ დასმის აზრით ოპტიმალური, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმის აგება.	
50	მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებები-სათვის ცენტრალური სპლაინური აგება ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში.	
51	განხილული ამოცანების (საწყისი, მახასიათებელი, კოშის შებრუნებული და დარბუს) დისკრეტული ანალოგების შესწავლა, რიცხვითი მეთოდის დაფუძნება, გათვლების ჩატარება, მეთოდების ეფექტურობის შემოწმება ტესტურ მაგალითებზე.	
52	ალან-კანის დიფუზიის განტოლებისთვის რიცხვითი ალგორითმის დამუშავება. აგებული ალგორითმების ეფექტურობა შემოწმდება ტესტურ მაგალითებზე.	

მიმართულება 3

#	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	პირველი წელი
2	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში	
3	უნივერსალური მწკრივები	
4	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.	
5	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა	
6	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის.	
	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში	
7	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში	
8	მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“	

9	მონოგრაფია „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“	
10	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	მე-2 წელი
11	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში	
12	უნივერსალური მწკრივები	
13	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.	
14	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა	
15	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის.	
16	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში	
17	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში	
18	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში.	
19	მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“	
20	მონოგრაფია „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“	
21	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	მე-3 წელი
22	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში	
23	უნივერსალური მწკრივები	
24	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.	
25	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა	
26	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის.	
27	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში	
28	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში	
29	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში.	
30	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	

31	მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“	
32	მონოგრაფია „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“	
33	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	მე-4 წელი
34	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში	
35	უნივერსალური მწკრივები	
36	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.	
37	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა	
38	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის.	
39	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში	
40	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში	
41	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში.	
42	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
43	მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“	
44	მონოგრაფია „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“	
45	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის.	მე-5 წელი
46	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში	
47	უნივერსალური მწკრივები	
48	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა.	
49	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა	

50	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის.	
51	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში	
52	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში	
53	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში.	
54	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში.	
55	მონოგრაფია „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“	
56	მონოგრაფია „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“	

მიმართულება 4

№	ამოცანის დასახელება	ამოცანის შესრულების სავარაუდო დრო წლების მიხედვით
1	რთული დინამიკური სისტემების (მარკოვის სისტემა), ფუნქციონირებასთან ასოცირებული მარკოვის ჯაჭვებში მდგომარეობათა ფაზური სივრცის განზომილების რედუქცია.	1-ლი წელი
2	მრავლობითი ჰიპოთეზების უნივერსალური წარმოდგენა მათი სიმრავლეების გაერთიანება-გადაკვეთის ან გადაკვეთა-გაერთიანების სახით.	
3	არსებულ პროგნოზირების მოდელებთან შედარებით ახალი მოდელის უპირატესობის დასაბუთება. შეიქმნება თეორიული დასაბუთება იმის, რომ ყოველთვის მოიძებნება პროგნოზირების მოდელებიდან ისეთი მოდელები, რომელთა პროგნოზების თანაკვეთა არანაკლებ ალბათურია, ვიდრე ერთით ნაკლები მოდელების საუკეთესო პროგნოზების თანაკვეთის ალბათობა. მაგალითად, პროგნოზირების მოდელებიდან ყოველთვის მოიძებნება ისეთი წყვილი, რომელთა პროგნოზების თანაკვეთა არაა უარესი, ვიდრე ერთი ყველაზე უკეთესი პროგნოზირების მოდელის გამართლების ალბათობა.	

4	პროცესორის ბირთვების, როგორც მრავალფუნქციური ელემენტების საიმედოობისა და მტყუნებამდგრადობის შეფასების მოდელების შემუშავება.	
5	სისტემური რისკების შემცირების მიზნით, არამკაფიო ლოგიკის საფუძველზე, საქმიანი გარემოს ინფორმაციული მოდელის შემუშავება სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემისთვის.	
6	განხილული იქნება არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა ჰიპერბოლური ტიპის მუდმივ კოეფიციენტებიანი განტოლებებისათვის. დადგენილი იქნება ამოცანის ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა.	
7	მდგომარეობათა ზუსტი და ასიმპტოტური აგრეირების მეთოდები მარკოვის ჯაჭვებში.	მე-2 წელი
8	გაერთიანება-გადაკვეთის ან გადაკვეთა-გაერთიანების ჰიპოთეზების შემოწმების მეთოდების დამუშავება და რეალიზაცია.	
9	მცირე რაოდენობის ბირთვიანი კომპიუტერისათვის შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა. შეიქმნება პროგრამის კოდი, რომელიც განახორციელებს პირველ ეტაპზე მიღებულ შედეგებს. ამისათვის მოპოვებული იქნება არსებული მოვლენებისათვის პროგნოზების სიმრავლე, ან მოხდება სიმულაცია კოდის გამართვისათვის, საშუალო რაოდენობის პროგნოზირების მოდელებისათვის მცირე რაოდენობის (წლების მიხედვით) მონაცემების გამოყენებით.	
10	მრავალფუნქციური ბირთვების ბაზაზე დაკომპლექტებული მრავალბირთვიანი პროცესორების წარმატებული ფუნქციონირების უმოკლესი გზების, მოქნილობისა და მუშაობისუნარიანობის პირობების ლოგიკურ-ალბათური მოდელების შემუშავება.	
11	არქიტექტურული ჩარჩოს შემუშავება სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემისთვის.	
12	განხილული იქნება m-წერტილიანი არალოკალური სასაზღვრო ამოცანა სიბრტყეზე პირველი რიგის წრფივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის და შესაბამისი ოპტიმალური მართვის ამოცანა. დადგენილი იქნება ოპტიმალური მართვის ამოცანის არსებობისა და ერთადერთობის პირობები. დამტკიცდება შეუღლებული ამოცანის განზოგადოებული ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა.	

13	მდგომარეობათა აგრეგირება და იდენტიფიცირება აგრეგირებული ჯაჭვის მიხედვით.	მე-3 წელი
14	მრავლობითი ჰიპოთეზების შემოწმება წყვილ-წყვილად და მისი გამოყენება დიდი მონაცემებისათვის; ჰიპოთეზების შემოწმება შემთხვევითი სიდიდეების დამოკიდებულების შესახებ.	
15	სუპერკომპიუტერისათვის შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა პარალელური პროგრამირების გამოყენებით. მოხდება მეორე ეტაპზე შექმნილი პროგრამის მოდიფიცირება დიდი რაოდენობის ბირთვების მქონე კომპიუტერებისათვის: ძლიერი სერვერების, ან სუპერკომპიუტერებისათვის. ამისათვის პროგრამის კოდში მოხდება ალგორითმების განვითარება პარალელური პროგრამირების არსებული ალგორითმებით, ან ახალი ალგორითმებით, რომელიც დიდი რაოდენობის პროგნოზირების მოდელებისათვის დიდი რაოდენობის მონაცემების დამუშავების საშუალებას მოგვცემს.	
16	მრავალბირთვიანი პროცესორების საიმედოობის, მტყუნებამდგრადობისა და სიცოცხლისუნარიანობის შეფასების მოდელების შემუშავება მუშაობისუნარიანობის ყველა შესაძლო მდგომარეობების გათვალისწინებით.	
17	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის რეალიზაცია (სერვერული პროგრამული უზრუნველყოფა).	
18	შემუშავდება რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმები დასმული ოპტიმალური მართვის ამოცანისათვის.	
19	აგრეგირებული ჯაჭვების მარკოვისებურობის დადგენა და მდგომარეობათა გამსხვილება.	მე-4 წელი
20	განაწილების კანონების პარამეტრების შეფასების ახალი, საიმედო მეთოდების დამუშავება.	
21	პროგნოზირების გამოყენებითი ამოცანებისათვის შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფის შემოწმება. მოხდება მესამე ეტაპზე შექმნილი კოდის გასინჯვა-გამართვა სხვადასვა ტიპის მოვლენებისათვის არსებული პროგნოზირების მოდელებისათვის და მონაცემებისათვის. მოსალოდნელია გათვალისწინებულ იქნას მოვლენების თავისებურებანი. მაგალითად, იქნება განსხვავება ეკონომიკურ-ფინანსურ-ბიზნეს პროგნოზირების მოდელებისა (დინამიურ მოდელები) და ბუნების კატაკლიზმების პროგნოზირების მოდელებს (სტატიკური მოდელები) შორის.	

22	ორბირთვიანი და ოთხბირთვიანი პროცესორების სტრუქტურული ანალიზის ჩატარდება და მრავალბირთვიანი პროცესორების ეფექტიანობის მაჩვენებლების ამაღლების ტენდენციების ანალიზი.	
23	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის რეალიზაცია (კლიენტური ნაწილის პროგრამული უზრუნველყოფა).	
24	აგებული და შესწავლილი იქნება ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა ორგანოზომილებიანი ცვალებადკოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური ტიპის კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებისათვის. დამტკიცებული იქნება სხვაობიანი სქემის კრებადობა. შემუშავებული იქნება სხვაობიანი სქემის ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმი, რომლის რეალიზაცია შესაძლებელი იქნება პარალელური თვლის სისტემებზე.	
25	კოჰერენტობის თვისება და მისი კავშირი მდგომარეობათა აგრეგირებასთან მარკოვის ჯაჭვებში.	მე-5 წელი
26	დამუშავებული მეთოდების ალგორითმიზაცია და პროგრამული რეალიზაცია საკონტროლო მაგალითების გამოთვლით. მონაცემთა სტატისტიკური დამუშავება და დასკვნების გაკეთება.	
27	ჩვენს მიერ დამუშავებული მეთოდოლოგიით მომუშავე უნივერსალური პროგნოზირების საიტის შექმნა. მოხდება ჩვენს მიერ შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფისათვის სპეციალური ღია პროგნოზირების საიტის შექმნა ძლიერ სერვერზე (ან სუპერკომპიუტერზე), რომელიც სხვადასხვა ტიპის მოვლენებისათვის საიტის მომხმარებლისთვის გამოითვლის საჭირო პროგნოზს, დაიმატებს მოცემული მოვლენებისათვის ახალ პროგნოზირების მოდელს, შეიტანს ცვლილებებს პროგნოზირების საუკეთესო სიმრავლიდან საუკეთესო ქვესიმრავლის გამოყენებისათვის, მუდმივად განაახლებს არსებული პროგნოზირების მოდელების მონაცემებს და ა.შ.	
28	დამუშავებული მეთოდების ალგორითმიზაცია და პროგრამული რეალიზაცია. შესაბამისი პროგრამული პაკეტის შექმნაზე მუშობა.	
29	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის დანერგვა ტესირების რეჟიმში.	
30	დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანისათვის აგებული და შესწავლილი იქნება ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა. შემუშავებული იქნება სხვაობიანი სქემის ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმი, რომლის რეალიზაცია შესაძლებელი იქნება პარალელური თვლის სისტემებზე.	

3.1.2 პროექტის ფარგლებში ჩატარებული სამუშაოს მოსალოდნელი შედეგები/ თვლადი ინდიკატორები ეტაპების მიხედვით

მიმართულება 1

№	შუალედური შედეგები / თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	გამოკვლეული იქნება 3.1.1 პუნქტის #1 ამოცანის კორექტულობის საკითხი, აიგება გამოთვლითი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	პირველი წელი
2	აიგება კვადრატურული ფორმულები 3.1.1 პუნქტის #2 ამოცანისთვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
3	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #3 ამოცანა. აიგება შესაბამისი სათვლელი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
4	განხორციელდება მარკოვული მოდელების აგებისა და გამოკვლევის დემონსტრირება. აიგება და გამოკვლეული იქნება მოდელი 1 და მოდელი 2 / მომზადდება 2 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
5	გამოკვლეული იქნება 3.1.1 პუნქტის #5 ამოცანის კორექტულობის საკითხი, აიგება გამოთვლითი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	მე-2 წელი
6	დამუშავდება გამოთვლითი ალგორითმი 3.1.1 პუნქტის #6 ამოცანისთვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
7	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #7 ამოცანა. აიგება შესაბამისი სათვლელი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	

8	აიგება და გამოკვლეული იქნება მოდელი 3 / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება.	
9	გამოკვლეული იქნება 3.1.1 პუნქტის #1 ამოცანის კორექტულობის საკითხი, აიგება გამოთვლითი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	მე-3 წელი
10	აიგება კვადრატურული ფორმულები 3.1.1 პუნქტის #10 ამოცანისთვის / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
11	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #3 ამოცანა. აიგება შესაბამისი სათვლელი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
12	განხორციელდება ნახევრად მარკოვული მოდელების აგებისა და გამოკვლევის დემონსტრირება. აიგება და გამოკვლეული იქნება მოდელი 4 / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება და 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
13	გამოკვლეული იქნება 3.1.1 პუნქტის #13 ამოცანის კორექტულობის საკითხი, აიგება გამოთვლითი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	მე-4 წელი
14	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #14 ამოცანა / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	
15	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #15 ამოცანა. აიგება შესაბამისი სათვლელი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
16	აიგება და გამოკვლეული იქნება მოდელი 5 / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება.	

17	გამოკვლეული იქნება 3.1.1 პუნქტის #17 ამოცანის კორექტულობის საკითხი, აიგება გამოთვლითი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	მე-5 წელი
18	აიგება რიცხვითი სქემები 3.1.1 პუნქტის #14 ამოცანით განსაზღვრული პირობების შემთხვევაში	
19	შესწავლილი იქნება 3.1.1 პუნქტის #19 ამოცანა. აიგება შესაბამისი სათვლელი ალგორითმი სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფით / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი, 1 სათვლელი პროგრამა.	
20	აიგება და გამოკვლეული იქნება მოდელი 6 / მომზადდება 1 სამეცნიერო მოხსენება, 1 სამეცნიერო ნაშრომი.	

მიმართულება 2

№	შუალედური შედეგები/ თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	უწყვეტ სტრატეგიულ თამაშთა რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმების დამუშავება. ამოცანის დასმა უწყვეტ თამაშთა სხვადასხვა კლასებისათვის. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	პირველი წელი
2	მათემატიკური დაპროგრამების მთელრიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. ნატურალურ რიცხვთა ნამრავლის მაქსიმუმის პოვნა ამ რიცხვთა მოცემული წრფივი კომბინაციის შემთხვევისათვის. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
3	ჰილბერტის სივრცეებს შორის მოქმედი სინგულარული დაშლის მქონე ოპერატორისათვის ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით პირველი გვარის არაკორექტული განტოლების განზოგადებული ამოხსნა ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
4	კვანტური მექანიკის ევოლუციური განტოლების შესასწავლად განხილული იქნება ბანახის სივრცეზე C_0 ნახევარჯგუფიდან ასოცირებული ექსტრაპოლაციის სივრცეების აღმავალი უსასრულო ჯაჭვისა და ინტერპოლაციის სივრცეების დაღმავალი ჯაჭვის კონსტრუირებისათვის A^∞ ოპერატორის გამოყენების საკითხი /	

	მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
5	ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის განიხილება: საწყისი ამოცანა, ზოგადი ინტეგრალის გამოყენებით ამოცანის შესწავლა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება, ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
6	პროექციული (რიტცის, გალიორკინის ან სხვა) და სხვაობიანი მეთოდები მათემატიკური მოდელირების ამოცანებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია ჩვეულებრივ ან კერძოწარმოებულიან დიფერენციალური განტოლებებთან ან განტოლებათა სისტემებთან. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
19	უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის საკითხები. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
20	მათემატიკური დაპროგრამების მთელირიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. ნატურალურ რიცხვთა სასრულო სიმრავლის ისეთი ქვესიმრავლის მოძებნა, რომლის ელემენტთა ჯამი მოცემული რიცხვის ტოლია. გამოყენება რესურსთა განაწილების ამოცანებში. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
21	ტიხონოვ-ფილიპსის აზრით პირველი გვარის არაკორექტული განტოლების მიახლოებით ამონახსნთა მიმდევრობის კრებადობის საკითხი. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
22	მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლების კვლევის მიმართულებით აგებული იქნება წრფივი, სპლინური, ცენტრალური ალგორითმები სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
23	განხილული იქნება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის მახასიათებელი ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი. შესწავლილი იქნება: ამოცანის კორექტულობა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
24	მათემატიკური მოდელირების ზოგიერთი ამოცანებისათვის ცხადი ან არაცხადი, მათ შორის კრანკ-ნიკოლსონის ტიპის სიმეტრიულ სქემების აგების საკითხი / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე.	

31	ა. ვალდის გადამწყვეტ ფუნქციათა სტატისტიკის თეორიის გამოყენება უწყვეტი თამაშების აპროქსიმაციის ამოცანებში. მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-3 წელი
32	მთელრიცხვა დაპროგრამების ზოგიერთი ამოცანის ოპტიმალური ამონახსნის პოვნის ალგორითმისათვის პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა. მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
33	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის შესწავლილი იქნება წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმის აგების ამოცანა სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეში საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
34	მრავალგანზომილებიანი კვანტური ოსცილატორისა და შრედინგერის განტოლების კვლევის მიმართულებით აგებული იქნება წრფივი, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმები ყველა ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში. მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
35	განიხილება ბორნ-ინფელდის კლასის განტოლებისთვის კომის შებრუნებული ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობის პრობლემა, შემუშავდება ამოცანის ამოხსნის მეთოდები. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
36	მათემატიკური მოდელირების ზოგიერთი ამოცანისათვის იტერაციული (პიკარის, ნიუტონის, სტეფენსონის ან სხვა) მეთოდების გამოყენება. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
43	უწყვეტი თამაშების მატრიცული თამაშებით აპროქსიმაციის ამოცანის გადაწყვეტა მოთამაშეთა სტრატეგიათა სიმრავლეების ნამრავლზე სასრულო ბადის აგების საშუალებით. პროცედურების ჩატარება მოგების ფუნქციათა გარკვეული კლასებისათვის. \ მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	მე-4 წელი
44	მათემატიკური დაპროგრამების მთელრიცხვა პრაქტიკული გამოყენების მქონე ზოგიერთი ამოცანის შესწავლა. მოცემული მთელრიცხვითა სიმრავლის და მოცემული რიცხვისათვის მათი მადომინირებელი ქვესიმრავლეების რაოდენობის დადგენის ამოცანა. მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
45	კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანისათვის შესწავლილი იქნება წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმის აგების ამოცანა ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეში საშუალოდ დასმის შემთხვევისათვის \ მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
46	მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებებისათვის ცენტრალური სპლაინური აგება სასრულო ორბიტების ჰილბერტის სივრცეებში. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	

47	დარბუს არაწრფივი ამოცანის შესწავლა განტოლებათა ერთი კლასისათვის. განიხილება ეილერ-დარბუს კლასის განტოლებისთვის დარბუს ამოცანის არაწრფივი ვარიანტი, შესწავლილი იქნება ამოცანის კორექტულობა, გლობალური და ლოკალური ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემების დამტკიცება; ამონახსნის განსაზღვრის არეების სტრუქტურის გამოკვლევა. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
48	სხვაობიანი მეთოდები მათემატიკური მოდელირების ამოცანებისათვის, რომლებიც დაკავშირებულია ჩვეულებრივ ან კერძოწარმოებულთან დიფერენციალური განტოლებებთან ან განტოლებათა სისტემებთან. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	
49	ახალი იტერაციული მეთოდების დამუშავება მატრიცული თამაშებისათვის. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. 1 სამეცნიერო სტატია.	
50	მიგრაციული პროცესების სტოქასტური მოდელების დამუშავება. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
51	არაკორექტული ამოცანებისათვის საშუალოდ დასმის აზრით ოპტიმალური, სპლაინური, ცენტრალური ალგორითმის აგება. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სამეცნიერო სტატია.	
53	მრავალგანზომილებიანი ჰარმონიული ოსცილატორის ჰამილტონიანის შესაბამისი ორბიტალური ოპერატორების შემცველი განტოლებებისათვის ცენტრალური სპლაინური აგება ყველა ორბიტების ფრეშე-ჰილბერტის სივრცეებში. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
54	განხილული ამოცანების (საწყისი, მახასიათებელი, კოშის შებრუნებული და დარბუს) დისკრეტული ანალოგების შესწავლა, რიცხვითი მეთოდის დაფუძნება, გათვლების ჩატარება, მეთოდების ეფექტურობის შემოწმება ტესტურ მაგალითებზე. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	
55	ალან-კანის დიფუზიის განტოლებისთვის რიცხვითი ალგორითმის დამუშავება. აგებული ალგორითმების ეფექტურობა შემოწმდება ტესტურ მაგალითებზე. / მოხსენებები განყოფილების სემინარზე. მომზადდება 1 სამეცნიერო სტატია.	

მიმართულება 3

#	შუალედური შედეგები/ თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი.	პირველი წელი
2	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
3	უნივერსალური მწკრივები/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
4	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
5	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
6	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე.	
7	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
8	მონოგრაფიის „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
9	მონოგრაფიის „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
10	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 სტატია	მე-2 წელი
11	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
12	უნივერსალური მწკრივები/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
13	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
14	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
15	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის/ მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	

16	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
17	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
18	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
19	მონოგრაფიის „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
20	მონოგრაფიის „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
21	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	მე-3 წელი
22	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
23	უნივერსალური მწკრივები/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
24	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
25	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
26	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
27	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე. მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
28	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
29	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში / მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
30	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში. მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე	
31	მონოგრაფიის „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	

32	მონოგრაფიის „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
33	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
34	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
35	უნივერსალური მწკრივები/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
36	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
37	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
38	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
39	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი, 1 სტატია	
40	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
41	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
42	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში. მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 საკონფერენციო თეზისი	
43	მონოგრაფიის „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	
44	მონოგრაფიის „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ თავების განხილვა განყოფილების სემინარებზე	

45	მაქსიმალური უტოლობების ახალი ფორმები ფუნქციონალური შესაკრებების გადანაცვლებებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	მე-5 წელი
46	პირობითად კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის სტრუქტურა მეტრიზებად ვექტორული სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
47	უნივერსალური მწკრივები/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
48	ორთოგონალური მწკრივები. კოლმოგოროვის ამოცანა და გარსიას ჰიპოთეზა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
49	ტრიგონომეტრიული მწკრივები. ულიანოვის ამოცანა/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
50	დიდ რიცხვთა კანონი სუსტად კორელირებული შემთხვევითი ელემენტებისთვის/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
51	სუბგაუსის ზომების დახასიათება ბანახის სივრცეებში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
52	გადანაცვლებები შემთხვევითი პროცესების სტატისტიკაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
53	CVS განრიგების თეორიაში, განსხვავებათა (discrepancy) თეორიაში, მანქანურ სწავლებასა და სახეთა ამოცნობაში/ მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
54	დიდი მონაცემებისათვის პარალელური გამოთვლების გამოყენება ოპტიმალური გადანაცვლების მოძებნის ალგორითმში. მოხსენებები განყოფილების სემინარებზე; მომზადდება 1 სტატია	
55	მონოგრაფიის „ალბათური განაწილებები ბანახის სივრცეებში“ საბოლოო ვერსიის მომზადება	
56	მონოგრაფიის „მეტრიკული მონოიდები და ინტეგრება“ საბოლოო ვერსიის მომზადება	

მიმართულება 4

№	შუალედური შედეგები / თვლადი ინდიკატორების ჩამონათვალი	
1	განხილული იქნება ზოგადი მიდგომა მარკოვის ტიპის დინამიკური სისტემების (მარკოვის სისტემა) ფუნქციონირებასთან ასოცირებული მარკოვის ჯაჭვების მდგომარეობათა ფაზური სივრცის განზომილების დაწერის (რედუქციის) ამოცანა, როგორც ზუსტი ისე მიახლოებითი აგრეგირების საფუძველზე. • მომზადდება სასემინარო მასალა. • საერთაშორისო კონფერენციისთვის მოხსენების მომზადება.	
2	მრავლობითი ჰიპოთეზების უნივერსალური წარმოდგენა მათი გადაკვეთა-გაერთიანების ან გაერთიანება-გადაკვეთის სახით, საშუალებას იძლევა ყველა შესაძლო სტატისტიკური ჰიპოთეზა წარმოდგენილი იქნას უნიფიცირებული ფორმით, რაც გამოიწვევს ერთი უნიფიცირებული მეთოდიკის გამოყენებით მოხდეს არსებული ჰიპოთეზების შემოწმება. • მომზადდება სტატია სამეცნიერო ჟურნალში გამოსაქვეყნებლად. • მომზადდება თეზისი საერთაშორისო კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად.	
3	შეიქმნება თეორიული დასაბუთება იმისა, რომ ყოველთვის მოიძებნება პროგნოზირების მოდელებიდან ისეთი მოდელები, რომელთა პროგნოზების თანაკვეთა არანაკლებ ალბათურია, ვიდრე ერთით ნაკლები მოდელების საუკეთესო პროგნოზების თანაკვეთის ალბათობა. მაგალითად, პროგნოზირების მოდელებიდან ყოველთვის მოიძებნება ისეთი წყვილი, რომელთა პროგნოზების თანაკვეთა არაა უარესი, ვიდრე ერთი ყველაზე უკეთესი პროგნოზირების მოდელის გამართლების ალბათობა. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	პირველი წელი
4	შემუშავდება და გაანალიზდება პროცესორის ბირთვების, როგორც მრავალფუნქციური ელემენტების საიმედოობისა და მტყუნება-მდგრადობის შეფასების მოდელები. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
5	• საქმიანი გარემოს ინფორმაციული მოდელის შექმნა. • სასემინარო მასალის მომზადება.	
6	ჰიპერბოლური ტიპის მუდმივ კოეფიციენტებიანი განტოლებისათვის არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის შესწავლა ფურიეს (ცვლადთა განცალგების) მეთოდით. ამოცანის ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის შესწავლა. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა.	

	• სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
7	შესწავლილი იქნება მდგომარეობათა ზუსტი და მიახლოებითი აგრეგირების მეთოდები მარკოვის სისტემისთვის. დადგინდება მექანიზმი, რომლის საშუალებით შესაძლებელი ხდება სისტემის მდგომარეობათა აგრეგირება. • მომზადდება სამეცნიერო სტატია.	მე-2 წელი
8	პირველ წელს მიღებული შედეგების საფუძველზე დამუშავებული იქნება გადაკვეთა-გაერთიანების ან გაერთიანება-გადაკვეთის სახით წარმოდგენილი ჰიპოთეზების შემოწმების პირობითი ბაიესის მეთოდები. შეიქმნება ამ მეთოდების რეალიზაციის ალგორითმები და შესაბამისი კომპიუტერული პროგრამები. დათვლილი იქნება კონკრეტული მაგალითები. • მომზადდება სტატია სამეცნიერო ჟურნალში გამოსაქვეყნებლად. • მომზადდება თეზისი საერთაშორისო კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად.	
9	მცირე რაოდენობის ბირთვიან კომპიუტერისათვის შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა. შეიქმნება პროგრამის კოდი, რომელიც განახორციელებს პირველ ეტაპზე მიღებულ შედეგებს. ამისათვის მოპოვებული იქნება არსებული მოვლენებისათვის პროგნოზების სიმრავლე, ან მოხდება სიმულაცია კოდის გამართვისათვის, საშუალო რაოდენობის პროგნოზირების მოდელებისათვის მცირე რაოდენობის (წლების მიხედვით) მონაცემების გამოყენებით. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
10	შემუშავდება ლოგიკურ-ალბათური მოდელები მრავალფუნქციური ბირთვების ბაზაზე დაკომპლექტებული მრავალბირთვიანი პროცესორების წარმატებული ფუნქციონირების ოპტიმიზირებისთვის. • სასემინარო მასალის მომზადება.	
11	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის პროექტის შემუშავება. • სასემინარო მასალის მომზადება. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
12	შესწავლილი იქნება ოპტიმალური მართვის ამოცანა პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებებისათვის სიბრტყეზე m-წერტილიანი არალოკალური სასაზღვრო პირობებით. აგებული იქნება შეუღლებული განტოლება დიფერენციალური ფორმით, არაკლასიკური სასაზღვრო პირობებით. დამტკიცდება დასმული ამოცანის ამოხსნის არსებობა და ერთადერთობა. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სასემინარო მოხსენების მომზადება.	

13	შემოდებული იქნება მდგომარეობათა აგრეგირების და იდენტიფიცირების ფუნდამენტალური ცნებები, რომლებიც განხილული იქნება სისტემის მდგომარეობათა აგრეგირების შესაძლებლობის შემზღუდავი სიმრავლის ინვარიანტობასთან კავშირში. • მომზადდება სასემინარო მასალა.	მე-3 წელი
14	მრავლობითი ჰიპოთეზების წყვილ-წყვილად შემოწმება საშუალებას მოგვცემს გავამარტივოთ ალგორითმი და მნიშვნელოვნად შევამციროთ საჭირო დრო მრავლობითი ჰიპოთეზების შესამოწმებლად დიდი მოცულობის მონაცემებისთვის. • მომზადდება სტატია სამეცნიერო ჟურნალში გამოსაქვეყნებლად • მომზადდება თეზისი საერთაშორისო კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად.	
15	სუპერკომპიუტერისათვის შესაბამისი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა პარალელური პროგრამირების გამოყენებით. მოხდება მეორე ეტაპზე შექმნილი პროგრამის მოდიფიცირება დიდი რაოდენობის ბირთვების მქონე კომპიუტერებისათვის: ძლიერი სერვერების, ან სუპერკომპიუტერებისათვის. ამისათვის პროგრამის კოდში მოხდება ალგორითმების განვითარება პარალელური პროგრამირების არსებული ალგორითმებით, ან ახალი ალგორითმებით, რომელიც საშუალებას მოგვცემს დიდი რაოდენობის პროგნოზირების მოდელებისათვის დავამუშაოთ დიდი რაოდენობის მონაცემები. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
16	შემუშავდება და გაანალიზდება მოდელები მრავალბირთვიანი პროცესორების საიმედოობის, მტყუნებამდგრადობისა და სიცოცხლის-უნარიანობის შეფასებისთვის მუშაობისუნარიანობის ყველა შესაძლო მდგომარეობების გათვალისწინებით. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
17	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის პროგრამული კომპონენტების შემუშავება. • სასემინარო მოხსენების მომზადება.	
18	ოპტიმალური მართვის ამოცანისათვის რიცხვითი ამოხსნის შემუშავებული ალგორითმების ანალიზი და რეალიზაცია. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	

19	ჩამოყალიბებული იქნება სისტემის მდგომარეობათა აგრეგირების პირობები და დადგენილი იქნება მათი კავშირი მდგომარეობათა გამსხვილებასთან. ახსნილი იქნება მექანიზმი, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია მდგომარეობათა ასიმპტოტური აგრეგირება სისტემის სტოქასტური მატრიცის სპექტრალური წარმოდგენის საფუძველზე • მომზადდება სამეცნიერო სტატია. • კონფერენციისთვის მოხსენების მომზადება.	მე-4 წელი
20	შექმნილი პროგრამული კოდები საშუალებას მოგვცემს შევამოწმოთ მიღებული თეორიული შედეგების სისწორე და გამოსადეგობა სხვადასხვა მოდელისა და მონაცემებისთვის. • მომზადდება სტატია სამეცნიერო ჟურნალში გამოსაქვეყნებლად • მომზადდება თეზისი საერთაშორისო კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად.	
21	პროგნოზირების გამოყენებითი ამოცანებისათვის შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფის გასინჯვა. მოხდება მესამე ეტაპზე შექმნილი კოდის გასინჯვა-გამართვა სხვადასხვა ტიპის მოვლენებისათვის არსებული პროგნოზირების მოდელებისათვის და მონაცემებისათვის. მოსალოდნელია გათვალისწინებულ იქნას მოვლენების თავისებურებანი. მაგალითად, იქნება განსხვავება ეკონომიკურ-ფინანსურ-ბიზნეს პროგნოზირების მოდელებისა (დინამიურ მოდელები) და ბუნების კატაკლიზმების პროგნოზირების მოდელებს(სტატიკური მოდელები) შორის. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
22	მრავალბირთვიანი პროცესორების ეფექტიანობის მაჩვენებლების ამაღლების ტენდენციების ანალიზი ორბირთვიანი და ოთხბირთვიანი პროცესორების სტრუქტურული ანალიზის მაგალითზე. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა.	
23	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის პროგრამული კომპონენტების შექმნა. • სასემინარო მასალის მომზადება. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
24	აგებულია და შესწავლილია ოპერაციების რაოდენობის თვალსაზრისით ეკონომიური ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა ორგანომილებიანი ცვალებადკოეფიციენტებიანი ჰიპერბოლური ტიპის კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებისათვის. დამტკიცებულია მისი მდგრადობა და კრებადობა. აგებულია მიღებული სხვაობიანი განტოლებების ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმი და რეალიზებულია კომპიუტერზე. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • მომზადდება სასემინარო მასალა.	

25	მარკოვის სისტემისათვის შესწავლილი იქნება ე.წ. წოდებული კოპერენტობის თვისება. დადგენილი იქნება მისი კავშირი სისტემის მდგომარეობათა აგრეგირებასთან. • მომზადდება სასემინარო მასალა. • მომზადდება სამეცნიერო სტატია.	მე-5 წელი
26	საკონტროლო მაგალითების გამოთვლა საშუალებას მოგვცემს დავადასტუროთ შექმნილი მეთოდები, ალგორითმებისა და პროგრამების სისწორე და გავაკეთოთ სწორი დასკვნები გამოსაკვლევ პრობლემასთან დაკავშირებით. • მომზადდება სტატია სამეცნიერო ჟურნალში გამოსაქვეყნებლად • მომზადდება თეზისი საერთაშორისო კონფერენციის მუშაობაში მონაწილეობის მისაღებად.	
27	ჩვენს მიერ დამუშავებული მეთოდოლოგიით მომუშავე უნივერსალური პროგნოზირების საიტის შექმნა. მოხდება ჩვენს მიერ შექმნილი პროგრამული უზრუნველყოფისათვის სპეციალური ღია პროგნოზირების საიტის შექმნა ძლიერ სერვერზე (ან სუპერკომპიუტერზე), რომელიც სხვადასხვა ტიპის მოვლენებისათვის საიტის მომხმარებლისთვის გამოითვლის საჭირო პროგნოზს, დაიმატებს მოცემული მოვლენებისათვის ახალ პროგნოზირების მოდელს, შეიტანს ცვლილებებს პროგნოზირების საუკეთესო სიმრავლიდან საუკეთესო ქვესიმრავლის გამოყენებისათვის, მუდმივად განახლებს არსებული პროგნოზირების მოდელების მონაცემებს და ა.შ. • მოცემული პროგნოზირების მოდელების საიტის შექმნა. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	
28	წინა წლებში დამუშავებული მეთოდების შესაბამისი პროგრამული პაკეტის შექმნა. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სასემინარო მასალის მომზადება.	
29	სტრატეგიული გადაწყვეტილებების მხარდამჭერი საექსპერტო სისტემის საინფორმაციო ბაზის სატესტო რეჟიმში გაშვება. • სასემინარო მოხსენების მომზადება.	
30	აგებულია და შესწავლილია ოპერაციების რაოდენობის თვალსაზრისით ეკონომიური ფაქტორიზებული სხვაობიანი სქემა დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანისათვის. შემუშავებულია სხვაობიანი სქემის ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმი, რომლის რეალიზაცია შესაძლებელი იქნება პარალელური თვლის სისტემებზე. • საერთაშორისო კონფერენციაზე გამოსვლა. • სამეცნიერო სტატიის მომზადება.	

3.2 პროექტში ახალგაზრდა მეცნიერების ჩართულობა, აკადემიური დოქტორის ხარისხის მოსაპოვებელი სადისერტაციო ნაშრომების მომზადება და სხვა

ინსტიტუტში სხვადასხვა თანამდებობებზე მუშაობს 6 ახალგაზრდა მეცნიერი. მათ შორის 2 აკადემიური დოქტორი, 2 დოქტორანტი, 1 მაგისტრი, 1 ბაკალავრი. ისინი, სხვა ახალგაზრდა მეცნიერებთან ერთად, ჩართული არიან ლაბორატორიის „MICM AI Lab“ - ის პროგრამაში (იხ. პუნქტი 4.1). ხსენებულ ლაბორატორიას მხარდაჭერა ექნება ევროკომისიის პროექტის GAIN ფარგლებში 3 წლის განმავლობაში. თუმცა, ლაბორატორიის „MICM AI Lab“ ბაზაზე, ჩვენ ვგეგმავთ ინსტიტუტში შევქმნათ შესაბამისი პროფილის ახალი სამეცნიერო ერთეული, რომელიც გააგრძელებს დაწყებულ კვლევებს პროექტის დასრულების შემდეგაც. ამასთან, გერმანელი და ფრანგი კოლეგები გამოთქვამენ მზადყოფნას დოქტორანტების ორმაგი ხელმძღვანელობის თაობაზე, რაც, ჩვენი აზრით, დამატებითი სტიმულია ახალგაზრდა მეცნიერთათვის.

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, 2023 წელს დაგეგმილია ინსტიტუტის ჰეტეროგენული სერვერის სრული დატვირთვით ამუშავება და აპარატურული გაძლიერება. სამეცნიერო კვლევების მომსახურებასთან ერთად, მისი ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი დანიშნულება იქნება საუნივერსიტეტო სასწავლო პროგრამების განხორციელება, საჯარო სკოლებში მეცნიერების პოპულარიზაცია, რაც ხელს შეუწყობს მეცნიერებაში ახალგაზრდა თაობის მოზიდვას. ინსტიტუტის სამეცნიერო პოტენციალის გათვალისწინებით შესაძლებლად მიგვაჩნია დოქტორანტებისა და მაგისტრანტების მომზადება შემდეგ დარგებში: ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, გამოთვლითი მეთოდები, საინფორმაციო ტექნოლოგიები, მათემატიკური ეკონომიკა, ფინანსური მათემატიკა, ალგორითმების თეორია, მათემატიკური ფიზიკა, დრეკადობის თეორია, რიცხვითი მეთოდები, საინჟინრო მექანიკა და სხვა.

4. საგრანტო პროექტები

ინსტიტუტის თანამშრომლები ჩართული არიან ადგილობრივ და საერთაშორისო საგრანტო პროექტებში.

4.1. ჰორიზონტი ევროპას (HORIZON EUROPE) საგრანტო პროექტი 2022 – 2025

მიმდინარე წელს, ჰორიზონტი ევროპას (HORIZON EUROPE) საგრანტო კონკურსში გაიმარჯვა პროექტმა, რომლის კოორდინატორი არის საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი. პროექტის სათაურია: საქართველოს ხელოვნური ინტელექტის ნეთვორკინგის და ტვინინგის ინიციატივა (Georgian Artificial Intelligence Networking and Twinning Initiative); აკრონიმი: GAIN; #101078950; call: WIDERA-2021-ACCESS-03 (Twinning) (პროექტის ვებგვერდი დამუშავების პროცესშია)

პროექტში ჩვენი პარტნიორები არიან ევროპული კვლევების უპირობო ლიდერები DFKI - გერმანიის ხელოვნური ინტელექტის კვლევის ცენტრი (გერმანია) და INRIA - ციფრული მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების კვლევის ეროვნული ინსტიტუტი (საფრანგეთი). აგრეთვე მაღალი ტექნოლოგიების კომპანია EXOLAUNCH (გერმანია).

პროექტის შესრულება დაიწყო 2022 წლის 1 ოქტომბერს, ხანგრძლივობაა 3 წელი. პროექტის ფარგლებში დაგეგმილია გადაიდგას სტრატეგიული ნაბიჯები ინსტიტუტის ინტეგრირებისთვის ხელოვნური ინტელექტის (AI) კვლევების საერთაშორისო სივრცეში. დასახული მიზნის მისაღწევად ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტში, პარტნიორების ხელშეწყობით, განხორციელდება რამდენიმე ქვეპროექტი, დაკავშირებული მანქანური სწავლების (ML), ღრმა სწავლების (DL) და ნეირონული ქსელების (NN) მეთოდების და ტექნოლოგიების გამოყენებებთან სამედიცინო, კერძოდ ფსიქიატრიის სფეროში. ინსტიტუტში ამჟამად მიმდინარეობს ამ საკითხებთან დაკავშირებული ღია სემინარი, რომელშიც ჩართულია სხვადასხვა სპეციალობის (ინფორმაციული ტექნოლოგიების სპეციალისტები, მათემატიკოსები, ფსიქიატრები, ნეიროფსიქოლოგები) 20-მდე მეცნიერი. ძირითად ბირთვს წარმოადგენს 12 ახალგაზრდა მეცნიერი, რომელთაგან 5 ჩვენი ინსტიტუტიდანაა, 3 საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტიდან, 4 შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტიდან. ევროპელი პარტნიორების თანამონაწილეობით შექმნილია ე.წ. „ვირტუალური ლაბორატორია“ (MICM AI Lab). რამდენადაც ქვეყნის განვითარებისთვის სასიცოცხლოდ მნიშვნელოვნად მიგვაჩნია საქართველოში ახალი ტექნოლოგიების ათვისება და დანერგვა, და კვლევებში ახალგაზრდა თაობის მოზიდვა, ვგეგმავთ ზემოაღნიშნული ლაბორატორიის საფუძველზე ინსტიტუტში შექმნათ შესაბამისი პროფილის ახალი სამეცნიერო ერთეული, რომელიც გააგრძელებს დაწყებულ კვლევებს პროექტის დასრულების შემდეგაც, რა თქმა უნდა, პირველ რიგში, სახელმწიფოს ხელშეწყობით.

ინსტიტუტში, 2022 წელს, შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით RIM-2-21-132, შეძენილი იქნა მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერი (იხ. პუნქტი 1.6). 2023 წელს, პროექტის GAIN ბიუჯეტით დაგეგმილია სერვერის აპარატურული გაძლიერება, რაც გულისხმობს მისი შესაძლებლობების თითქმის ორჯერ გაზრდას.

4.2. სხვა საგრანტო პროექტები

4.2.1. ევროკომისიის მიერ დაფინანსებული პროექტები

ზემოთ აღნიშნული პროექტის GAIN, HORIZON EUROPE საგრანტო კონკურსში გამარჯვება განპირობებულია ინსტიტუტის მრავალწლიანი თანამშრომლობით ევროპელ პარტნიორებთან წინა საერთაშორისო პროექტებიდან. ეს პროექტებია:

- 2010-2012. EC FP7, INCO.2010-6.1. GEO-RECAP – (MICM - Coordinator)
- 2013 -2016. EC FP7-INCO-2013-9. NoGAP
- 2013-2016. EC Marie Curie FP7-PEOPLE-2012-IRSES, Grant #317721, Lie groups, differential equations and geometry
- 2013-2017. Modernization of Mathematics and Statistics curricula for Engineering and Natural Sciences studies in Georgian and Armenian Universities by introducing modern educational technologies (MATH-GeAr), TEMPUS IV-6
- 2013-2017. Developing tools for lifelong learning in Transcaucasus region: e-Learning (ARMAZEG). 544605-TEMPUS-1-2013-1-BE-TEMPUS-JPHES

- 2013-2014. ინფორმატიკის და მათემატიკის ევროპული სამეცნიერო კონსორციუმის (ERCIM) და ევროკავშირის პოსტ-სადოქტორო გრანტი. პოსტ-დოქტორი, ვარშავის უნივერსიტეტის მათემატიკის, ინფორმატიკის და მექანიკის ფაკულტეტი.

4.2.2. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტები

ინსტიტუტის მეცნიერთათვის არანაკლებ მნიშვნელოვანია და პრესტიჟული შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტები.

ქვემოთ მოყვანილია მხოლოდ ბოლო წლებში განხორციელებული პროექტების ჩამონათვალი:

- 2014-2017. FR/539/5-100/13, „ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები“
- 2014-2017. FR/223/5-100/13, "ფურიეს კოეფიციენტები და კრებადობის საკითხები"
- 2015-2017. FR/312/4-150/14, "შერეული ტიპის მარკოვული და ნახევრად-მარკოვული რიგების სისტემები ინფოკომუნიკაციური ქსელების საიმედოობრივი დაგეგმვის ამოცანებში"
- 2018-2021. DI-18-1429, „ალბათური მეთოდების გამოყენება დისკრეტული ოპტიმიზაციის და განრიგების თეორიის ამოცანებში“
- 2021 - 2022. უმაღლესი საგანმანათლებლო დაწესებულებების დამოუკიდებელი სამეცნიერო-კვლევითი ერთეულების მატერიალურ ტექნიკური ბაზის განახლების ხელშეწყობის ქვეპროგრამა:
 - ✓ შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი RIM-2-21-132 (მაღალი წარმადობის ჰეტეროგენული სერვერის შეძენა)
 - ✓ შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტი RIM-3-22-155 (სერვერისთვის უწყვეტი კვების წყაროების, გამაგრილებელი სისტემის და სხვა კომპონენტების შეძენა).

5. დამატებითი ინფორმაცია

5.1. სასწავლო პროცესში ჩართულობა

ინსტიტუტის 12 მეცნიერ-თანამშრომელი მოღვაწეობს საქართველოს სხვადასხვა უნივერსიტეტებში და ჩართულია სამაგისტრო და სადოქტორო პროგრამებში:

- საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტი: ვ. კვარაცხელია, ვ. ტარიელაძე, დ. უგულავა, მ. კუბლაშვილი, მ. ფხოველიშვილი (პროფესორი), ზ. სანიკიძე, მ. ნაჭყებია (ასოცირებული პროფესორი).
- ქუთაისის საერთაშორისო უნივერსიტეტი: გ. ჭელიძე (ასოცირებული პროფესორი).
- სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი: მ. მენთეშაშვილი (ასოცირებული პროფესორი), მ. ნაჭყებია (ასისტენტ-პროფესორი), ვ. კვარაცხელია (მიწვეული პროფესორი).

- შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტი – გ. ლლონტი (ასოცირებული პროფესორი), გ. ბაღათურია, გ. გიორგობიანი, მ. მენტეშაშვილი (მიწვეული პროფესორები).

5.2. საერთაშორისო კავშირები

ინსტიტუტის თანამშრომლებს აქვთ მჭიდრო სამეცნიერო კავშირები უცხოელ კოლეგებთან. აღსანიშნავია პროფესორ ს. ჩოხანიანის თანამშრომლობა მიჩიგანის (აშშ), პროფესორ ვ. ტარიელაძის თანამშრომლობა მადრიდის, ვიგოს და კორუნიას (ესპანეთი), პროფესორების ვ. კვარაცხელიას და მ. მენტეშაშვილის თანამშრომლობა დებრეცენის (უნგრეთი) და პალერმოს (იტალია) უნივერსიტეტების პროფესორებთან, რომლებთანაც თანაავტორობით გამოქვეყნებული აქვთ მრავალი ნაშრომი.

აღსანიშნავია ბოლო წლების ინტენსიური ურთიერთობა პოლონელ კოლეგებთან. ინსტიტუტის მეცნიერი თანამშრომელი გ. ბაღათურია მრავალჯერ იყო მიწვეული ვარშავის და კრაკოვის უნივერსიტეტებსა და სამეცნიერო ცენტრებში ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოების ჩასატარებლად.

მომავალში ვგეგმავთ უცხოელი მეცნიერების მოწვევას. მათი ვიზიტების მიზანია აქტუალურ თემებზე (მაგ. ხელოვნური ინტელექტის სხვადასხვა მიმართულებები, პარალელური დაპროგრამება, გრიდ და ქლაუდ (დრუბლოვანი) ტექნოლოგიები, გამოთვლითი მათემატიკის სხვადასხვა ასპექტები და ა.შ.) სემინარების და ლექციების ჩატარება, ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოები და სხვა.

ევროკომისიის პროექტების ფარგლებში დამყარდა კავშირები:

- DFKI - გერმანიის ხელოვნური ინტელექტის კვლევის ცენტრი (გერმანია), INRIA - ციფრული მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების კვლევის ეროვნული ინსტიტუტი (საფრანგეთი), EXOLAUNCH მაღალი ტექნოლოგიების კომპანია (გერმანია) და სხვა. მათთან, 2023 წლიდან დაგეგმილია ერთობლივი კვლევები.
- საარბრიუკენის (გერმანია), ლიონის კლოდ ბერნარის (საფრანგეთი), ტამპერეს (ფინეთი), ლუვენის (ბელგია) და სხვა უნივერსიტეტებთან. მათი თანამონაწილეობით მომზადდა ახალი საგანმანათლებლო პროგრამები და დამუშავდა ელექტრონული სწავლების მეთოდები.

5.3. სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზება

ინსტიტუტს გააჩნია საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმების ორგანიზების გამოცდილება. მათ შორის გამოვყოფთ რამდენიმეს:

2022 წლის 18 – 19 ოქტომბერს ინსტიტუტმა უმასპინძლა HORIZON EUROPE საგრანტო პროექტის GAIN სასტარტო შეხვედრას (Kick Off Meeting). პირველ დღეს შეხვედრას ესწრებოდა 80-მდე სტუმარი, მათ შორის პარტნიორი ორგანიზაციების 6 წარმომადგენელი ევროპის ქვეყნებიდან. შეხვედრის მონაწილეებს მისასალმებელი სიტყვით მიმართა სილვია ბოჟინოვამ (ევროკომისიის კვლევების და ინოვაციების გენერალური დირექტორატი, DG R&I). პროექტის GAIN ფარგლებში ახლად შექმნილი „ხელოვნური ინტელექტის ლაბორატორიის“ (MICM AI Lab) ახალგაზრდა მეცნიერებმა გააკეთეს პრეზენტაცია, რომელიც ეხებოდა

მანქანური სწავლების მეთოდის პრაქტიკულ რეალიზაციას სამედიცინო სფეროს ერთი ამოცანისთვის. 19 ოქტომბერს, ეთიკის და მომავალი თანამშრომლობის საკითხების განსახილველად მოწვეული იყო საქართველოს ფსიქიატრთა საზოგადოების ხელმძღვანელი. ამავე პროექტის ფარგლებში, 2023 – 2025 წლებში დაგეგმილია ვებინარების, საზფხულო სკოლების და დიდი, შემაჯამებელი კონფერენციის მოწყობა.

2016 წლის 3-7 ოქტომბერს ჩატარდა საერთაშორისო ვორკშოპი "South Caucasus Computing and Technology Workshop 2016 (SCCTW'2016)", რომლის ორგანიზატორები იყვნენ ბირთვული კვლევების ევროპული ორგანიზაცია (CERN), საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი <https://indico.cern.ch/event/572800/>. ეს ღონისძიება წარმოადგენს მსგავსი ტიპის ვორკშოპების ლოგიკურ გაგრძელებას, რომელთაც 2010, 2012 და 2014 წლებში მასპინძლობდა საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და რომლებშიც საქართველოს მეცნიერებთან და CERN-ის ექსპერტებთან ერთად მონაწილეობა მიიღეს დასავლეთ ევროპის და სამხრეთ-კავკასიის ქვეყნების წარმომადგენლებმა. ძირითადი თემა, რომელიც ვორკშოპზე იქნა განხილული, იყო განაწილებულ კომპიუტინგთან და CERN-ის დიდ ადრონულ კოლაიდერთან (LHC) დაკავშირებული ტექნოლოგიები. ვორკშოპების ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი იყო და არის მეცნიერებს შორის კონტაქტების დამყარება-განმტკიცება და გრიდ/ქლაუდ კომპიუტინგის, ტექნოლოგიების და ინფორმაციული დანიშნულების აპლიკაციების განვითარება. ვორკშოპში მონაწილეობდნენ იტალიის, შვეიცარიის, საფრანგეთის, ჰოლანდიის, ამერიკის შეერთებული შტატების, სომხეთის, აზერბაიჯანის და საქართველოს მეცნიერები. წაკითხული იქნა 40-მდე მოხსენება, რომელთაგან 10 ეკუთვნის ჩვენი ინსტიტუტის თანამშრომლებს.

2010 წლის 2 – 6 მაისს, თბილისში, ჩვენი ინსტიტუტისა და საქართველოს საპატრიარქოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტის თაოსნობითა და ორგანიზებით ჩატარდა საერთაშორისო კონფერენცია – “საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიები (კონფერენცია მიეძღვნა ცნობილი ქართველი მეცნიერების, პროფესორების ე. დეკანოსიძის და მ. წულაძის ხსოვნას) (იხ. <http://micm.edu.ge/work/conferences/>).

2020 წელს, აკადემიკოს ნიკოლოზ ვახანიას 90 წლის იუბილეს აღსანიშნად, ვგეგმავდით ფართომასშტაბიან საერთაშორისო კონფერენციის მოწყობას, რომელშიც მონაწილეობის სურვილი გამოთქვა მრავალმა გამოჩენილმა მათემატიკოსმა. თუმცა კონფერენცია არ შედგა პანდემიის გამო.

2023 წლიდან ვგეგმავთ საერთაშორისო სამეცნიერო ფორუმების მასპინძლობას, რისთვისაც ინსტიტუტის შენობაში შექმნილია საუკეთესო პირობები.

6. ინსტიტუტის თანამშრომლები

(2022 წელი)

ადმინისტრაცია		
1	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	დირექტორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	დირექტორის მოადგილე, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	სანიკიძე ზაზა ჯემალის ძე	სწავლული მდივანი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	ბოკუჩავა ნინო მურმანის ასული	კანცელარიის უფროსი
5	ექიზაშვილი მანანა გიორგის ასული	მთავარი სპეციალისტი
6	კაკაბაძე ლოზანა ვლადიმერის ასული	უფროსი ინსპექტორი
ბიბლიოთეკა და მონიტორინგის სამსახური		
1	ტულუში მადონა გიორგის ასული	ბიბლიოთეკის გამგე
2	კიკნაძე დიმიტრი ლევანის ძე	მთავარი ინსპექტორი
3	ჩახუნაშვილი ელენე გიორგის ასული	ინსპექტორი
4	ტუხაშვილი ჟუჟუნა სიმონის ასული	უფროსი სპეციალისტი
5	აბრამიძე ელენე აპოლონის ასული	სპეციალისტი (ბიბლიოთეკა)
6	ფეიქრიშვილი ნატა სერგოს ასული	სპეციალისტი (ბიბლიოთეკა)
გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება		
1	ზაქრაძე მამული ვლადიმერის ძე	განყოფილების გამგე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
2	კუბლაშვილი მურმანი დავითის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
3	კაკუბავა რევაზი	უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	მირიანაშვილი მანანა გიორგის ასული	მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	აბრამიძე ედისონი აპოლონის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	თაბაგარი ზაზა ანზორის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი
7	საღინაძე თეიმურაზი ვიქტორის ძე	ასისტენტ-მკვლევარი
8	კობლიშვილი ნანული იოსების ასული	პროგრამისტი
ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება		
1	ტარიელაძე ვაჟა იზეთის ძე	განყოფილების გამგე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ჩოხანიანი სერგო აკოფის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი

3	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
5	ჭელიძე გიორგი ზურაბის ძე	უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	ბერიკაშვილი ვალერი გოდერძის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, მაგისტრი
7	გორგაძე ზაზა გიორგის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
ინფორმატიკის განყოფილება		
1	მელაძე ჰამლეტი ვარლამის ძე	განყოფილების გამგე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ცერცვაძე გურამი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
3	ფხოველიშვილი მერაბი გაიოზის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	ყაჭიაშვილი ქართლოსი იოსების ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ტექნიკის მეცნიერებათა დოქტორი
5	ყიფშიძე ზურაბი შალვას ძე	უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი, ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	ღლონტი გიორგი გენადის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ყაჭიაშვილი იოსები ქართლოსის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, მაგისტრი
8	ჯავახიშვილი ცოტნე პაატას ძე	IT მენეჯერი
9	სილაგაძე გივი სერგოს ძე	პროგრამისტი
10	პაპიაშვილი მაგული რომანის ასული	პროგრამისტი
აკადემიკოს შალვა მიქელაძის სახელობის ცენტრი		
11	ოიკაშვილი ბექა	პროგრამისტი
მათემატიკური მოდელირების განყოფილება		
1	უგულავა დუგლასი კარლოს ძე	განყოფილების გამგე (მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი), ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ზარნაძე დავითი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
3	მენტეშაშვილი მარინე ზაურის ასული	მთავარი მეცნიერი თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	ნაჭყებია მზიანა დავითის ასული	უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი, ტექნიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ბაღათურია გიორგი გურამის ძე	უფროსი მეცნიერი-თანამშრომელი, აკადემიური დოქტორი
6	ნიკოლეიშვილი მიხეილი მიხეილის ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, ეკონომიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ყალიჩავა ზვიადი მიტუმას ძე	მეცნიერი თანამშრომელი, აკადემიური დოქტორი

8	გიორგობიანი ჯიმშერი ალექსანდრეს ძე	კონსულტანტი
9	მეტონიძე ნანული აკაკის ასული	უფროსი ლაბორანტი
სამეურნეო ნაწილი		
1	ხომერიკი ზორისი ვლადიმერის ძე	სამეურნეო ნაწილის უფროსი
2	მენთეშაშვილი მერაბი ზაურის ძე	ადმინისტრატორი
3	ბუაჩიძე გონერი დავითის ძე	მთავარი ენერგეტიკოსი
4	მაისურაძე დავითი რობერტის ძე	მომმარაგებელი
5	გუგეშაშვილი ავთანდილი სოლომონის ძე	ინჟინერ-ტექნიკოსი
6	მენთეშაშვილი მერაბი ზაურის ძე	მძღოლი
7	ბერუაშვილი თეიმურაზ ვახტანგის ძე	დამხმარე მოსამსახურე
8	კაკუბერი გიორგი	მეეზოვე
9	გულედანი ნუნუ შოთას ასული	დამლაგებელი
10	ჩანჭსელიანი თამუნა გელას ასული	დამლაგებელი
11	ბერაძე რუსუდანი	დამლაგებელი